



Wahrscheinlichkeitstheorie – Übungsblatt 6 (Wintersemester 2013/14)

Aufgabe 24

Die Zufallsvariable $(X \ Y)^T$ habe die gemeinsame Dichte $f(x, y) = x + y$ für $x, y \in [0; 1]$ und null sonst.

- Man berechne die Dichte von $Z = X \cdot Y$.
- Man berechne den Korrelationskoeffizienten $\rho_{X,Y}$.

Aufgabe 25

Das additive komplexe Rauschen $\mathbf{N} = N_R + jN_I$ eines komplexen Signals $\mathbf{R} = \mathbf{S} + \mathbf{N}$ kann durch die Eigenschaften der Inphasekomponente N_R und Quadraturkomponente N_I beschrieben werden. N_R und N_I sind unabhängig und unterliegen beide einer mittelwertfreien Normalverteilung $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Um den Einfluss des Rauschens $\mathbf{N}$ auf das Signal $\mathbf{R}$ beurteilen zu können, berechne man

- die Dichte der Amplitude $|\mathbf{N}|$ und
- die Dichte des Argumentes $\Phi_N = \arctan\left(\frac{N_I}{N_R}\right)$ von $\mathbf{N}$.

Das komplexe Sendesignal $\mathbf{S}$ ist zufällig und entspricht einem der gleichwahrscheinlichen Sendesymbole $s_n = \exp\left(j\pi \frac{2n+1}{4}\right)$ mit $n \in \{0, 1, 2, 3\}$.

- Skizzieren Sie in der komplexen Ebene einige Höhenlinien der Dichte des Empfangssignals $\mathbf{R}$.

Aufgabe 26

Im Werk einer Zahnradfabrik werden verschiedene Präzisionsmetallteile hergestellt. Während einer Schicht werden 5000 Stück eines Typs A hergestellt. Bei der Qualitätskontrolle werden 3% dieser Teile als defekt klassifiziert und aussortiert.

- Berechnen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit dafür, dass während einer Schicht zwischen 125 und 180 Teile aussortiert werden?
- Die aussortierten Teile werden nach Schichtende zur Wiederverwertung in einem Kessel auf einmal eingeschmolzen. Wie viele Teile muss der Kessel fassen, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,98 nicht überfüllt ist?

Aufgabe 27

X_i sei das Ergebnis der i -ten Messung ($i = 1, 2, \dots$) einer physikalischen Kenngröße. Die X_i seien Zufallsvariablen mit der Standardabweichung σ .

- Wie viele voneinander unabhängige Messungen der Kenngröße müssen durchgeführt werden, damit das arithmetische Mittel der Meßergebnisse mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0,9 dem Betrage nach um weniger als $0,2\sigma$ vom Erwartungswert der Kenngröße abweicht?
- Wie lautet das Ergebnis, wenn bekannt ist, dass die X_i normalverteilt sind?