Wahrscheinlichkeitstheorie – Zusatzmaterial 6
(Wintersemester 2013/14)

Aufgabe 24

WT-Buch, Kapitel 7.4

Funktionen zweidimensionaler Zufallsvariablen

(1)
$$U_1 = g_1(X,Y); \qquad U_2 = g_2(X,Y) \tag{7.4-1}$$

(2)
$$x = h_1(u_1,u_2); \qquad y = h_2(u_1,u_2)$$
$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u_1} & \frac{\partial x}{\partial u_2} \\ \frac{\partial y}{\partial u_1} & \frac{\partial y}{\partial u_2} \end{vmatrix}$$

(3)
$$f_{U_1U_2}(u_1,u_2) = f_{XY}\Big(h_1(u_1,u_2); h_2(u_1,u_2)\Big) \cdot |J| \tag{7.4-2}$$

a) Dichtefunktionen I

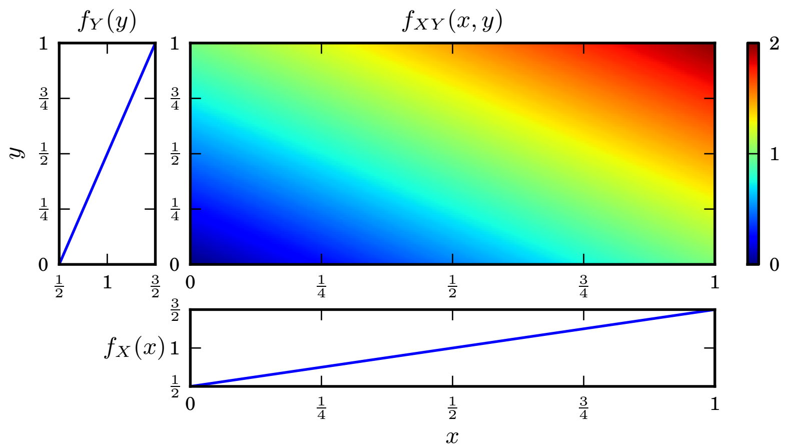

Abbildung 18: Randdichten und Verteilungsfunktionen von (X,Y)

a) Dichtefunktionen II

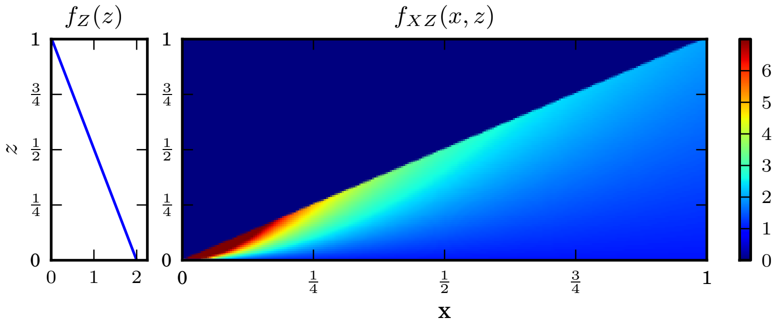

Abbildung 19: Randdichte und Verteilungsfunktionen von (X, Z)

Aufgabe 25

a) Dichte des Empfangssignals I

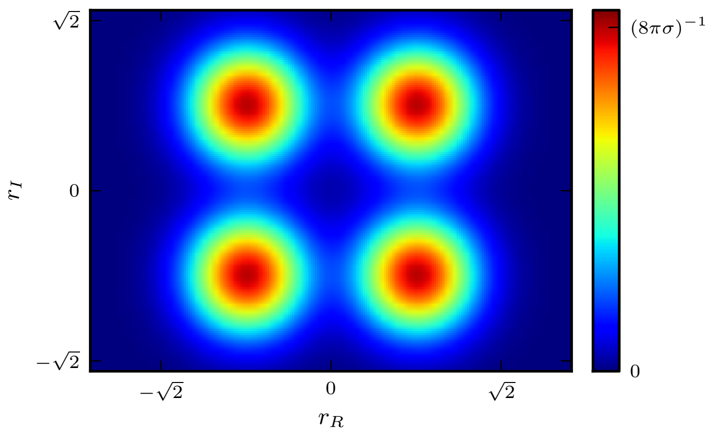

Abbildung 20: Dichte des Empfangssignals $\mathbf{R}$ für $3\sigma = \sqrt{2}$

a) Dichte des Empfangssignals II

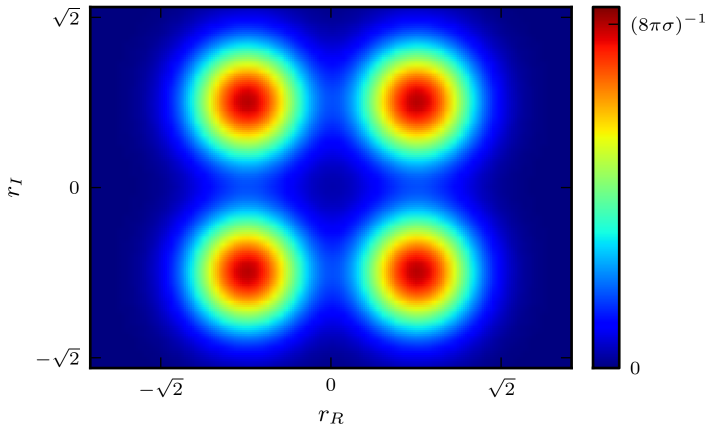

Abbildung 21: Dichte des Empfangssignals $\mathbf{R}$ für $2\sigma = \sqrt{2}$

Aufgabe 26

WT-Buch, Kapitel 7.8

Satz 7.8-4 (Zentraler Grenzwertsatz)
$X_1, X_2, \ldots$ sei eine Folge unabhängiger, identisch verteilter Zufallsvariablen mit $E(X_n) = m < \infty$ und $D^2(X_n) = d^2 < \infty$, dann gilt mit $S_N = \sum_{n=1}^{N} X_n$ für jedes $x \in \mathbb{R}$

$$\lim_{N\to\infty} P\left\{\frac{S_N - Nm}{\sqrt{N}d} \leq x\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)\, dy. \tag{7.8-10}$$

Satz 7.8-5 (Satz von de Moivre-Laplace)
Ist S_N eine binomialverteilte ZV mit den Parametern N und p, gilt für jedes $x \in \mathbb{R}$

$$\lim_{N\to\infty} P\left\{\frac{S_N - Np}{\sqrt{Np(1-p)}} \leq x\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)\, dy. \tag{7.8-11}$$

Bemerkung: Für praktische Zwecke ($N < \infty$) reicht $D^2(S_N) \geq 9$.