Karlsruher Institut für Technologie

Karlsruhe Institute of Technology
Communications Engineering Lab
Univ.-Prof. Dr. rer.nat. Friedrich Jondral

Wahrscheinlichkeitstheorie – Zusatzmaterial 7

(Wintersemester 2013/14)

Aufgabe 28

c) Stationarität

Definition 8.1-2
Falls

$$f(x_{t_1+h}, x_{t_2+h}, \ldots, x_{t_N+h}) = f(x_{t_1}, x_{t_2}, \ldots, x_{t_N}) \tag{8.1-2}$$

für jedes h und jedes N gilt, ist $X(t)$ ein **stark stationärer Prozess**.

Definition 8.2-3
Ein stochastischer Prozesses, dessen Erwartungswert (1. Moment) konstant ist und für dessen Autokorrelationsfunktion

$$\varphi_{XX}(t_1, t_2) = \varphi_{XX}(t_2 - t_1) = \varphi_{XX}(\tau) \tag{8.2-3}$$

gilt, heißt **(schwach) stationär**.

Zusammenfassung

- **Autokorrelationsfunktion** eines stochastischen Prozesses $X(t)$:

$$\varphi_{XX}(t_1, t_2) = E\Big(X(t_1)X^*(t_2)\Big) \tag{8.3-2}$$

- (schwache) **Stationarität**:

$$\begin{aligned} E(X(t)) &= \text{const}(t) \\ \varphi_{XX}(t_1, t_2) &= \varphi_{XX}(t_2 - t_1) = \varphi_{XX}(\tau) = \varphi_{XX}(t, t+\tau) \end{aligned} \tag{Def. 8.3-2}$$

- $X(t), Y(t)$ **gemeinsam stationär**: $X(t)$ stationär, $Y(t)$ stationär und

$$\varphi_{XY}(t_1, t_2) = \varphi_{XY}(\tau) = \varphi_{YX}(-\tau) \tag{Kap. 8.2}$$

- **Leistungsdichtespektrum** eines stationären Prozesses:

$$\Phi_{XX}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{XX}(\tau) e^{-j2\pi f\tau}\, \mathrm{d}\tau \tag{Def. 8.5-1}$$

- **mittlere Leistung** $P_X = \varphi_{XX}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{XX}(f)\, \mathrm{d}f.$ (Kap. 8.2)