



Wahrscheinlichkeitstheorie – Übungsblatt 6

Wintersemester 2015/16

Aufgabe 23

Das additive komplexe Rauschen $\mathbf{N} = N_R + jN_I$ eines komplexen Signals $\mathbf{R} = \mathbf{S} + \mathbf{N}$ kann durch die Eigenschaften der Inphasekomponente N_R und Quadraturkomponente N_I beschrieben werden. N_R und N_I sind unabhängig und unterliegen beide einer mittelwertfreien Normalverteilung $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Um den Einfluss des Rauschens $\mathbf{N}$ auf das Signal $\mathbf{R}$ beurteilen zu können, berechne man

- die Dichte der Amplitude $|\mathbf{N}|$ und
- die Dichte des Argumentes $\Phi_N = \arctan\left(\frac{N_I}{N_R}\right)$ von $\mathbf{N}$.

Das komplexe Sendesignal $\mathbf{S}$ ist zufällig und entspricht einem der gleich häufig auftretenden Sendesymbole $s_k = \exp\left(j\pi \frac{2k+1}{4}\right)$ mit $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

- Skizzieren Sie in der komplexen Ebene einige Höhenlinien der Dichte des Empfangssignals $\mathbf{R}$.

Aufgabe 24

Es seien zwei unabhängige poissonverteilte Zufallsvariablen X und Y mit den Parametern λ_1 bzw. λ_2 gegeben. Man zeige, dass die Summe $Z = X + Y$ ebenfalls poissonverteilt ist mit dem Parameter $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$.

Aufgabe 25

Im Werk einer Zahnradfabrik werden verschiedene Präzisionsmetallteile hergestellt. Während einer Schicht werden 5000 Stück eines Typs A hergestellt. Bei der Qualitätskontrolle werden 3% dieser Teile als defekt klassifiziert und aussortiert.

- Berechnen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit dafür, dass während einer Schicht zwischen 125 und 180 Teile aussortiert werden?
- Die aussortierten Teile werden nach Schichtende zur Wiederverwertung in einem Kessel auf einmal eingeschmolzen. Wie viele Teile muss der Kessel fassen, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,98 nicht überfüllt ist?

Aufgabe 26

X_i sei das Ergebnis der i -ten Messung ($i = 1, 2, \dots$) einer physikalischen Kenngröße. Die X_i sind identisch verteilte Zufallsvariablen mit der Varianz σ^2 .

- Wie viele voneinander unabhängige Messungen der Kenngröße müssen durchgeführt werden, damit das arithmetische Mittel der Messergebnisse mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0,9 dem Betrage nach um weniger als 0.2σ vom Erwartungswert der Kenngröße abweicht?
- Wie lautet das Ergebnis, wenn bekannt ist, dass die X_i normalverteilt sind?