

Wahrscheinlichkeitstheorie – Zusatzmaterial 2

Wintersemester 2015/16

Aufgabe 6

Definitionen

Bedingte Wahrscheinlichkeit (Definition 3.1-1)

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \quad \text{mit } P(B) > 0 \quad (3.1-1)$$

Formel von der totalen Wahrscheinlichkeit (Satz 3.1-1)

$\{A_n\}$ sei eine vollständige Ereignisdisjunktion von Ω und $P(A_n) > 0 \forall n$

$$P(B) = \sum_{n=1}^N P(B|A_n)P(A_n) \quad (3.1-5)$$

Formel von Bayes: Sei $P(B) > 0$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad (3.1-6)$$

Aufgabe 8

b) Verteilungsfunktion der ZV X

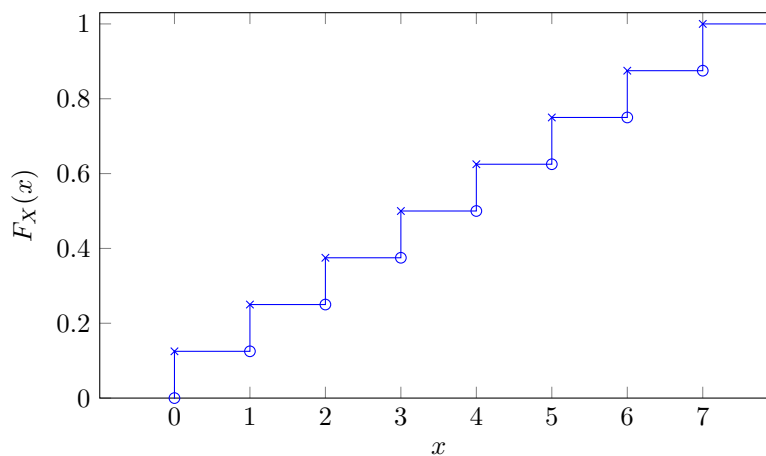


Abbildung 1: Verteilungsfunktion der ZV X

b) „Dichte“ der ZV X

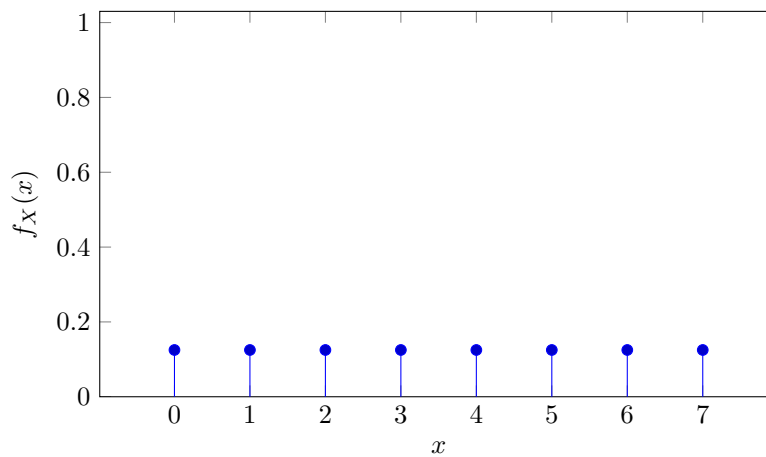


Abbildung 2: „Dichte“ der ZV X

c) „Dichte“ der ZV Y

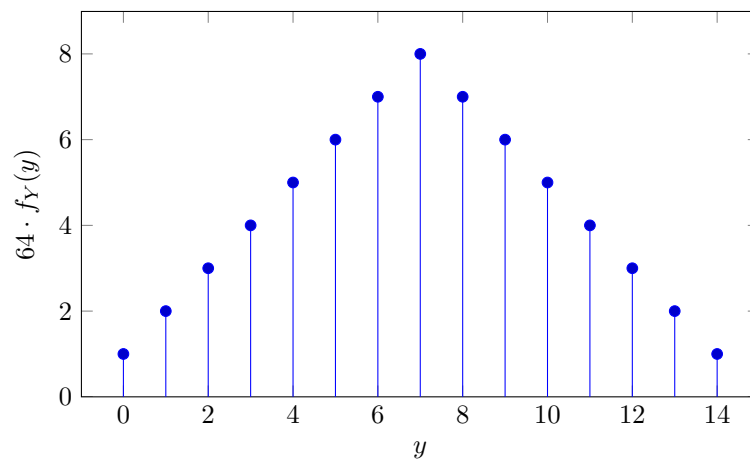


Abbildung 3: „Dichte“ der ZV Y

Aufgabe 9

b) Wahrscheinlichkeitsdichte

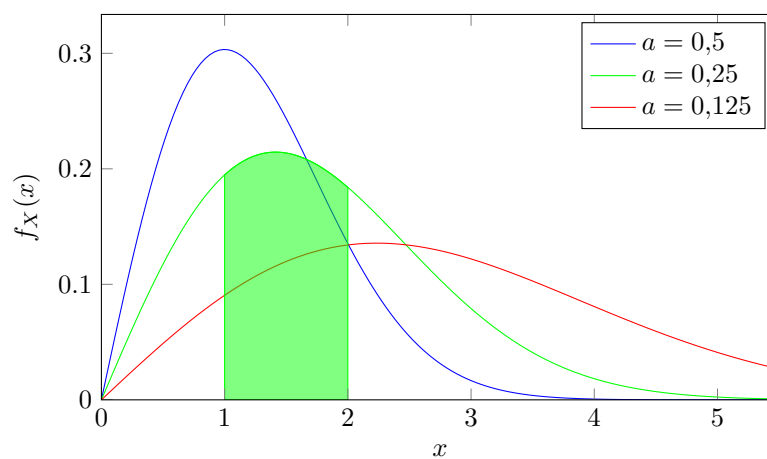


Abbildung 4: Wahrscheinlichkeitsdichte der ZV X

b) Verteilungsfunktion

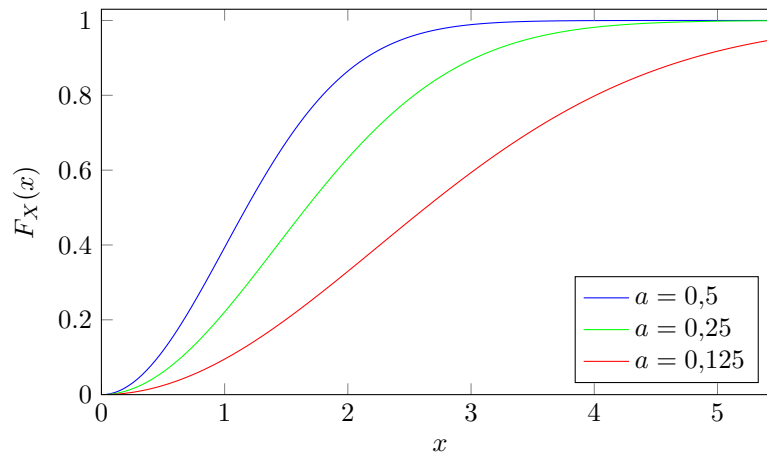


Abbildung 5: Verteilungsfunktion der ZV X

Zusammenfassung

- **Bedingte Wahrscheinlichkeit:**

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \quad \text{mit } P(B) > 0 \quad (\text{Def. 3.1-1})$$

- **Formel von der totalen Wahrscheinlichkeit:**

$\{A_n\}$ sei eine vollständige Ereignisdisjunktion von Ω und $P(A_n) > 0 \forall n$

$$P(B) = \sum_{n=1}^N P(B|A_n)P(A_n) \quad (\text{Satz 3.1-1})$$

- **Formel von Bayes:**

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{mit } P(A) > 0, P(B) > 0 \quad (\text{Satz 3.1-1})$$

- **Unabhängigkeit von Ereignissen:**

$$P(AB) = P(A|B) \cdot P(B) = P(A) \cdot P(B) \quad (\text{Def. 3.2-1})$$

- **Zufallsvariable X :**

Eine Funktion $X = X(\xi) : \omega \rightarrow \mathbb{R}$, die jedem Ergebnis aus Ω eine reelle Zahl zuordnet, so dass $X^{-1}((-\infty, a]) \in \mathcal{B}, \forall a \in \mathbb{R}$ gilt. (Def. 4.1-1)

- **Verteilungsfunktion einer ZV X :**

$$F_X(x) := P(X \leq x) \quad (\text{Def. 4.1-2})$$

$$= \int_{-\infty}^x f_X(u) \, du \quad (\text{Def. 4.1-4})$$

- **Eigenschaften einer Dichte:**

$$(i) \quad f_X(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (\text{Def. 4.1-4})$$

$$(ii) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1 \quad (\text{Kap. 4.1})$$