

Wahrscheinlichkeitstheorie – Zusatzmaterial 4

Wintersemester 2015/16

Aufgabe 15

Dichtefunktionen

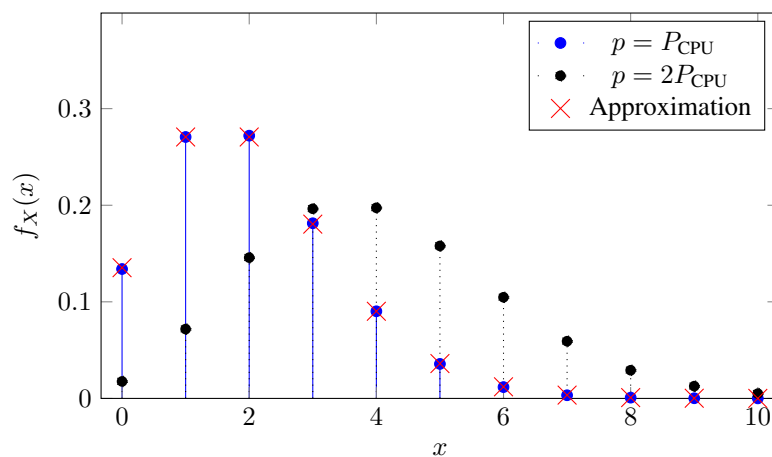


Abbildung 11: „Dichte“ der Anzahl defekter CPUs (ZV X)

Aufgabe 16

a) Dichtefunktion

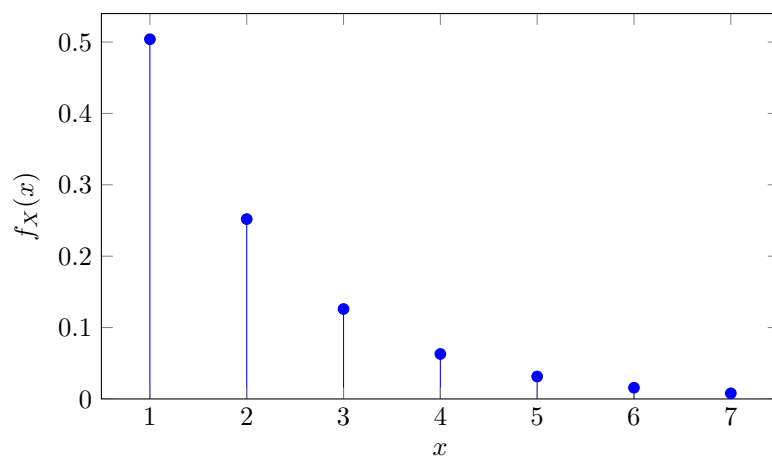


Abbildung 12: „Dichte“ der angezeigten Feldnummer

Aufgabe 17

a) Dichte und Integrationsgrenzen

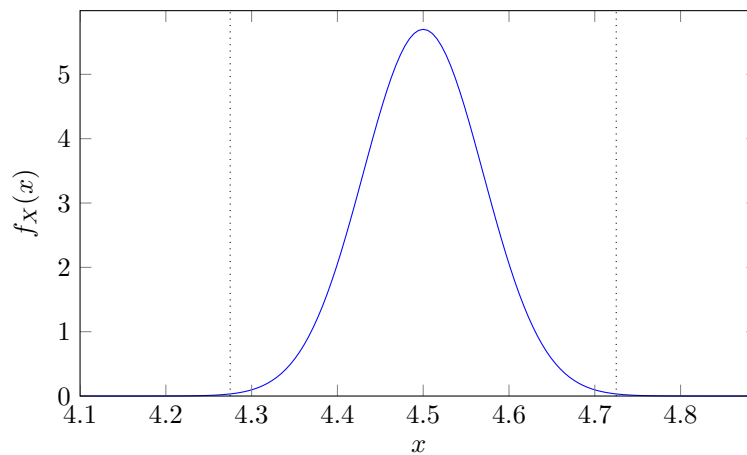


Abbildung 13: Dichte gemessenen Ladespannung bei $\mu = 4,5$ Volt

Tabelle der Standardnormalverteilung I

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
2,64	0,9958546	3,10	0,9990323	4,10	0,9999793
2,66	0,9960929	3,15	0,9991836	4,15	0,9999833
2,68	0,9963188	3,20	0,9993128	4,20	0,9999866
2,70	0,9965330	3,25	0,9994229	4,25	0,9999893
2,72	0,9967359	3,30	0,9995165	4,30	0,9999914
2,74	0,9969280	3,35	0,9995959	4,35	0,9999931
2,76	0,9971099	3,40	0,9996630	4,40	0,9999945
2,78	0,9972820	3,45	0,9997197	4,45	0,9999957
2,80	0,9974448	3,50	0,9997673	4,50	0,9999966
2,82	0,9975988	3,55	0,9998073	4,55	0,9999973
2,84	0,9977443	3,60	0,9998408	4,60	0,9999978
2,86	0,9978817	3,65	0,9998688	4,65	0,9999983
2,88	0,9980116	3,70	0,9998922	4,70	0,9999986

Abbildung 14: Standardnormalverteilung (hinter der 7. Nachkommastelle gerundet)

Tabelle der Standardnormalverteilung II

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1,20	0,8849303	1,70	0,9554345	2,20	0,9860965
1,22	0,8887675	1,72	0,9572837	2,22	0,9867906
1,24	0,8925123	1,74	0,9590704	2,24	0,9874545
1,26	0,8961653	1,76	0,9607960	2,26	0,9880893
1,28	0,8997274	1,78	0,9624620	2,28	0,9886961
1,30	0,9031995	1,80	0,9640696	2,30	0,9892758
1,32	0,9065824	1,82	0,9656204	2,32	0,9898295
1,34	0,9098773	1,84	0,9671158	2,34	0,9903581
1,36	0,9130850	1,86	0,9685572	2,36	0,9908625
1,38	0,9162066	1,88	0,9699459	2,38	0,9913436
1,40	0,9192433	1,90	0,9712834	2,40	0,9918024
1,42	0,9221961	1,92	0,9725710	2,42	0,9922397
1,44	0,9250663	1,94	0,9738101	2,44	0,9926563

Abbildung 15: Standardnormalverteilung (hinter der 7. Nachkommastelle gerundet)

c) Dichte und Integrationsgrenzen

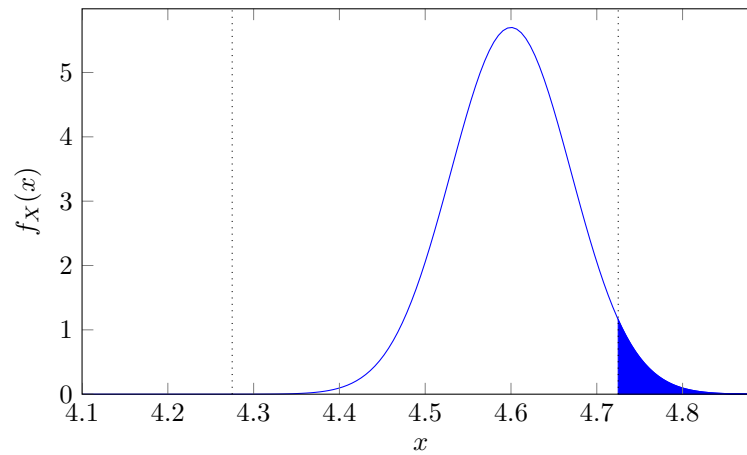


Abbildung 16: Dichte gemessenen Ladespannung bei $\mu = 4,6$ Volt

Aufgabe 18

Randdichte und Verteilungsfunktion

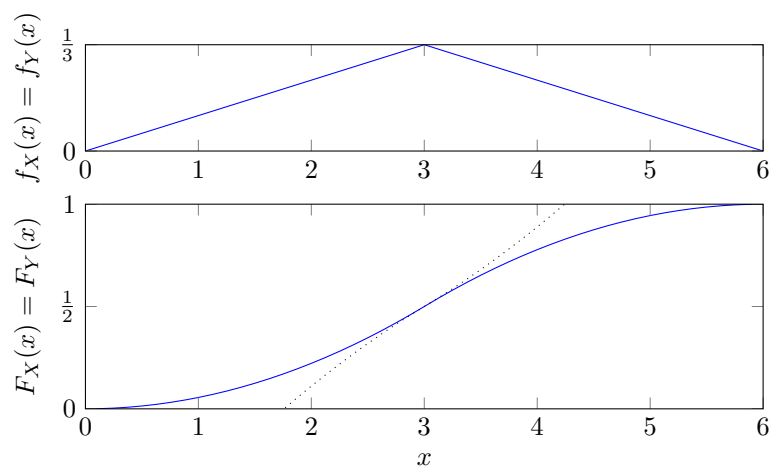


Abbildung 17: Randdichte und Verteilungsfunktion von X und Y

Zusammenfassung

- **Binomialverteilung:** N unabhängige, identische Zufallsexperimente mit je zwei verschiedenen Ergebnissen (**Bernoullisches Versuchsschema**).

$$P(X_N = k) = \binom{N}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{N-k} \quad (6.2-1)$$

- **Poissonverteilung:** approx. die Binomialvert. für N groß und p klein

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad \text{mit } \lambda = Np > 0 \quad (\text{Def. 6.4-1})$$

- **Polynomialverteilung:** N unabhängige, identische Zufallsexperimente mit je mehr als zwei verschiedenen Ergebnissen.

$$P(X_1 = k_1 \wedge X_2 = k_2 \wedge \dots) = \frac{N!}{k_1! k_2! \dots} \cdot p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \dots \quad (6.3-1)$$

Es ist $k_1 + k_2 + \dots = N$ und $p_1 + p_2 + \dots = 1$.

- **Normalverteilung** $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ mit $\sigma > 0$:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{Def. 6.8-1})$$

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \quad (\text{Kap. 6.8})$$

Für die Verwendung der Tabelle aus dem Buch: $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$

- **2D Verteilungsfunktion:**

$$F_{XY}(x,y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f_{XY}(u,v) \, dv \, du \quad (\text{Def. 7.1-2})$$

- **Randdichte:**

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x,y) \, dy \quad (\text{Def. 7.2-1})$$

- **Bedingte Dichte:**

$$f_X(x|Y = y_1) = \frac{f_{XY}(x, y_1)}{f_Y(y_1)}, \text{ wenn } f_Y(y_1) > 0 \quad (\text{Def. 7.2-2})$$

- **Gemeinsame Dichte unabhängiger Zufallsvariablen X, Y :**

$$f_{XY}(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y) \quad (\text{Def. 7.3-1})$$