

Wahrscheinlichkeitstheorie – Zusatzmaterial 7

Wintersemester 2015/16

Aufgabe 27

c) Stationarität

Definition 8.1-2

Falls

$$f(x_{t_1+h}, x_{t_2+h}, \dots, x_{t_N+h}) = f(x_{t_1}, x_{t_2}, \dots, x_{t_N}) \quad (8.1-2)$$

für jedes h und jedes N gilt, ist $X(t)$ ein **stark stationärer Prozess**.

Definition 8.2-3

Ein stochastischer Prozess, dessen Erwartungswert (1. Moment) konstant ist und für dessen Autokorrelationsfunktion

$$\varphi_{XX}(t_1, t_2) = \varphi_{XX}(t_2 - t_1) = \varphi_{XX}(\tau) \quad (8.2-3)$$

gilt, heißt (**schwach**) **stationär**.

Aufgabe 28

c)

Gemeinsame Stationarität

- Erwartungswerte $E(X(t))$ und $E(Y(t))$ konstant,

$$\varphi_{XX}(t_1, t_2) = \varphi_{XX}(t_2 - t_1) = \varphi_{XX}(\tau),$$

$$\varphi_{YY}(t_1, t_2) = \varphi_{YY}(t_2 - t_1) = \varphi_{YY}(\tau).$$

- Kreuzkorrelationsfunktion

$$\varphi_{XY}(t_1, t_2) = \varphi_{XY}(t_2 - t_1) = \varphi_{XY}(\tau)$$

Aufgabe 30

c)

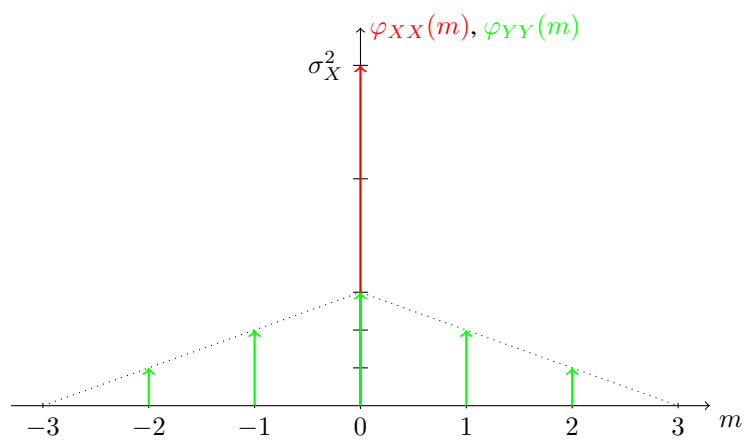


Abbildung 23: Autokorrelationsfunktion von $X(n)$ und $Y(n)$

Zusammenfassung

- **Autokorrelationsfunktion** eines stochastischen Prozesses $X(t)$:

$$\varphi_{XX}(t_1, t_2) = E\left\{X(t_1)X^*(t_2)\right\} \quad (8.3-2)$$

- (schwache) **Stationarität**:

$$\begin{aligned} E\{X(t)\} &= \text{const}(t) \\ \varphi_{XX}(t_1, t_2) &= \varphi_{XX}(t_2 - t_1) = \varphi_{XX}(\tau) = \varphi_{XX}(t, t + \tau) \end{aligned} \quad (\text{Def. 8.3-2})$$

- $X(t), Y(t)$ **gemeinsam stationär**: $X(t)$ stationär, $Y(t)$ stationär und

$$\varphi_{XY}(t_1, t_2) = \varphi_{XY}(\tau) = \varphi_{YX}(-\tau) \quad (\text{Kap. 8.2})$$

- **Leistungsdichtespektrum** eines stationären Prozesses:

$$\Phi_{XX}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{XX}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (\text{Def. 8.5-1})$$

- **mittlere Leistung** $P_X = \varphi_{XX}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{XX}(f) df$. (Kap. 8.2)