

1. Übung zur Vorlesung Wahrscheinlichkeitstheorie

Wintersemester 2017/18

Marcus Müller | 30. Oktober 2017

COMMUNICATIONS ENGINEERING LAB (CEL)



- Ergebnisraum $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n, \dots, \omega_N\}$ (Menge aller Ereignisse ω_n)
Ereignis $A \subset \Omega$ (Teilmenge von Ω), sicheres Ereignis Ω , unmögliches $\emptyset$
 Elementarereignis $A = \{\omega_n\} \subset \Omega$ (einelementige Teilmenge Ω) (Def. 2.1-1)

■ Laplacesches Zufallsexperiment:

Alle Elementarereignisse $\{\omega_n\}$ eines endlichen Ergebnisraums Ω treten **gleichhäufig** auf. (Def. 2.2-2)

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der Elementarereignisse } \{\omega_n\} \subset A}{\text{Gesamtzahl der Elementarereignisse}} = \frac{|A|}{|\Omega|} \quad (\text{Def. 2.2-3})$$

- Kombinatorik: Auswahl von K aus N Elementen

	Mit Zurücklegen	Ohne Zurücklegen	
Mit Reihenfolge	$ \tilde{V}_N^{(K)} = N^K$	$ V_N^{(K)} = \frac{N!}{(N-K)!}$	(Bild A-1)
Ohne Reihenfolge	$ \tilde{C}_N^{(K)} = \binom{N+K-1}{K}$	$ C_N^{(K)} = \binom{N}{K}$	

■ Wahrscheinlichkeiten und Mengenoperationen:

Negation: $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ (Satz 2.3-1)

Vereinigung: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

■ de Morgansche Gesetze:

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} \qquad \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B} \qquad (\text{Kap. 2.1})$$

■ Distributivgesetze:

$$\begin{aligned} A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{aligned} \qquad (\text{Kap. 2.1})$$

■ Hypergeometrische Verteilung: von n aus N ausgewählten sind k aus M günstig.

$$P_k = \frac{\binom{M}{k} \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}} \qquad k \leq n \leq N; k \leq M \leq N \qquad (\text{Kap. 2.2})$$

Drei Bits werden über einen digitalen Nachrichtenkanal übertragen. Dabei kann jedes Bit verfälscht oder richtig empfangen werden.

- a) Geben Sie den Ergebnisraum Ω an. Wie viele Elemente besitzt Ω ?
- b) Es sei $A_i = \{i\text{-tes Bit ist verfälscht}\}$; $i = 1, 2, 3$. Geben Sie A_1 an.
- c) Stellen Sie folgende Ereignisse mit Hilfe der A_i und passender Mengenoperationen dar:

$$B_1 = \{\text{alle Bits sind verfälscht}\}$$

$$B_2 = \{\text{mindestens ein Bit ist verfälscht}\}$$

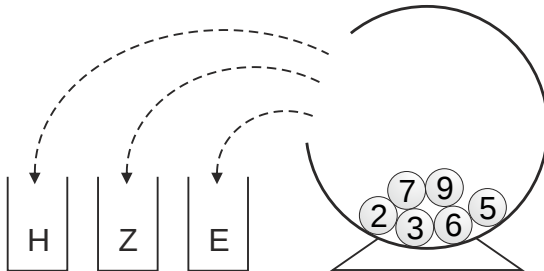
$$B_3 = \{\text{kein Bit ist verfälscht}\}$$

$$B_4 = \{\text{höchstens ein Bit ist verfälscht}\}$$

Aufgabe 2

Im Folgenden seien Wiederholungen ausgeschlossen.

- a) Geben Sie Menge aller dreistelligen Zahlen an, die mit den Ziffern 2, 3, 5, 6, 7, 9 gebildet werden können.
- b) Wie viele Elemente hat diese Menge?
- c) Wie viele davon sind kleiner als 400?
- d) Wie viele sind ungerade?



Aufgabe 3

- a) In dem aus vier Rechnern bestehenden Rechnernetz A (Abbildung 1) fallen zufällig zwei Verbindungen V_i aus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass trotz des Ausfalls noch drei Rechner miteinander verbunden sind?

Bemerkung: Alle Verbindungen haben die gleiche Ausfallwahrscheinlichkeit.

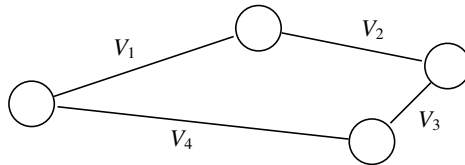


Abbildung 1: Rechnernetz A

Aufgabe 3

- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Rechnernetz B (Abbildung 2) alle Rechner noch verbunden sind, wenn höchstens drei Verbindungen ausfallen?

Bemerkung: Alle möglichen Ausfälle treten gleich häufig auf.

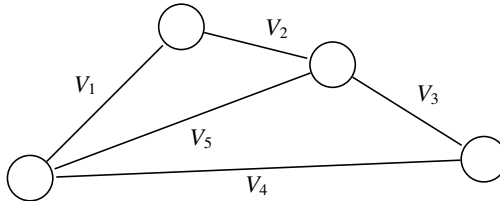


Abbildung 2: Rechnernetz B

Aufgabe 4

Ein elektronisches Schaltwerk (Abbildung 3) besteht aus fünf Relais ($1, \dots, 5$). Jedes Relais ist mit der Wahrscheinlichkeit $0,5$ geschlossen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann ein Strom vom Eingang E zum Ausgang A fließen?

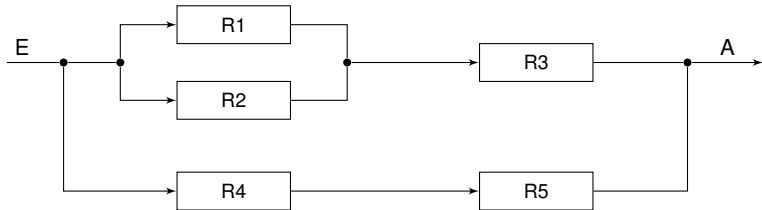


Abbildung 3: Elektronisches Schaltwerk

Aufgabe 5

In einer Lostrommel befinden sich 80 Nieten und 20 Gewinne. Von den 20 Gewinnen ist einer der Hauptgewinn. Es werden vier Lose gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- a) der Hauptgewinn gezogen wird.
- b) mindestens ein gezogenes Los ein Gewinn ist.
- c) höchstens ein gezogenes Los ein Gewinn ist.
- d) man genau einen Gewinn zieht, der aber nicht der Hauptgewinn ist.