Institut für Telematik
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Prof. Dr. M. Zitterbart
Dipl.-Inform. S. Finster

Algorithmen I
Sommersemester 2011

5. Übungsblatt
Graphtraversierung und kürzeste Pfade

Aufgabe 1

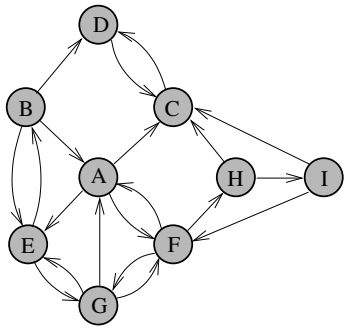
Tiefensuche iterativ

Entwerfen Sie eine nicht rekursive Tiefensuche ausgehend von einem Knoten s und geben Sie **Pseudocode** an! Die Laufzeit $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ darf nicht überschritten werden. (10P)

Aufgabe 2

Breitensuche

Gegeben sei folgender gerichteter Graph mit der Knotenmenge $\{A,B,\ldots,I\}$:



In diesem Graph werde nun eine Breitensuche durchgeführt. Startknoten soll Knoten A sein.

(a) Zählen Sie die Knoten des Graphen in einer Reihenfolge auf, in der diese von einer Breitensuche jeweils zum ersten mal berührt werden. Heben Sie im Graph außerdem alle Kanten (z.B. farbig) hervor, die Bezüglich dieser Breitensuche *Baumkanten* sind. (3P)

(b) Sind im Graph bzgl. dieser Breitensuche irgendwelche *Rückwärtskanten* vorhanden? Wenn ja, heben Sie diese hervor. (2P)

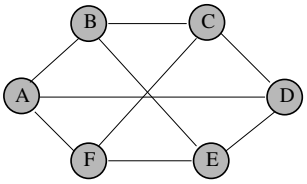
(c) Sind im Graph bzgl. dieser Breitensuche irgendwelche *Querkanten* vorhanden? Wenn ja, heben Sie diese hervor. (2P)

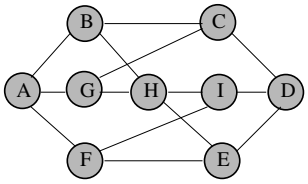
(d) Sind im Graph bzgl. dieser Breitensuche irgendwelche *Vorwärtskanten* vorhanden? Wenn ja, heben Sie diese hervor. (2P)

Aufgabe 3

Bipartite Graphen

Zeigen oder wiederlegen Sie jeweils die Bipartitheit der folgenden beiden Graphen! (je 3P)





Aufgabe 4

Kürzeste Pfade in DAGs

Eine Anwendungsmöglichkeit von kürzesten Pfaden in DAGs sind PERT-Charts (**P**rogram **E**valuation and **R**eview **T**echnique).

In einem PERT-Chart repräsentiert jede Kante eine Aufgabe und das jeweilige Kantengewicht repräsentiert die Zeit, die für diese Aufgabe benötigt wird. Durch die Anordnung werden Abhängigkeiten zwischen Aufgaben modelliert: Wenn Kante (u,v) Eingangskante von Knoten v ist und (v,x) Ausgangskante von v, dann muss die Aufgabe (u,v) **vor** der Aufgabe (v,x) abgearbeitet werden. Je nach Abhängigkeiten können also Aufgaben auch parallel abgearbeitet werden.

Ein Pfade durch einen solchen PERT-Chart repräsentiert eine Abfolge von Aufgaben, die in einer bestimmten Reihenfolge durchgeführt werden müssen. Ein *kritischer Pfad* ist ein längster Pfad durch den Graph. Die Länge des längsten Pfades stellt eine untere Schranke für die gesamte Ausführungszeit aller Aufgaben dar.

(a) Das derzeit gute Wetter verführt Sie zu einer Grillparty. Dabei fallen folgende Aufgaben an:

- Grill aus dem Keller holen (A, 5 Minuten)
- Grill putzen (B, 10 Minuten, nach A)
- Einkaufen (C, 20 Minuten)
- Grill anheitzen (D, 15 Minuten, nach B)
- Würstchen grillen (E, 10 Minuten, nach C,D)
- Bierbänke und Tische aus dem Keller holen (F, 5 Minuten, nach A)

- Würstchen servieren (G, 5 Minuten, nach E,F)

Zeichnen Sie den PERT-Chart für diese Abhängigkeiten. (10P)

(b) Geben Sie ein Verfahren an, wie der längste Pfad in einem PERT-Chart bestimmt werden kann. Nutzen Sie hierfür den in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus für kürzeste Pfade in DAGs: *DAG_SHORTEST_PATHS*. (8P)

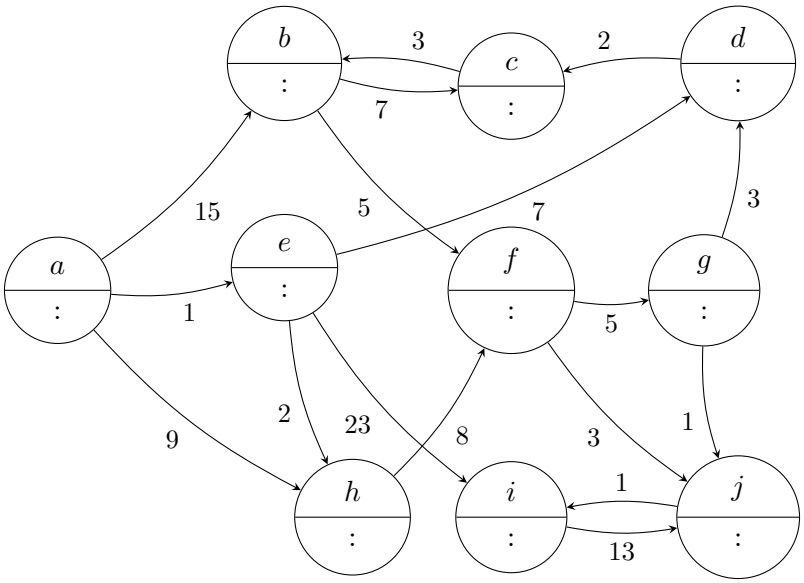
(c) Benutzen Sie ihr Verfahren um den kritischen Pfad der Grillparty zu bestimmen. Geben Sie dessen Länge und Verlauf an. (4P)

Aufgabe 5

Dijkstras Algorithmus

Führen Sie auf folgendem Graphen den Algorithmus von Dijkstra aus, beginnend mit Knoten a. Als Ergebnis soll in jedem Knoten folgendes stehen: links vom Doppelpunkt die Nummer des Schritts, in dem der Knoten aus der Prioritätswarteschlange entfernt wurde; rechts vom Doppelpunkt die Länge des kürzesten Pfades zu a. Für a tragen Sie dementsprechen "1:0" ein.

Zeichnen Sie außerdem den Baum der kürzesten Pfade von a aus ein. Sie können direkt in dieses Blatt einzeichnen. (10P)



Abgabe des Übungsblattes bis Mittwoch, 22.6.2011 – 12 Uhr durch Einwurf in den entsprechenden Briefkasten im Gebäude 50.34, 1. UG.