

Digitaltechnik und Entwurfsverfahren im SS 2021

3. Übungsblatt

Abgabetermin: 17. Mai, 13:15 Uhr

Prof. Dr. Mehdi B. Tahoori
Geb. 07.21, Rm. A-3.14

Roman Lehmann, M. Sc.
Geb. 07.21, Rm. B2-314.1

Email: roman.lehmann@kit.edu

Aufgabe 1

(6 Punkte)

1. Gegeben sei die folgende zweiwertige Boolesche Funktion f :

1 P.

x	y	$f(x, y)$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Wie nennt man diese Funktion und mit welchem Operator wird sie üblicherweise dargestellt?

2. Geben sei die Boolesche Funktion f :

2 P.

$$f(c, b, a) = ((c \wedge b) \overline{\wedge} a) \leftrightarrow (b \vee a)$$

Bestimmen Sie die Funktionstabelle der Funktion.

Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit können Sie Hilfsspalten für Teilterme anlegen.

3. Wenden Sie den Shannonschen Entwicklungssatz auf die Funktion aus dem vorherigen Aufgabenteil an. Entwickeln Sie hierbei nach allen drei Variablen in der gegebenen Reihenfolge (zuerst c , dann b , dann a).

3 P.

Vereinfachen Sie nach jeder Anwendung des Entwicklungssatzes den entstehenden Ausdruck schaltalgebraisch.

Aufgabe 2

(10 Punkte)

1. Gegeben sei die Funktion
- g
- :

$$g(d, c, b, a) = d\bar{b}\bar{a} \vee ca \vee dc\bar{b}$$

- i.) Geben Sie die disjunktive Normalform (DNF) der Funktion an. 2 P.
- ii.) Überführen Sie die Funktion schrittweise in das NOR-Operatorensystem.
Gehen Sie davon aus, dass jede Eingangsvariable sowohl bejaht als auch negiert zur Verfügung steht. 3 P.
- iii.) Die Eingabevariablen stehen nun nur bejaht zur Verfügung. 1 P.
Wie müssen Sie dann Ihre Lösung im NOR-Operatorensystem verändern (vorheriger Aufgabenteil)?
2. Beweisen oder widerlegen Sie die Gleichung, indem Sie beide Seiten schaltalgebraisch zu einer disjunktiven Normalform (DNF) umformen. 2 P.

$$\bar{b} \wedge (c \leftrightarrow a) = (c \nabla b) \leftrightarrow (b \leftarrow a)$$

3. Bestimmen Sie durch Anwendung der Gesetze der Schaltalgebra eine disjunktive Minimalform (DMF) der Funktion y : 2 P.

$$y(c, b, a) = c \rightarrow (\bar{b}a \leftrightarrow c)$$

Aufgabe 3

(6 Punkte)

 a, b, c seien Boolesche Variablen.

Bestimmen Sie für jeden Term in der Tabelle, ob es sich um einen Min- oder Maxterm oder um die disjunktive/konjunktive Normalform (DNF/KNF) bzw. Minimalform (DMF/KMF) einer Funktion $f(c, b, a)$ handeln kann.

Richtige Zeilen werden mit 1 Punkte bewertet, falsche mit -1 Punkten. Falls zutreffend, sollen auch mehrere oder keine Kreuze in einer Zeile gesetzt werden.

Term	Minterm	Maxterm	DNF	KNF	DMF	KMF
a						
cba						
$cba \vee \overline{cba}$						
$c \vee b \vee a$						
$\overline{c} \overline{b} a \vee \overline{a} bc$						
$(c \vee \overline{b} \vee a) \wedge (c \vee \overline{b} \vee \overline{a})$						

Aufgabe 4

(4 Punkte)

Gegeben sei die Schaltfunktion:

$$y(d, c, b, a) = (\bar{d} \vee a) \wedge (\bar{c} \vee \bar{b})$$

Geben Sie eine minimale Überdeckung von Würfeln im Würfelkalkül an, welche die Funktion y repräsentiert.

Aufgabe 5

(4 Punkte)

1. Gegeben sei die Schaltfunktion $g_1(c, b, a)$:

2 P.

$$g_1(c, b, a) = \left((\bar{c} \vee \bar{b}) \wedge (\bar{b} \vee \bar{a}) \right) \vee (c \wedge \bar{a})$$

Realisieren Sie die Schaltfunktion $g_1(c, b, a)$ durch ausschließliche Verwendung von NAND-Gattern mit zwei Eingängen. Die Eingangsvariablen c, b und a liegen *nur* nicht-negiert vor. Wandeln Sie die Schaltfunktion entsprechend um, ohne den Booleschen Ausdruck zu vereinfachen. Zeichnen Sie das resultierende Schaltnetz.

2. Die Schaltfunktion

2 P.

$$g_2 = \text{NOR}_3(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1 \vee x_2 \vee x_3}$$

soll unter ausschließlicher Verwendung von NOR-Gattern mit zwei Eingängen realisiert werden. Wandeln Sie die Schaltfunktion entsprechend um. Zeichnen Sie das Schaltbild.