

Digitaltechnik und Entwurfsverfahren im SS 2023

3. Übungsblatt

Abgabetermin: 22. Mai, 13:15 Uhr

Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck
Geb. 50.20, Rm. 140

Roman Lehmann, M. Sc.
Geb. 07.21, Rm. B2-314.1

Email: roman.lehmann@kit.edu

Aufgabe 1

(6 Punkte)

Gegeben sei eine Schaltfunktion durch den folgenden booleschen Ausdruck:

$$y = f(d, c, b, a) = bd \vee ((a \vee b) \wedge (c \leftrightarrow d)) \vee ab \vee \bar{d}$$

1. Formen Sie die Schaltfunktion y unter Anwendung der Rechenregeln der Schaltalgebra in eine zweistufige disjunktive Form um. 2 P.
2. Geben Sie die Wahrheitstabelle der Schaltfunktion y an. 2 P.
3. Geben Sie die disjunktive Normalform von y an. 2 P.

Aufgabe 2

(6 Punkte)

1. Gegeben sei die folgende zweiwertige Boolesche Funktion f : 1 P.

x	y	$f(x, y)$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Wie nennt man diese Funktion und mit welchem Operator wird sie üblicherweise dargestellt?

2. Gegeben sei die Boolesche Funktion f : 2 P.

$$f(c, b, a) = ((c \wedge b) \bar{\wedge} a) \leftrightarrow (b \vee a)$$

Bestimmen Sie die Funktionstabelle der Funktion.

Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit können Sie Hilfsspalten für Teilterme anlegen. 3 P.

3. Wenden Sie den Shannonschen Entwicklungssatz auf die Funktion aus dem vorherigen Aufgabenteil an. Entwickeln Sie hierbei nach allen drei Variablen in der gegebenen Reihenfolge (zuerst c , dann b , dann a). Vereinfachen Sie nach jeder Anwendung des Entwicklungssatzes den entstehenden Ausdruck schaltalgebraisch.

Aufgabe 3

(6 Punkte)

a , b und c seien Boolesche Variablen. Bestimmen Sie für jeden Term in der Tabelle, ob es sich um einen Min- oder Maxterm oder die disjunktive oder konjunktive Normalform (DNF/KNF) oder Minimalform (DMF/KMF) einer Funktion $f(c, b, a)$ handeln kann.

Richtige Zeilen werden mit 1 Punkte bewertet, falsche mit -1 Punkten. Falls zutreffend, können Sie auch mehrere oder kein Kreuz in einer Zeile setzen.

Term	Minterm	Maxterm	DNF	KNF	DMF	KMF
$\overline{c}ba \vee \overline{c}b\overline{a}$						
$\overline{c} \vee b \vee a$						
$\overline{c}ba$						
$c \vee (\overline{b} \wedge \overline{a})$						
1						
$a \vee b$						

Aufgabe 4

(4 Punkte)

Gegeben sei die Schaltfunktion:

$$y(d, c, b, a) = (\overline{d} \vee a) \wedge (\overline{c} \vee \overline{b})$$

Geben Sie eine minimale Überdeckung von Würfeln im Würfelkalkül an, welche die Funktion y repräsentiert.

Aufgabe 5

(4 Punkte)

1. Gegeben sei die Schaltfunktion $g_1(c, b, a)$:

2 P.

$$g_1(c, b, a) = ((\overline{c} \vee \overline{b}) \wedge (\overline{b} \vee \overline{a})) \vee (c \wedge \overline{a})$$

Realisieren Sie die Schaltfunktion $g_1(c, b, a)$ durch ausschließliche Verwendung von NAND-Gattern mit zwei Eingängen. Die Eingangsvariablen c, b und a liegen *nur* nicht-negiert vor. Wandeln Sie die Schaltfunktion entsprechend um, ohne den Booleschen Ausdruck zu vereinfachen. Zeichnen Sie das resultierende Schaltnetz.

2. Die Schaltfunktion

2 P.

$$g_2 = \text{NOR}_3(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1 \vee x_2 \vee x_3}$$

soll unter ausschließlicher Verwendung von NOR-Gattern mit zwei Eingängen realisiert werden. Wandeln Sie die Schaltfunktion entsprechend um. Zeichnen Sie das Schaltbild.

Aufgabe 6

(3 Punkte)

Füllen Sie folgende Tabelle aus. Richtige Antworten werden mit 0.5 Punkten bewertet, falsche mit -0.5 Punkten. Nicht ausgefüllte Felder werden nicht bewertet.

	wahr	falsch
Mit einem Hamming-Code können Ein-Bit-Fehler bei der Übertragung eines Datenworts erkannt und korrigiert werden.		
Die Huntington'schen Axiome gelten für jede Boolesche Algebra, aber nicht für die Schaltalgebra.		
Für einen beliebigen Booleschen Ausdruck x ist $x \wedge \bar{x}$ eine Tautologie.		
Insgesamt gibt es genau 16 (2^4) verschiedene zweistellige Boolesche Funktionen.		
Eine konjunktive Normalform wird aus Mintermen aufgebaut.		
Die disjunktiven und konjunktiven Minimalformen einer Booleschen Funktion sind, bis auf die Reihenfolge der Terme, eindeutig.		