

Digitaltechnik und Entwurfsverfahren im SS 2024

Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck
Geb. 50.20, Rm. 140

Musterlösungen zum 1. Übungsblatt

Roman Lehmann, M. Sc.
Geb. 07.21, Rm. B2-314.1

Email: roman.lehmann@kit.edu

Lösung 1

(1 Punkte)

Konvertierung in PDF und Benennung der PDF gemäß den Vorgaben.

Lösung 2

(5 Punkte)

1. $13A, B_{12} = 190, 916_{10}$

2. $8FA2, 2009_{16} = 107642, 100044_8$

3. $(1111111100111101)_{ZK} = -195_{10}$

4. $x = 31$ $r = 2$ Dezimalwert = 16_{10}

Aus $100_{r+2} = 24_{r+4}$ folgt: $(r+2)^2 = 2(r+4) + 4 \Rightarrow r = 2$

Durch Einsetzen von r in die Gl. $x = (r+2)^2$ erhält man: $x = 16_{10} = 31_5$

Lösung 3

(5 Punkte)

1. Ausgefüllte Tabelle: (0,25 Punkte für jede richtige Lösung)

3 P.

Dezimalzahl	Dualzahl	Oktalzahl	Hexadezimalzahl
$13,5_{10}$	$1101,1_2$	$15,4_8$	$D,8_{16}$
$12,375_{10}$	$1100,011_2$	$14,3_8$	$C,6_{16}$
$1034,9160\dots_{10}$	$10000001010,111010101_2$	$2012,725_8$	$40A,EA8_{16}$
$178,4765\dots_{10}$	$10110010,0111\dots_2$	$262,364_8$	$B2,7A_{16}$

2. Ausgefüllte Tabelle: (0,5 Punkte für jede richtige Lösung)

2 P.

Dezimalzahl	Dualzahl (ZK)
-843_{10}	1111110010110101_{ZK}
10585_{10}	0010100101011001_{ZK}
42812_{10}	$\circledast$
-15587_{10}	1100001100011101_{ZK}

$\circledast$ 42812_{10} ist nicht als 16-Bit-Zweierkomplement-Zahl darstellbar, denn der Wertebereich der darstellbaren Zahlen umfasst lediglich die Werte von $-2^{15} = -32768_{10}$ bis $2^{15} - 1 = 32767_{10}$.

Die „Lösung“ 1010011100111100_{ZK} ist falsch, denn sie entspricht dem dezimalen Wert -22724_{10} .

Lösung 4

(5 Punkte)

1. i.) BCD: 99400008

ii.) Vorzeichenlose Dualzahl: $2^{31} + 2^{28} + 2^{27} + 2^{24} + 2^{22} + 2^3$

iii.) Dualzahl in Einerkomplement-Form:

$$-(2^{31} - 1) + 2^{28} + 2^{27} + 2^{24} + 2^{22} + 2^3 = -1723858935_{10}$$

iv.) Dualzahl ind Zweierkomplement-Form:

$$-(2^{31}) + 2^{28} + 2^{27} + 2^1 + 2^0 = -1723858936_{10}$$

v.) Gleitkomma-Zahl im IEEE-754-Standard in einfacher Genauigkeit:

$$\begin{aligned} VZ &= 1 \\ Char &= 00110010 = 50 \\ Exp &= Char - 127 = -77 \\ M &= 10000000000000000001000 \Rightarrow \\ Z &= (-1)^1 \cdot (1,10000000000000000001000) \cdot 2^{-77} \\ &= -(1 + 2^{-1} + 2^{-20}) \cdot 2^{-77} \end{aligned}$$

$$2. -17,75_{10} = 1\,0001,11_2 = 1,0001\,11 \cdot 2^4 \quad VZ = 1$$

$$Exp = 4 \Rightarrow Char = Exp + 127 = 131_{10} = 1000\,0011_2$$

31	30	23	22	0
1	1000	0011	0001 1100 ...	000

$$\frac{1}{3} \text{ im 32-Bit-Format des IEEE-754-Standards: } VZ = 0$$

$$\frac{1}{3} = 0,\overline{3}_{10} = 0,\overline{01}_2 = 1,\overline{01} \cdot 2^{-2}$$

$$Exp = -2 \Rightarrow Char = Exp + 127 = 125_{10} = 0111\,1101_2$$

31	30	23	22	0
0	0111	1101	0101 0101 0101 0101 ...	010

Lösung 5

(5 Punkte)

1. Darstellung der Zahlen im Dezimalsystem:

- Zahl x:

1.5 P.

- Vorzeichen: 1 $\Rightarrow$ Zahl ist negativ
- Charakteristik: $10000001_2 = 129_{10} \Rightarrow$ Exponent: $129 - 127 = 2$
- Mantisse: $1,1101000 \dots_2 = 1,8125_{10}$
- $\Rightarrow x = -1,8125_{10} \cdot 2^2 = -7,25_{10}$

- Zahl y:

1.5 P.

- Vorzeichen: 1 $\Rightarrow$ Zahl ist negativ
- Charakteristik: $01111110_2 = 126_{10} \Rightarrow$ Exponent: $126 - 127 = -1$
- Mantisse: $1,101000 \dots_2 = 1,625_{10}$
- $\Rightarrow y = -1,625_{10} \cdot 2^{-1} = -0,8125_{10}$

Multiplikation : $-7,25_{10} \cdot -0,8125_{10} = 5,890625_{10}$

0 P.

2. Darstellung des Produkts als Gleitkommazahl:

2 P.

- Vorzeichen: Negativ $\cdot$ negativ = positiv (= 0)
- $5,890625_{10} = 101,111001_2 = 1,01111001 \cdot 2^2$
- Exponent: 2 $\Rightarrow$ Charakteristik: $2 + 127 = 129_{10} = 10000001_2$
- Mantisse: $1,01111001_2$ (Vorkomma-Eins wird durch Normalisierung implizit dargestellt)
- $\Rightarrow x \cdot y = 01000000101111001000000000000000 (\hat{=} 40BC8000_{16})$

Lösung 6

(6 Punkte)

1. Dezimalwert der Belegung 1001 1000:

$$Z = (-1)^1 \cdot 2^{1-3} \cdot (1,1000)_2 = -0,011_2 = -(0,25 + 0,125)_{10} = -0,375$$

2. Größte Dezimalzahl:

$$Z = (-1)^0 \cdot 2^{7-3} \cdot (1,1111)_2 = 1111_2 = 31_{10}$$

3. Kleinste positive Dezimalzahl:

$$Z = (-1)^0 \cdot 2^{0-3} \cdot (1,0000)_2 = 0,001_2 = 0,125_{10}$$

4. Nichtdarstellbare Zahl: Null

Lösung 7

(3 Punkte)

1. Es handelt sich bei 1100 im BCD-Code um eine Pseudotetrad. Sie stellt ein Codewort dar, das keine Dezimalzahl repräsentiert. In gültigen Zahlen kommen die Pseudotetraden daher nicht vor und können beim Rechnen auch nicht entstehen.

1 P.

2. Die größte vorzeichenlose 24-Bit-Zahl ist $2^{24} - 1 = 16777215_{10}$ und hat somit 8 Dezimalstellen.

2 P.

Da jede Dezimalstelle 4 Bits in der BCD-Darstellung erfordert, werden somit insgesamt $8 \cdot 4 = 32$ Bits benötigt (also 8 mehr gegenüber der Speicherung als Dezimalzahl).