Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Technische Informatik (ITEC)

Digitaltechnik und Entwurfsverfahren im SS 2024

3. Übungsblatt

Abgabetermin: 27. Mai, 13:15 Uhr

Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck
Geb. 50.20, Rm. 140

Roman Lehmann, M. Sc.
Geb. 07.21, Rm. B2-314.1

Email: roman.lehmann@kit.edu

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Wir betrachten die Funktion $f(x, y) = \overline{x} \wedge y$, auch als *Inhibition* bekannt.

1. Geben Sie die Funktionstabelle für $f(x, y)$ an. **1 P.**
2. Zeigen Sie mithilfe der Huntingtonschen Axiome, dass $f(x, y \vee z) = f(x, y) \vee f(x, z)$. **1 P.**
3. Ist f als Operator assoziativ, also gilt $f(f(x, y), z) = f(x, f(y, z))$? Begründen Sie. **1 P.**
4. Ist die Aussage $f(f(f(x, 1), f(x, 1)), 1)$ eine Tautologie? Begründen Sie anhand einer Funktionstabelle. Geben Sie Zwischenschritte an. **2 P.**
5. Wir wollen im Folgenden zeigen dass das Operatorensystem, welches nur aus der Operation f besteht, vollständig ist. Stellen Sie dazu zunächst die Negation $\overline{x}$ mithilfe von f dar. Hinweis: Sie dürfen die Konstanten 0 und 1 verwenden. **1 P.**
6. Stellen Sie nun Operation $x \wedge y$ durch f dar. Verwenden Sie das Ergebnis der letzten Teilaufgabe durch geeignetes Umformen von $x \wedge y$. **2 P.**
7. Stellen Sie die Operation $x \vee y$ durch f dar. Verwenden Sie die vorherigen Teilaufgaben. **2 P.**

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a, b, c seien Boolesche Variablen.

1. Geben Sie an, ob die folgenden Funktionen $f(c, b, a)$ in disjunktiver Normalform vorliegen. Falls eine Darstellung *keine* DNF ist, begründen Sie dies kurz. **3 P.**

   Für jede richtige Antwort erhalten Sie $+0.5$ Punkte, für jede falsche Antwort -0.5 Punkte. Es können nicht weniger als 0 Punkte erreicht werden.

Funktion $f(c, b, a)$	DNF?	Begründung (falls nein)
a		
abc		
$c \vee b \vee \overline{a}$		
$cb\overline{a} \vee \overline{a}\overline{b}\overline{c}$		
$c\overline{b}\overline{a} \vee \overline{cba}$		
$\overline{b}a\overline{c} \vee cb\overline{a} \vee a\overline{b}\overline{c}$		

2. Gegeben sei die Boolesche Funktion f: **2 P.**

$$f(c, b, a) = ((b \vee c) \rightarrow a) \wedge (\overline{c} \vee b \vee \overline{a})$$

   Bestimmen Sie die Funktionstabelle der Funktion f.

   Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit können Sie Hilfsspalten für Teilterme anlegen.

3. Wenden Sie den Shannonschen Entwicklungssatz auf die Funktion f an. Entwickeln Sie hierbei nach allen drei Variablen in der gegebenen Reihenfolge (zuerst c, dann b, dann a). **3 P.**

   Vereinfachen Sie nach jeder Anwendung des Entwicklungssatzes den entstehenden Ausdruck schaltalgebraisch.

4. Geben Sie die disjunktive Normalform (DNF) der Funktion f an. **1 P.**

5. Geben Sie eine disjunktive *Minimal*form (DMF) der Funktion f an. **1 P.**

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben sei eine Menge M von Würfeln im Würfelkalkül:

$$\{(0, 1, 0), (1, 0, 0), (-, 0, 0), (-, -, 0), (1, 1, -), (0, -, 1)\}$$

1. Geben Sie die Disjunktion der Würfel von M in algebraischer Form an. **1 P.**

   Nehmen Sie hierzu an, dass die verwendeten Variablen c, b und a heißen.

2. Geben Sie jeweils ein Beispiel von zwei Würfeln A und B aus der Menge M an, sodass gilt: **3 P.**

   i.) $A \subset B$

   ii.) $A \cap B = (1, 1, 0)$

   iii.) $A \cap B$ existiert nicht