

Lösung 1

(10 Punkte)

Für GE und L ergibt sich folgende Funktionstabelle:

A_1	A_0	B_1	B_0	GE	L
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	0

1. KNF von GE :

$$(A_1 \vee A_0 \vee B_1 \vee \overline{B_0}) \wedge (A_1 \vee A_0 \vee \overline{B_1} \vee B_0) \wedge (A_1 \vee A_0 \vee \overline{B_1} \vee \overline{B_0}) \wedge \\ (A_1 \vee \overline{A_0} \vee \overline{B_1} \vee B_0) \wedge (A_1 \vee \overline{A_0} \vee \overline{B_1} \vee \overline{B_0}) \wedge (\overline{A_1} \vee A_0 \vee \overline{B_1} \vee \overline{B_0})$$

Vereinfacht: $(A_1 \vee A_0 \vee \overline{B_0}) \wedge (A_1 \vee \overline{B_1}) \wedge (A_0 \vee \overline{B_1} \vee \overline{B_0})$

3 P.

2. NOR_k -Darstellung:

$$\begin{aligned} GE(A_1, A_0, B_1, B_0) &= \overline{\overline{(A_1 \vee A_0 \vee \overline{B_0}) \wedge (A_1 \vee \overline{B_1}) \wedge (A_0 \vee \overline{B_1} \vee \overline{B_0})}} \\ &= \overline{\overline{A_1 \vee A_0 \vee \overline{B_0}} \vee \overline{A_1 \vee \overline{B_1}} \vee \overline{A_0 \vee \overline{B_1} \vee \overline{B_0}}} \\ &= NOR_3(NOR_3(A_1, A_0, \overline{B_0}), NOR_2(A_1, \overline{B_1}), NOR_3(A_0, \overline{B_1}, \overline{B_0})) \end{aligned}$$

2 P.

mit $\overline{x} = NOR_2(x, x)$

3. Verwende Substitution:

1 P.

$$\begin{aligned}
 \text{NOR}_3(c, b, a) &= \overline{c \vee b \vee a} \\
 &= \overline{(c \vee b) \vee a} \\
 &= (c \vee b) \overline{\vee} a \\
 &= (\overline{c \vee b}) \overline{\vee} a \\
 &= \text{NOR}_2(\text{NOR}_2(c, b), \text{NOR}_2(c, b)), a)
 \end{aligned}$$

4. Betrachte $\overline{GE}$:

2 P.

$$\begin{aligned}
 \overline{GE(A_1, A_0, B_1, B_0)} &= \overline{(A_1 \vee A_0 \vee \overline{B_0}) \wedge (A_1 \vee \overline{B_1}) \wedge (A_0 \vee \overline{B_1} \vee \overline{B_0})} \\
 &= \overline{\overline{A_1 \vee A_0 \vee \overline{B_0}} \wedge \overline{A_1 \vee \overline{B_1}} \wedge \overline{A_0 \vee \overline{B_1} \vee \overline{B_0}}} \\
 &= \overline{\overline{A_1} \wedge \overline{A_0} \wedge B_0 \wedge \overline{A_1} \wedge B_1 \wedge \overline{A_0} \wedge B_1 \wedge B_0} \\
 &= \text{NAND}_3(\text{NAND}_3(\overline{A_1}, \overline{A_0}, B_0), \text{NAND}_2(\overline{A_1}, B_1), \text{NAND}_3(\overline{A_0}, B_1, B_0))
 \end{aligned}$$

mit $\overline{x} = \text{NOR}_2(x, x)$

Dann gilt:

$$GE(A_1, A_0, B_1, B_0) = \text{NAND}_2(\overline{GE(A_1, A_0, B_1, B_0)}, \overline{GE(A_1, A_0, B_1, B_0)})$$

5. DNF von L:

2 P.

$$\begin{aligned}
 &(\overline{A_1} \wedge \overline{A_0} \wedge \overline{B_1} \wedge B_0) \vee (\overline{A_1} \wedge \overline{A_0} \wedge B_1 \wedge \overline{B_0}) \vee (\overline{A_1} \wedge \overline{A_0} \wedge B_1 \wedge B_0) \\
 &\vee (\overline{A_1} \wedge A_0 \wedge B_1 \wedge \overline{B_0}) \vee (\overline{A_1} \wedge A_0 \wedge B_1 \wedge B_0) \vee (A_1 \wedge \overline{A_0} \wedge B_1 \wedge B_0)
 \end{aligned}$$

Lösung 2

(5 Punkte)

Bestimmung einer NAND-Form mit mehrwertigen NAND-Gattern:

2 P.

1. Die Funktion wird negiert:

$$\overline{f}(d, c, b, a) = \overline{(d \vee c \vee \overline{b} \vee a) \wedge (c \vee \overline{a})}$$

2. Die Disjunktionen werden doppelt negiert:

$$\overline{f}(d, c, b, a) = \overline{\overline{\overline{(d \vee c \vee \overline{b} \vee a)} \wedge \overline{\overline{(c \vee \overline{a})}}}}$$

3. Die Gesetze von Demorgan werden angewendet:

$$\overline{f}(d, c, b, a) = \overline{\overline{\overline{(\overline{d} \wedge \overline{c} \wedge b \wedge \overline{a})} \wedge \overline{\overline{(\overline{c} \wedge a)}}}}$$

4. f bestimmt sich zu $f = \overline{f} \overline{\overline{f}}$:

$$f(d, c, b, a) = \left(\overline{\overline{\overline{(\overline{d} \wedge \overline{c} \wedge b \wedge \overline{a})} \wedge \overline{\overline{(\overline{c} \wedge a)}}}} \right) \overline{\overline{\left(\overline{\overline{\overline{(\overline{d} \wedge \overline{c} \wedge b \wedge \overline{a})} \wedge \overline{\overline{(\overline{c} \wedge a)}}}} \right)}}$$

Ersetzen der mehrwertigen NAND-Gatter:

3 P.

Es gilt:

$$\begin{aligned} \overline{a \wedge b \wedge c \wedge d} &= \overline{\overline{\overline{a \wedge b \wedge c \wedge d}}} \\ &= \overline{\overline{(a \wedge b) \wedge (a \wedge b) \wedge (c \wedge d) \wedge (c \wedge d)}} \end{aligned}$$

Einsetzen ergibt:

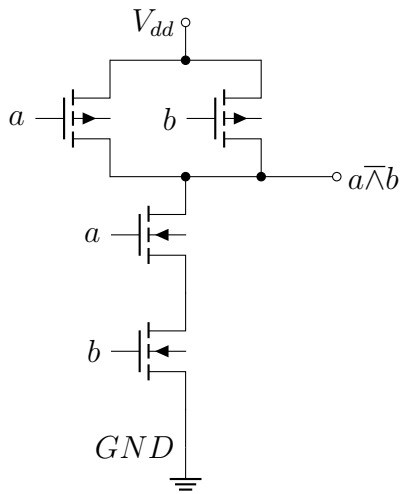
$$f(d, c, b, a) = \left(\left(\left(\overline{\overline{\overline{(\overline{d} \wedge \overline{c})} \wedge \overline{\overline{(\overline{d} \wedge \overline{c})}}} \right) \wedge \overline{\overline{((b \wedge \overline{a}) \wedge (b \wedge \overline{a}))}} \right) \wedge \overline{\overline{(\overline{c} \wedge a)}} \right) \overline{\overline{\left(\left(\left(\overline{\overline{\overline{(\overline{d} \wedge \overline{c})} \wedge \overline{\overline{(\overline{d} \wedge \overline{c})}}} \right) \wedge \overline{\overline{((b \wedge \overline{a}) \wedge (b \wedge \overline{a}))}} \right) \wedge \overline{\overline{(\overline{c} \wedge a)}} \right)}}$$

Lösung 3

(4 Punkte)

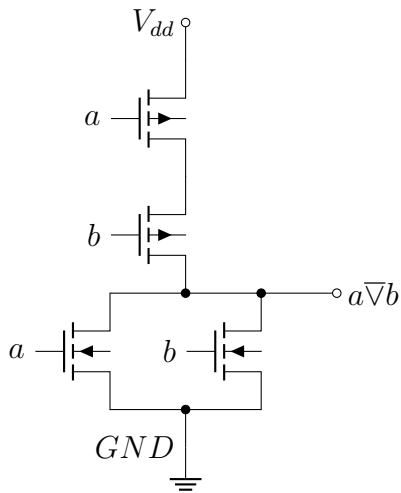
1. NAND-Gatter:

2 P.



2. NOR-Gatter:

2 P.



Lösung 4

(3 Punkte)

CMOS-Schaltnetz: $y = \overline{\overline{b a \vee \bar{b} \bar{a}}} = (b \bar{\wedge} a) \bar{\wedge} (\bar{b} \bar{\wedge} \bar{a})$

3 P.

