Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Technische Informatik (ITEC)

Digitaltechnik und Entwurfsverfahren im SS 2024

Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck
Geb. 50.20, Rm. 140

Roman Lehmann, M. Sc.
Geb. 07.21, Rm. B2-314.1

Email: roman.lehmann@kit.edu

Musterlösungen zum 9. Übungsblatt

Lösung 1 (8 Punkte)

1. DMF: **2 P.**

$$a = \bar{s}_1\bar{s}_0 \vee \bar{s}_1 e_3 \vee s_1 s_0 e_2$$

2. Entweder sieht man es der DMF an oder man betrachtet die Funktionstabelle des MURX und der Aquivalenz gleichzeitig: **2 P.**

s_1	s_0	a	$x_1 \leftrightarrow x_0$
0	0	1	1
0	1	e_3	0
1	0	0	0
1	1	e_2	1

Also: $s_0 = x_0$, $s_1 = x_1$, $e_2 = 1$ und $e_3 = 0$ (Vertauschungen möglich).

3. Damit sich überhaupt ein ODER ergeben kann, muss ein Konjunktionsterm verschwinden, die anderen beiden aber erhalten bleiben. Wähle daher $s_0 = 1$. **2 P.**

$$\begin{aligned} a &= \bar{s}_1\bar{1} \vee \bar{s}_1 1 e_3 \vee s_1 1 e_2 \\ &= \bar{s}_1 e_3 \vee s_1 e_2 \\ & \text{Wähle nun } e_2 = 1 \\ &= \bar{s}_1 e_3 \vee s_1 \\ & \text{Vereinfachen} \\ &= e_3 \vee s_1 \end{aligned}$$

Also: $s_0 = 1$, $s_1 = x_1$, $e_2 = 1$ und $e_3 = x_0$ (Vertauschungen möglich).

4. *Eine Lösung:* Zurückführen auf bekanntes vollständiges Operatorensystem $\{\wedge, \vee, \bar{\ }\}$: **2 P.**

$$\begin{aligned} a \vee b &= g(a,b) \\ \bar{a} &= a \leftrightarrow 0 = f(a,0) \\ a \wedge b &= \overline{(\bar{a} \vee \bar{b})} = f(g(f(a,0), f(b,0)), 0) \end{aligned}$$

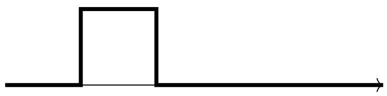
q.e.d.

Lösung 2 (10 Punkte)

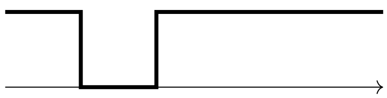
1. Ein Hazardfehler ist eine mehrmalige Änderung der Ausgangsvariablen während eines Übergangs. Ein Hazard dagegen ist eine durch das Schaltnetz gegebene logischstrukturelle Vorbedingung für einen Hazardfehler ohne Berücksichtigung der konkreten Verzögerungswerte. 1 P.

1 P.

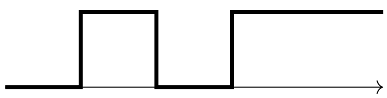
2. i.) Statischer 0-Übergang



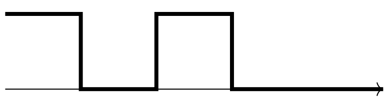
Statischer 1-Übergang



Dynamischer 01-Übergang



Dynamischer 10-Übergang

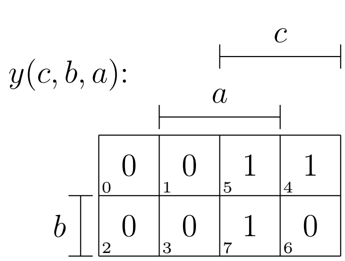


ii.) Strukturhazard und Funktionshazard 1 P.
Dabei können Funktionshazards nicht behoben werden, da sie in der Schaltfunktion begründet sind, wohingegen Strukturhazards durch geeignete Veränderung der Struktur bei gleicher Schaltfunktion behoben werden können

2 P.

3. i.) $(\overline{c}\,\overline{\wedge}\, b)\,\overline{\wedge}\,(\overline{c} \vee \overline{b} \vee a)$
$= \overline{\overline{(\overline{c} \wedge b)} \wedge \overline{(c \wedge b \wedge \overline{a})}}$ | De-Morgan-Gesetze
$= \overline{\overline{(\overline{c} \wedge b) \vee (c \wedge b \wedge \overline{a})}}$ | Doppelte Negation
$= (\overline{c}b) \vee (cb\overline{a})$

ii.) 2 P.



iii.) a) Übergang mit keinem Hazard: $B1 \rightarrow B5$, also $(0,0,1) \rightarrow (1,0,1)$. Hier handelt es sich um einem Übergang bei dem nur eine Eingangsvariable c wechselt $\Rightarrow$ die Folge der Funktionswerte $(0 \rightarrow 1)$ ist monoton $\Rightarrow$ übergang ist frei von Funktionshazards. 1 P.

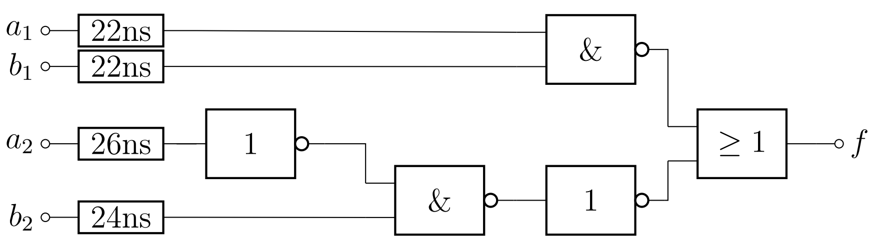
b) Übergang mit einem statischen-0 Funktionshazard: B0 $\rightarrow$ B7, also (0,0,0) $\rightarrow$ (1,1,1). Hier ist $(0 \rightarrow 1 \rightarrow 1 \rightarrow 0)$ eine nicht monotone Folge von der Anfangs- zur Endbelegung. 1 P.

c) Übergang mit einem dynamischen-01 Funktionshazard: B1 $\rightarrow$ B6, also (0,0,1) $\rightarrow$ (1,1,0). Hier ist $(0 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1)$ eine nicht monotone Folge von der Anfangs- zur Endbelegung. 1 P.

Lösung 3 (10 Punkte)

1. Schaltfunktion: $f(b,a) = (a \barwedge b) \vee \overline{(\overline{a} \barwedge b)}$ 1 P.

2. Schaltnetz mit getrenntem Verzögerungs- und Verknüpfungsteil: 2 P.



3. Strukturausdruck: $f_{Str.}(b_2,b_1,a_2,a_1) = (a_1 \barwedge b_1) \vee \overline{(\overline{a_2} \barwedge b_2)}$ 2 P.
   DMF: $f_{Str.}(b_2,b_1,a_2,a_1) = \overline{a_1} \vee \overline{b_1} \vee \overline{a_2}\, b_2$

4. KV-Diagramme: 1 P.

$f(b,a)$:

	$\overline{a}$	a
$\overline{b}$	1 (0)	1 (1)
b	1 (2)	0 (3)

$f(b_2,b_1,a_2,a_1)$:

	$\overline{b_1}\,\overline{a_1}$	$\overline{b_1}\,a_1$	$b_1 a_1$	$b_1\overline{a_1}$
$\overline{b_2}\,\overline{a_2}$	1 (0)	1 (1)	0 (5)	1 (4)
$\overline{b_2}\,a_2$	1 (2)	1 (3)	0 (7)	1 (6)
$b_2 a_2$	1 (10)	1 (11)	0 (15)	1 (14)
$b_2\overline{a_2}$	1 (8)	1 (9)	1 (13)	1 (12)

5. Haszards: 3 P.

   - Übergang $(1,0) \rightarrow (0,1)$: Bei dem Übergang ändern 2 Variablen ihre Werte (a und b), somit existieren $2! = 2$ Wege für den Übergang im KV-Diagramm: $B_2 \rightarrow B_0 \rightarrow B_1$ und $B_2 \rightarrow B_3 \rightarrow B_1$. Der letzte Weg liefert eine nicht monotone Folge mit den zugehörigen Funktionswerte $1 \rightarrow 0 \rightarrow 1$. Also liegt ein $Statischer 1 - Funktionshazard$ vor.

- Übergang $(0,0) \rightarrow (1,0)$: Bei dem Übergang ändert nur b ihren Wert von 1 zu 0 (Übergang mit Einvariablenwechsel). Solche Übergänge sind *stets* frei von Funktionshazards, sie können aber mit Strukturhazards behaftet sein. Bei dem vorgegebenen Übergang ($B_0 \rightarrow B_{12}$) existieren 2 Wege, über B_4 oder B_8, diese sind beide monoton 1. Somit ist der Übergang auch Strukturhazard frei, also insgesamt frei von hazards.
- Übergang $(0,0) \rightarrow (1,1)$: Bei diesem Übergang ändern 2 Variablen ihre Werte (a und b), also wieder 2 mögliche Wege. Diese sind beide monoton, es liegt also kein Funktionshazard vor. Betrachtet man nun die Pfadvariablen, ändern 4 Variablen ihre Werte (b_2, b_1, a_2, a_1), bei dem Übergang von $B_0 \rightarrow B_{15}$ gibt es somit $4! = 24$ Wege. Hier gibt es einen nicht monotonen Weg, $B_0 \rightarrow B_1 \rightarrow B_5 \rightarrow B_{13} \rightarrow B_{15}$ (alternativ: $B_0 \rightarrow B_4 \rightarrow B_5 \rightarrow B_{13} \rightarrow B_{15}$) mit den Funktionswerten $1 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$. Somit liegt ein Dynamischer 10-Strukturhazard vor.

6. Ja, bei dem gefundenen Strukturhazard ändern sich die Variablenwerte in der Reihenfolge: $a_1(B_0 \rightarrow B_1), b_1(B_1 \rightarrow B_5), b_2(B_5 \rightarrow B_{13}), a_2(B_{13} \rightarrow B_{15})$. Dies entspricht auch der Änderungsreihenfolge durch die Verzögerungszeiten der einzelnen Variablen, a_1 und b_1 mit $22ns$ ändern sich als erstes (auch die Reihenfolge erst b_1 dann a_1 führt zu diesem Hazard), dann ändert sich b_2 mit $24ns$ und zuletzt a_2 mit $26ns$ Verzögerung. 1 P.