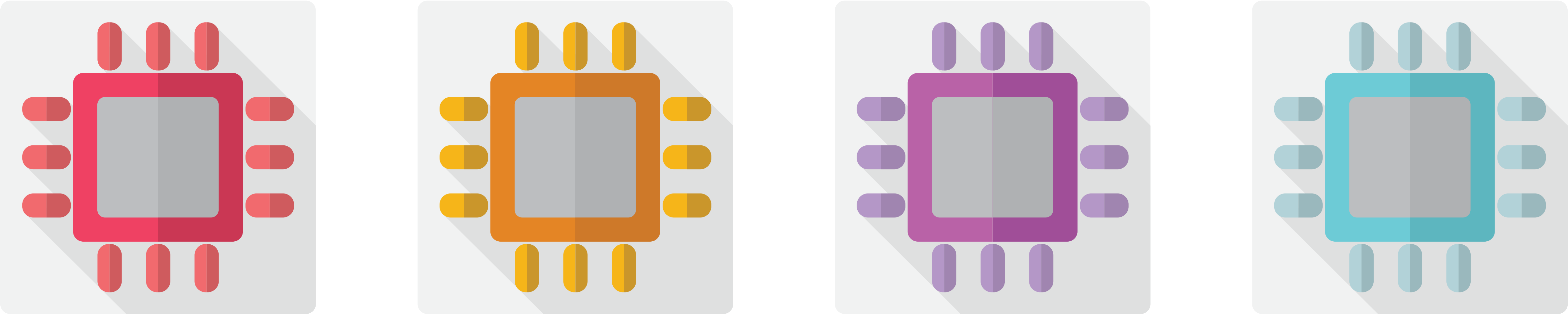
Karlsruher Institut für Technologie

Technische Informatik – SS 2024 – Digitaltechnik und Entwurfsverfahren (TI 1)

Uwe D. Hanebeck, Roman Lehmann

KIT-Fakultät für Informatik, Institut für Technische Informatik (ITEC), Forschungsgruppe für Rechnerarchitektur und Parallelverarbeitung (CAPP)



Übung 2

2. Übung

- Organisation
- Boolesche Algebra
- Boolesche Funktionen
  - Darstellungsformen
- Bestimmung der Normalformen
  - Algebraisch
  - Aus Funktionstabelle
  - Mit Shannonschen Entwicklungssatz
- Aufgaben

Fahrplan der nächsten Wochen

- 16.05.2024 – Vorlesung
- 21.05.2024 – vorlesungsfrei wegen Pfingstwoche
- 23.05.2024 – vorlesungsfrei wegen Pfingstwoche

keine Tutorien

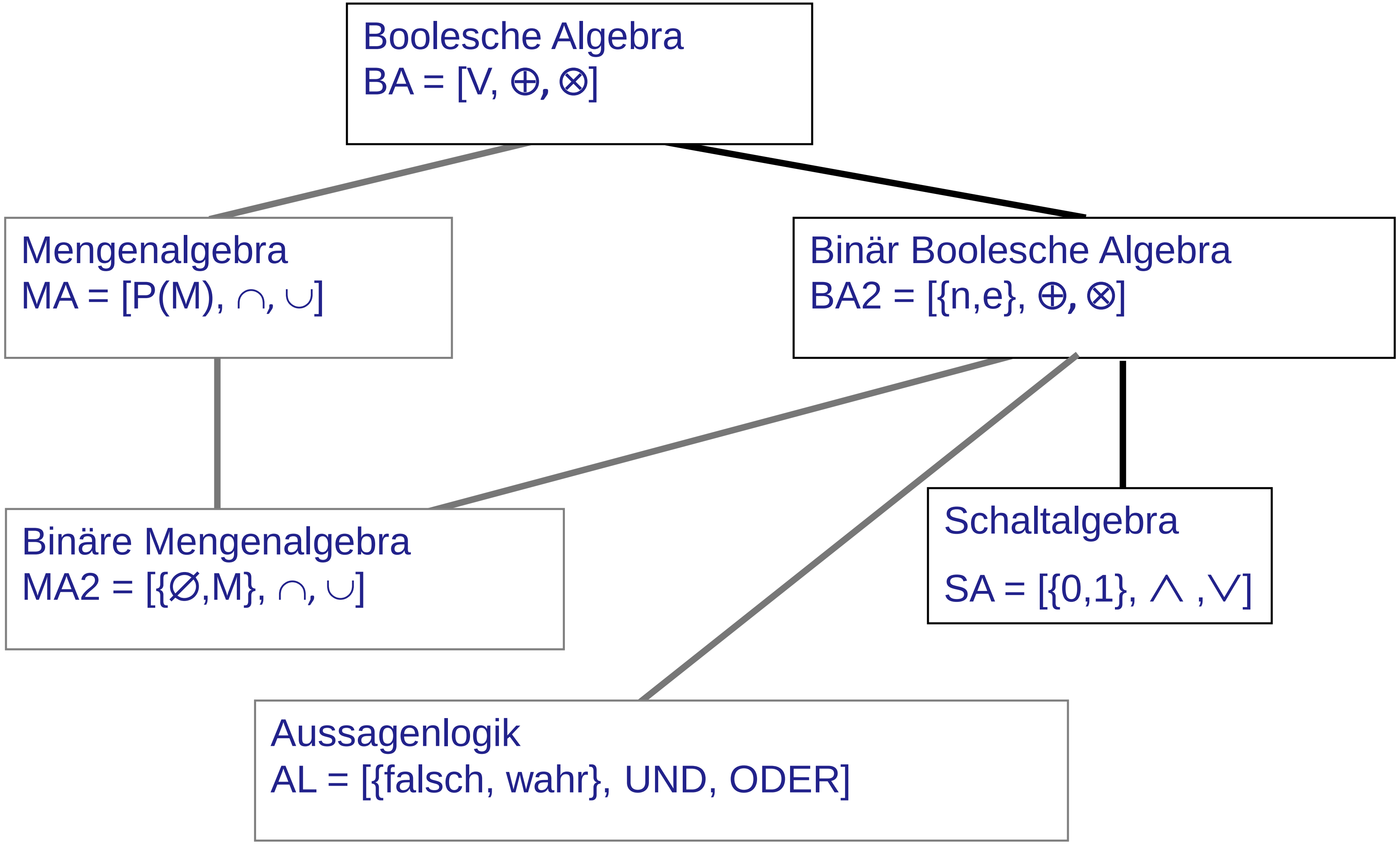
- 27.05.2024 – Abgabe 3. Übungsblatt
- 28.05.2024 – Vorlesung
- 30.05.2024 – vorlesungsfrei, keine Tutorien wegen Fronleichnam

- Alles im Ilias vermerkt

Sonderblatt Gleitkomma zum Selbststudium

- Sonderblatt + Lösung im Ilias zum Thema Gleitkommazahlen
  - Thematik Gleitkommazahlen
  - Unterschied zwischen allgemeiner Definition und IEEE
  - Wird nicht weiter besprochen

Zusammenfassung: Boolesche Algebra



Huntingtonsche Axiome in der Schaltalgebra

H0:	$a \vee b \in \{0,1\}$ $a \wedge b \in \{0,1\}$	Abgeschlossenheit
H1:	$a \vee b = b \vee a$ $a \wedge b = b \wedge a$	Kommutativgesetz
H2:	$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$	Distributivgesetz
H3:	$a \wedge 1 = a$ $a \vee 0 = a$	Existenz neutraler Elemente
H4:	$a \wedge \overline{a} = 0$ $a \vee \overline{a} = 1$	Existenz komplementärer Elemente

Abgeleitete Gesetze der Schaltalgebra

Aus den vier Huntingtonschen Axiomen lassen sich weitere Sätze ableiten:

Assoziativgesetze:

$$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$$
$$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$$

Idempotenzgesetze:

$$a \wedge a = a$$
$$a \vee a = a$$

Absorptionsgesetze:

$$a \wedge (a \vee b) = a$$
$$a \vee (a \wedge b) = a$$

DeMorgan-Gesetze:

$$\overline{a \wedge b} = \overline{a} \vee \overline{b}$$
$$\overline{a \vee b} = \overline{a} \wedge \overline{b}$$

Dualitätsprinzip

Dualitätsprinzip:

Man ersetze: $\vee \leftrightarrow \wedge$ **0 ↔ 1**

Man belasse: **a ↔ a** **ā ↔ ā**

H1:

$$a \vee b = b \vee a$$
$$a \wedge b = b \wedge a$$

H2:

$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$
$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

H3:

$$a \vee 0 = a$$
$$a \wedge 1 = a$$

H4:

$$a \wedge \overline{a} = 0$$
$$a \vee \overline{a} = 1$$

Aufgabe 1

Beweisen Sie die beiden Idempotenzgesetze:

- $a \wedge a = a$
- $a \vee a = a$

Aufgabe 1

Dualitätsprinzip:

Man ersetze $\wedge \leftrightarrow \vee$ $\quad \mathbf{0} \leftrightarrow \mathbf{1}$

Man belasse $\boldsymbol{a} \leftrightarrow \boldsymbol{a}$ $\quad \overline{\boldsymbol{a}} \leftrightarrow \overline{\boldsymbol{a}}$

$$
\begin{aligned}
a \wedge a &\overset{H3}{=} (a \wedge a) \vee 0 \\
&\overset{H4}{=} (a \wedge a) \vee (a \wedge \overline{a}) \\
&\overset{H2}{=} a \wedge (a \vee \overline{a}) \\
&\overset{H4}{=} a \wedge 1 \\
&\overset{H3}{=} a \qquad \text{q.e.d.}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
a \vee a &\overset{H3}{=} (a \vee a) \wedge 1 \\
&\overset{H4}{=} (a \vee a) \wedge (a \vee \overline{a}) \\
&\overset{H2}{=} a \vee (a \wedge \overline{a}) \\
&\overset{H4}{=} a \vee 0 \\
&\overset{H3}{=} a \qquad \text{q.e.d.}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2

Beweisen Sie die beiden Absorptionsgesetze:

$$a \wedge (a \vee b) = a$$
$$a \vee (a \wedge b) = a$$

Aufgabe 3

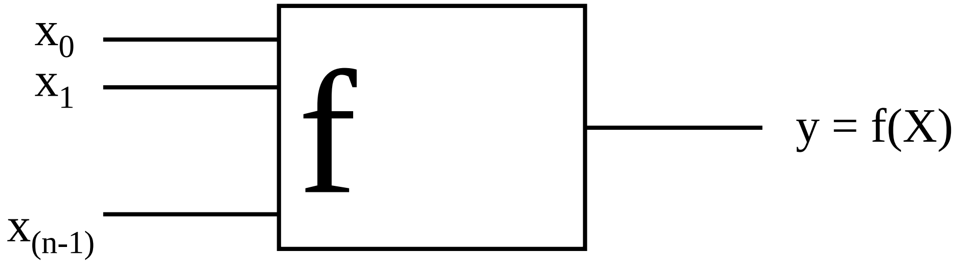
Beweisen Sie die die folgende Behauptung:

$$\left.\begin{array}{l} a \vee b = a \vee c \\ a \wedge b = a \wedge c \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad b = c$$

Boolesche Funktionen

Binäre Funktionen **binärer** Variablen

$$f : \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$$



n unabhängige Eingangsvariablen: $x_i \in \{0,1\}$ $\quad i = 0, \ldots, n-1$

2^n spezielle Eingangsbelegungen: $B_i \in \{0,1\}^n$ $\quad i = 0, \ldots, 2^n - 1$

1 abhängige Ausgangsvariable: $y \in \{0,1\}$

n Eingangsvariablen: $\Rightarrow 2^{2^n}$ Funktionen

Zweistellige Boolesche Funktionen

$$f : \{0,1\} \times \{0,1\} \rightarrow \{0,1\}$$

Darstellung Boolescher Funktionen

- durch eine Funktionstabelle
- durch einen algebraischen Ausdruck (symbolische Form)

Beispiel: Funktionstabelle

a	b	f
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

symbolische Form

$$f = a \wedge b$$

Darstellung als Abbildung

16 mögliche zweistellige boolesche Funktionen

x_1 x_0	0 0 1 1 0 1 0 1	verbale Form	symbolische Darstellung	Bezeichnung
f_0	0 0 0 0	konstant 0	0	Nullfunktion/Kontradiktion
f_1	0 0 0 1	x_1 und x_0	$x_1 \wedge x_0$	Konjunktion
f_2	0 0 1 0	nicht x_0, aber x_1	$x_1 \wedge \overline{x_0}$	Inhibition
f_3	0 0 1 1	identisch x_1	x_1	Identität
f_4	0 1 0 0	nicht x_1, aber x_0	$\overline{x_1} \wedge x_0$	Inhibition
f_5	0 1 0 1	identisch x_0	x_0	Identität
f_6	0 1 1 0	x_1 ungleich x_0	$x_1 \not\leftrightarrow x_0$	Antivalenz
f_7	0 1 1 1	x_1 oder x_0	$x_1 \vee x_0$	Disjunktion
f_8	1 0 0 0	nicht (x_1 oder x_0)	$x_1 \overline{\vee} x_0$	NOR-Funktion
f_9	1 0 0 1	x_1 gleich x_0	$x_1 \leftrightarrow x_0$	Äquivalenz
f_{10}	1 0 1 0	nicht x_0	$\overline{x_0}$	Negation
f_{11}	1 0 1 1	wenn x_0, dann x_1	$x_0 \rightarrow x_1$	Implikation
f_{12}	1 1 0 0	nicht x_1	$\overline{x_1}$	Negation
f_{13}	1 1 0 1	wenn x_1, dann x_0	$x_1 \rightarrow x_0$	Implikation
f_{14}	1 1 1 0	nicht (x_1 und x_0)	$x_1 \overline{\wedge} x_0$	NAND-Funktion
f_{15}	1 1 1 1	konstant 1	1	Tautologie

„Negation vor Konjunktion, Konjunktion vor Disjunktion“

Dreistellige Funktionen

Normalformen

- Eine Boolesche Funktion kann durch verschiedene boolesche Ausdrücke beschrieben werden.
- Eine Standarddarstellung Boolescher Funktionen im vollständigen Operatorensystem $\left(\wedge, \vee, \overline{}\right)$ ist die konjunktive Normalform (KNF) und die disjunktive Normalform (DNF)
- DNF: Disjunktion aller Minterme

$$\boldsymbol{y = K_0 \vee K_1 \vee \cdots \vee K_{k-1}}$$

- KNF: Konjunktion aller Maxterme

$$\boldsymbol{y = D_0 \wedge D_1 \wedge \cdots \wedge D_{k-1}}$$

DNF und KNF (1)

Disjunktive und konjunktive Normalformen sind **eindeutige** Darstellungen!

Beispiel:

$$y = a\,\overline{b} \vee c$$

DNF und KNF (2)

DNF: $y = \bar{c}\bar{b}a \vee c\bar{b}\bar{a} \vee c\bar{b}a \vee cb\bar{a} \vee cba$

KNF: $y = (c \vee b \vee a) \wedge \left(c \vee \bar{b} \vee a\right) \wedge (c \vee \bar{b} \vee \bar{a})$

Normalformen

- Normalformen ermöglichen eine Realisierung Boolescher Funktionen als zweistufige Schaltungen

Zweistufige Disjunktive Schaltungen

Ausgangspunkt: DNF

$$y = K_0 \vee K_1 \vee \ldots \vee K_{k\text{-}1}$$

Zweistufige Konjunktive Schaltungen

Ausgangspunkt: KNF

$$y = D_0 \wedge D_1 \wedge \dots \wedge D_{k\text{-}1}$$

DNF oder KNF aus beliebiger Form

- Um Funktionen aus der DF bzw. KF in die DNF bzw. KNF zu überführen, ist der **Shannonsche Entwicklungssatz** behilflich.

- Entwicklung nach der Variablen $\boldsymbol{x_i}$:
  - die Variable wird in der Funktion auf den Wert **1** gesetzt,
  - der entstehende Term konjunktiv mit $\boldsymbol{x_i}$ verknüpft,
- $\vee$ -verknüpft mit:
  - die Variable wird in der Funktion auf den Wert **0** gesetzt und
  - der entstehende Term konjunktiv mit $\boldsymbol{\overline{x}_i}$ verknüpft

$$
\begin{aligned}
y &= f(x_1, \ldots, x_n) \\
&= \left[x_i \wedge f(x_1, \ldots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \ldots, x_n)\right] \vee \left[\overline{x_i} \wedge f(x_1, \ldots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \ldots, x_n)\right]
\end{aligned}
$$

Aufgabe 4

Die folgende boolesche Funktion soll in eine disjunktive Form nach den Variablen **a, b, c** und **d** in dieser Reihenfolge entwickelt werden, jedoch höchstens solange, bis die Restfunktionen nur noch aus einer Variablen bestehen.

$$f(d,c,b,a) = (a \vee b) \wedge (\overline{c \vee d}) \vee (\overline{c}\,\overline{d} \vee a\,b) \wedge (\overline{c} \vee \overline{d})$$

Entwickeln Sie f(d,c,b,a) schrittweise. Vereinfachen Sie die jeweils gefundenen Restfunktionen nur mit folgenden Regeln:

Aufgabe 4

- Idempotenzgesetz: $a \vee a = a \qquad a \wedge a = a$

- Rechenregeln für logische Ausdrücke mit Konstanten:

$$\begin{array}{lll} 1 \vee a = 1 & 0 \vee a = a & a \vee \bar{a} = 1 \\ 0 \wedge a = 0 & 1 \wedge a = a & a \wedge \bar{a} = 0 \end{array}$$

$$f(d, c, b, a) = (a \vee b) \wedge (\overline{c \vee d}) \vee (\bar{c}\,\bar{d} \vee a\,b) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})$$

Shannonscher Entwicklungssatz:

$$\begin{aligned} f(x_1, \ldots, x_n) &= [\, x_i \wedge f(x_1, \ldots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \ldots, x_n)\,] \vee \\ &= [\, \overline{x_i} \wedge f(x_1, \ldots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \ldots, x_n)\,] \end{aligned}$$

Aufgabe 4

$$f(d,c,b,a) = (a \vee b) \wedge (\overline{c \vee d}) \vee (\bar{c}\,\bar{d} \vee a\,b) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})$$

Entwicklung nach a:

$$\begin{aligned} f(d,c,b,a) = \quad & (a \vee b) \wedge \overline{(c \vee d)} \vee \left(\bar{c}\bar{d} \vee ab\right) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d}) \\ = \quad & a\left[(1 \vee b) \wedge \overline{(c \vee d)} \vee \left(\bar{c}\bar{d} \vee 1b\right) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})\right] \ \vee \\ & \bar{a}\left[(0 \vee b) \wedge \overline{(c \vee d)} \vee \left(\bar{c}\bar{d} \vee 0b\right) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})\right] \\ = \quad & \underbrace{a\left[\overline{(c \vee d)} \vee \left(\bar{c}\bar{d} \vee b\right) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})\right] \ \vee \bar{a}\left[(b) \wedge \overline{(c \vee d)} \vee \left(\bar{c}\bar{d}\right) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})\right]}_{\text{Restfunktionen nach b entwickeln}} \end{aligned}$$

Aufgabe 4

$$
\begin{aligned}
= \quad & a \quad [(\overline{c \lor d}) \lor (\overline{c}\,\overline{d} \lor b) \land (\overline{c} \lor \overline{d})] \quad \lor \\
& \overline{a} \quad [(b) \land (\overline{c \lor d}) \lor (\overline{c}\,\overline{d}) \land (\overline{c} \lor \overline{d})]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
= \quad & a\,b \quad [(\overline{c \lor d}) \lor (\overline{c}\,\overline{d} \lor 1) \land (\overline{c} \lor \overline{d})] \quad \lor \\
& a\,\overline{b} \quad [(\overline{c \lor d}) \lor (\overline{c}\,\overline{d} \lor 0) \land (\overline{c} \lor \overline{d})] \quad \lor \\
& \overline{a}\,b \quad [(1) \land (\overline{c \lor d}) \lor (\overline{c}\,\overline{d}) \land (\overline{c} \lor \overline{d})] \quad \lor \\
& \overline{a}\,\overline{b} \quad [(0) \land (\overline{c \lor d}) \lor (\overline{c}\,\overline{d}) \land (\overline{c} \lor \overline{d})]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
= \quad & a\,b \quad [(\overline{c \lor d}) \lor (\overline{c} \lor \overline{d})] \quad \lor \\
& a\,\overline{b} \quad [(\overline{c \lor d}) \lor (\overline{c}\,\overline{d}) \land (\overline{c} \lor \overline{d})] \quad \lor \\
& \overline{a}\,b \quad [(\overline{c \lor d}) \lor (\overline{c}\,\overline{d}) \land (\overline{c} \lor \overline{d})] \quad \lor
\end{aligned}
$$

Aufgabe 4

Restfunktionen nach c entwickeln:

$$
\begin{aligned}
= \quad & a\,b \quad [(\overline{c \vee d}) \vee (\bar{c} \vee \bar{d})] \quad \vee \\
& a\,\bar{b} \quad [(\overline{c \vee d}) \vee (\bar{c}\,\bar{d}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})] \quad \vee \\
& \bar{a}\,b \quad [(\overline{c \vee d}) \vee (\bar{c}\,\bar{d}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})] \quad \vee \quad \bar{a}\bar{b} \quad [(\bar{c}\bar{d}) \wedge (\bar{c} \vee \bar{d})]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
= \quad & a\,b\,c \quad [(\overline{1 \vee d}) \vee (\bar{1} \vee \bar{d})] \quad \vee\, a\,b\,\bar{c} \quad [(\overline{0 \vee d}) \vee (\bar{0} \vee \bar{d})] \quad \vee \\
& a\,\bar{b}\,c \quad [(\overline{1 \vee d}) \vee (\bar{1}\,\bar{d}) \wedge (\bar{1} \vee \bar{d})] \quad \vee \\
& a\,\bar{b}\,\bar{c} \quad [(\overline{0 \vee d}) \vee (\bar{0}\,\bar{d}) \wedge (\bar{0} \vee \bar{d})] \quad \vee \\
& \bar{a}\,b\,c \quad [(\overline{1 \vee d}) \vee (\bar{1}\,\bar{d}) \wedge (\bar{1} \vee \bar{d})] \quad \vee \\
& \bar{a}\,b\,\bar{c} \quad [(\overline{0 \vee d}) \vee (\bar{0}\,\bar{d}) \wedge (\bar{0} \vee \bar{d})] \quad \vee \\
& \bar{a}\bar{b}c \quad [(\bar{1}\bar{d}) \wedge (\bar{1} \vee \bar{d})] \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}\, [(\bar{0}\bar{d}) \wedge (\bar{0} \vee \bar{d})]
\end{aligned}
$$

Aufgabe 4

$$
\begin{aligned}
f(d,c,b,a) \quad = \quad & abc\overline{d} \vee ab\overline{c}1 \vee a\overline{b}c0 \vee a\overline{b}\overline{c}\overline{d} \quad \vee \\
& \overline{a}bc0 \vee \overline{a}b\overline{c}\overline{d} \vee \overline{a}\overline{b}c0 \vee \overline{a}\overline{b}\overline{c}\overline{d}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f(d,c,b,a) \quad = \quad & abc\overline{d} \vee ab\overline{c}(d \vee \overline{d}) \vee a\overline{b}\overline{c}\overline{d} \quad \vee \\
& \overline{a}b\overline{c}\overline{d} \vee \overline{a}\overline{b}\overline{c}\overline{d}
\end{aligned}
$$

Disjunktive Normalform:

$$
\begin{aligned}
f(d,c,b,a) \quad = \quad & abc\overline{d} \vee ab\overline{c}d \vee ab\overline{c}\overline{d} \vee a\overline{b}\overline{c}\overline{d} \quad \vee \\
& \overline{a}b\overline{c}\overline{d} \vee \overline{a}\overline{b}\overline{c}\overline{d}
\end{aligned}
$$

Dualitätsprinzip:

Man ersetze	$\vee \leftrightarrow \wedge$	$0 \leftrightarrow 1$
Man belasse	$a \leftrightarrow a$	$\overline{a} \leftrightarrow \overline{a}$

Shannonscher Entwicklungssatz:

Disjunktive Form:

$$\begin{aligned} f(x_1, \ldots, x_n) &= [\, x_i \wedge f(x_1, \ldots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \ldots, x_n) \,] \vee \\ & \quad [\, \overline{x_i} \wedge f(x_1, \ldots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \ldots, x_n) \,] \end{aligned}$$

Konjunktive Form:

$$\begin{aligned} f(x_1, \ldots, x_n) &= [\, x_i \vee f(x_1, \ldots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \ldots, x_n) \,] \wedge \\ & \quad [\, \overline{x_i} \vee f(x_1, \ldots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \ldots, x_n) \,] \end{aligned}$$

Aufgabe 5

Die folgende boolesche Funktion soll in eine konjunktive Normalform mit Hilfe des Entwicklungssatzes überführt werden:

$$f(c, b, a) = (a \vee b) \leftrightarrow (c \vee (a \nleftrightarrow c))$$

Aufgabe 6: ”Farmers Dilemma”

Farmer, Wolf, Ziege und ein Kohlkopf befinden sich auf einer Flussseite. Der Farmer besitzt ein Boot, welches ihn selbst sowie einen weiteren Gegenstand trägt. Er möchte nun mit allen Gütern auf die andere Seite des Flusses gelangen. Unglücklicherweise frisst der Wolf die Ziege bzw. die Ziege den Kohlkopf, wenn er diese unbeaufsichtigt lässt. Zur Vereinfachung sei angenommen, dass die Überfahrt keine Zeit benötigt, der Bauer also entweder am linken oder am rechten Ufer ist.

Damit nun der Bauer nicht versehentlich Wolf und Ziege bzw. Ziege und Kohl allein lässt, soll ein Warnsystem aufgebaut werden, welches in diesen Fällen Alarm auslöst.

Die Buchstaben **f, w, z,** und **k** bezeichnen Farmer, Wolf, Ziege und den Kohlkopf. Ist der Wert einer solchen Variablen **0 (1)**, dann befindet sich der entsprechende Gegenstand auf der **linken** (**rechten**) Flussseite.

- Geben Sie die Funktionstabelle der Alarmfunktion **a(f,w,z,k)** an

Lösung

Funktionstabelle:

f	w	z	k	a
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

- DNF?
- KNF?
- Dilemma-Lösung ?

DNF: Farmers Dilemma

f	w	z	k	a
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

KNF: Farmers Dilemma

f	w	z	k	a
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Lösung Farmers Dilemma

f	w	z	k	a
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1

f	w	z	k	a
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Aufgabe 7

Bestimmen Sie die beiden Normalformen der Schaltfunktion

$$f(c,b,a) = \overline{c} \vee b\overline{a}$$

c	b	a	f
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Aufgabe 8

Es soll eine Notstop-Schaltung für einen mobilen Roboter realisiert werden. Der Roboter hat drei Sensoren, die drohende Kollisionen mit Hindernissen erkennen. Der Roboter darf weiterfahren, wenn zwei Sensoren keine Kollisionsgefahr melden.

- Geben Sie die Schaltfunktion der Schaltung in disjunktiver Normalform an
- Vereinfachen Sie die DNF soweit wie möglich

Aufgabe 8

s_2	s_1	s_0	f
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Aufgabe 9

Es soll eine Schaltnetz entworfen werden, das die Summe von zwei Dualziffern a_i und b_i addiert und dabei den Übertrag c_{in} aus der vorhergehenden Stelle berücksichtigt. Ausgabevariablen sind die Summe s_i und der bei der Addition evtl. entstehende Übertrag c_{out} .

- Geben Sie die Funktionstabelle an
- Geben Sie die DNF von s_i an
- Geben Sie die KNF von c_{out} an

Aufgabe 9

Funktionstabelle

a_i	b_i	c_{in}	s_i	c_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Aufgabe 9

DNF von s_i

a_i	b_i	c_{in}	s_i	c_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Aufgabe 9

KNF von c_{out}

a_i	b_i	c_{in}	s_i	c_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1