

## Digitaltechnik und Entwurfsverfahren im Sommersemester 2024

Aufgaben zu den Tutorien in der Woche  
vom 10. bis 14. Juni 2024

Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck  
Geb. 50.20, Rm. 140

Roman Lehmann, M. Sc.  
Geb. 07.21, Rm. B2-314.1

Email: roman.lehmann@kit.edu

### Lernziele:

- Darstellung einer Funktion im KV-Diagramm
- Warum möchte man Schaltfunktionen überhaupt minimieren? (ökonomische Entwurfskriterien bzw. Kostenminimierung)
- Grafische Minimierung mit Hilfe von KV-Diagrammen
  - Wie wird ein KV-Diagramm für eine bestimmte Variablenzahl-/reihenfolge konstruiert und die Schaltfunktion eingetragen?
  - Wie findet man Primblöcke im KV-Diagramm? Dann bilden einer disjunktiven bzw. konjunktiven Minimalform aus geeigneten Eins- bzw. Null-Primblöcken (s.u.).
  - Vorgehensweise bei unvollständig definierten Schaltfunktionen? (→ Don't-Care-Stellen werden verfügt, um möglichst große Primblöcke, d.h. kurze Terme, zu erhalten)
- Die Minimierung besteht aus zwei Schritten:
  - Bestimmung aller Primterme (Primimplikanten bzw. Primimplikate) mit Hilfe von KV-Diagrammen. **Diese bestimmen alle Primterme der Funktion, aber noch keine Minimalform.**
  - Auswahl einer geeigneten Menge dieser Primterme zur Überdeckung der zu minimierenden Funktion:
    - \* Welche Primterme sind Kernprimterme?
    - \* Welche Stellen der Funktion werden durch die Primterme nicht überdeckt?
    - \* Welche weiteren Primterme können noch herangezogen werden, um alle Stellen der Funktion zu überdecken (Wahlprimterme)?
    - \* Alle Primterme, deren Stellen vollständig durch Kernprimterme überdeckt werden, sind so genannte *entbehrliche* Primterme.
- Tabellarische Minimierungsverfahren (Quine-McCluskey-Verfahren und Consensus-Verfahren) → Nächste Woche

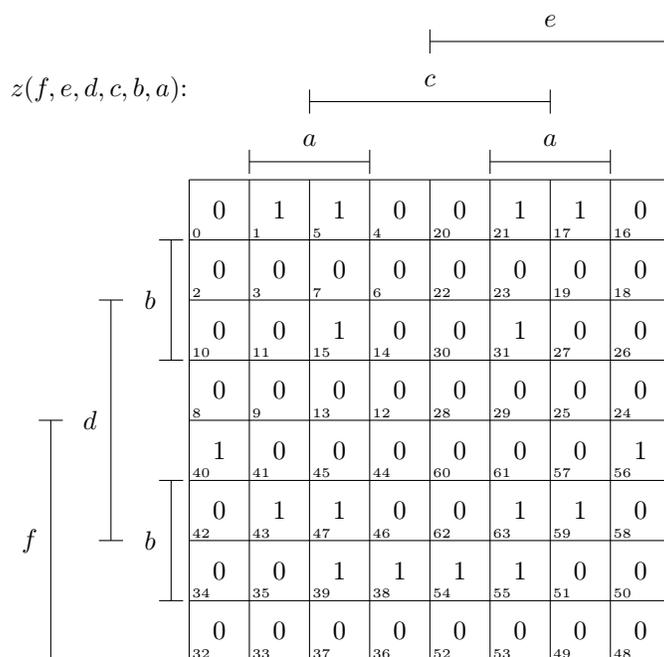
Aufgabe 1

1. Zeichnen Sie ein (leeres) KV-Diagramm für eine sechsstellige Funktion  $z(f, e, d, c, b, a)$ . Vergessen Sie hierbei nicht die Nummerierung der Felder des KV-Diagramms.
2.  $z$  sei nun vollständig definiert durch seine Minterme:

$$z(f, e, d, c, b, a) = \text{MINt}(1, 5, 21, 17, 15, 31, 40, 43, 39, 38, 54, 55, 59, 56, 47, 63)$$

Zeichnen Sie die Funktionswerte von  $z$  in das KV-Diagramm ein.

Lösung 1



Aufgabe 2

Eine unvollständig spezifizierte Schaltfunktion  $y = f(x_3, x_2, x_1, x_0)$  sei gegeben durch ihre Minterme und Maxterme

$$y = \text{MAXt}\{0, 1, 2, 6, 9, 10\}$$

$$y = \text{MINt}\{3, 4, 5, 11, 12, 13\}$$

1. Geben Sie die disjunktive Minimalform (DMF) der Funktion  $y$  an.
2. Geben Sie die konjunktive Minimalform (KMF) der Funktion  $y$  an.

Lösung 2

1. DMF:  $y = x_1 x_0 \vee x_2 \bar{x}_1$

		$x_0$		
		0	1	
$x_1$	0	0	1	1
	0	1	-	0
	0	1	-	-
	-	0	1	1
			$x_2$	
				$x_3$

2. KMF:  $y = (\bar{x}_1 \vee x_0) (x_2 \vee x_1)$

		$x_0$		
		0	1	
$x_1$	0	0	1	1
	0	1	-	0
	0	1	-	-
	-	0	1	1
			$x_2$	
				$x_3$

Aufgabe 3

Eine Schaltfunktion  $y = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$  ist durch das KV-Diagramm in Abbildung 1 gegeben.

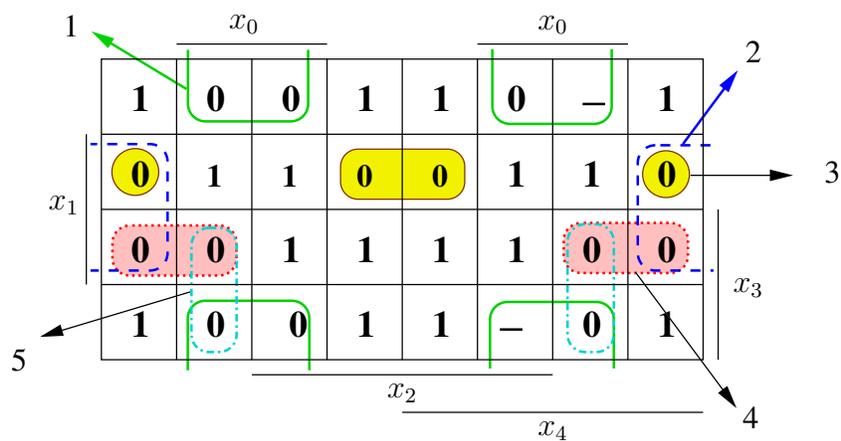
	$x_0$				$x_0$			
	1	0	0	1	1	0	—	1
$x_1$	0	1	1	0	0	1	1	0
	0	0	1	1	1	1	0	0
	1	0	0	1	1	—	0	1
	$x_2$				$x_4$			

Abbildung 1: KV-Diagramm der Schaltfunktion  $y = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$

1. Ermitteln Sie graphisch alle Primimplikate der Funktion  $y$ . Zeichnen Sie die zugehörigen Prim-Nullblöcke klar und eindeutig in ein KV-Diagramm ein.
2. Bestimmen Sie eine KMF von  $y$ .

Lösung 3

1. Primimplikate von  $y$ :



1.  $(x_1 \vee \bar{x}_0)$
2.  $(x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0)$
3.  $(x_3 \vee \bar{x}_1 \vee x_0)$
4.  $(\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1)$
5.  $(\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_0)$

2. Minimalform von  $y$ :

KMF:  $y = (x_1 \vee \bar{x}_0)(x_3 \vee \bar{x}_1 \vee x_0)(\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1)$

Aufgabe 4

1. Ermitteln Sie graphisch alle Primimplikanten der Funktion  $y$  aus Aufgabe 3. Zeichnen Sie die zugehörigen Prim-Einsblöcke klar und eindeutig in ein KV-Diagramm ein.
2. Bestimmen Sie eine DMF von  $y$ .

Lösung 4

....

Aufgabe 5

Eine unvollständig definierte Schaltfunktion  $f(e, d, c, b, a)$  sei gegeben durch ihre Null- und Einsstellen

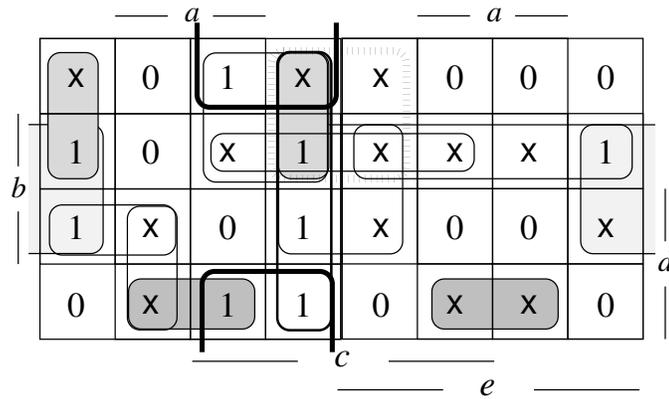
$$f(e, d, c, b, a) = \text{MINt}(2, 5, 6, 10, 12, 13, 14, 18)$$

$$f(e, d, c, b, a) = \text{MAXt}(1, 3, 8, 15, 16, 17, 21, 24, 27, 28, 31)$$

1. Zeichnen Sie ein KV-Diagramm und tragen Sie die Minterme und Maxterme von  $f$  ein.
2. Bestimmen Sie unter Ausnutzung von den „don't care“-Belegungen je eine disjunktive und eine konjunktive Minimalform von  $f$ .

Lösung 5

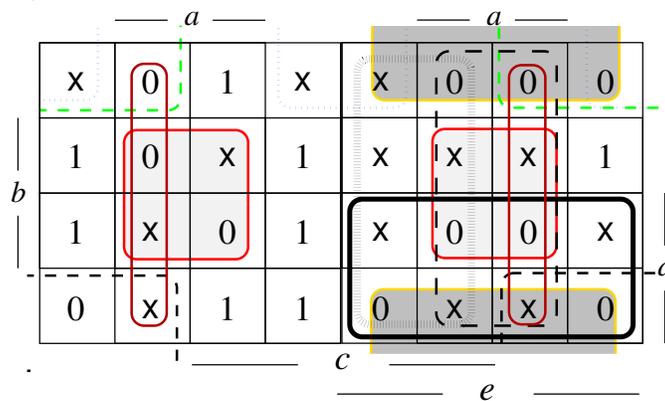
1. KV-Diagramm:



Primimplikanten:

$$b\bar{a}, e\bar{d}b, \bar{e}c\bar{a}, \bar{e}\bar{d}c, \bar{d}c\bar{a}, d\bar{b}a, \bar{e}\bar{d}\bar{a}$$

$$\bar{e}d\bar{c}b, \bar{e}d\bar{c}a, c\bar{b}\bar{e}, \bar{d}cb$$



Primimplikante:

$$(c \vee b), (c \vee \bar{a}), (\bar{e} \vee b), (\bar{e} \vee \bar{a}), (\bar{e} \vee \bar{c}), (\bar{b} \vee \bar{a}), (\bar{e} \vee \bar{d}), (d \vee b \vee a)$$

2. DMF:  $y = b\bar{a} \vee \bar{e}c\bar{b}$

KMF:  $y = (\bar{e} \vee b)(\bar{b} \vee \bar{a})(c \vee b)$