

Digitaltechnik und Entwurfsverfahren im Sommersemester 2024

Aufgaben zu den Tutorien in der Woche
vom 24. bis 28. Juni 2024

Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck
Geb. 50.20, Rm. 140

Roman Lehmann, M. Sc.
Geb. 07.21, Rm. B2-314.1

Email: roman.lehmann@kit.edu

Lernziele:

- Realisierung von Funktion mit Multiplexern, Dekodern und Speicherbausteinen (Funktionsweise, Schaltsymbole, Bedeutung der Eingänge, charakteristische Gleichungen usw.)
- Laufzeiteffekte in Schaltungen:
 - Totzeitmodell
 - Statische und dynamische Übergänge
 - Hazards, Hazardfehler
 - Funktions- und Strukturhazards
 - Behebungsmaßnahmen, Satz von Eichelberger

Aufgabe 1

Gegeben sei das Multiplexer-Schaltnetz nach Abbildung 1.

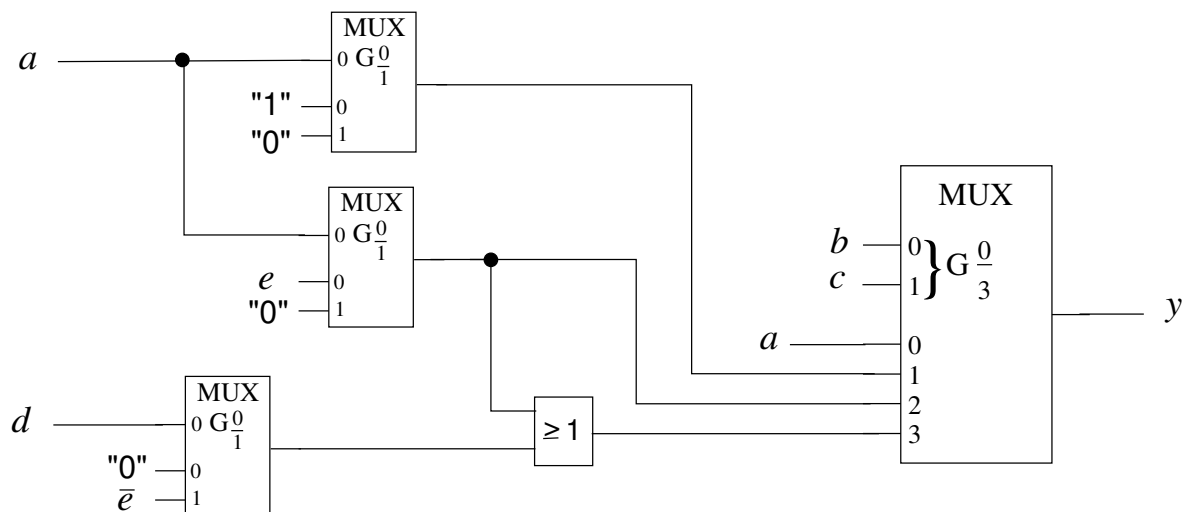


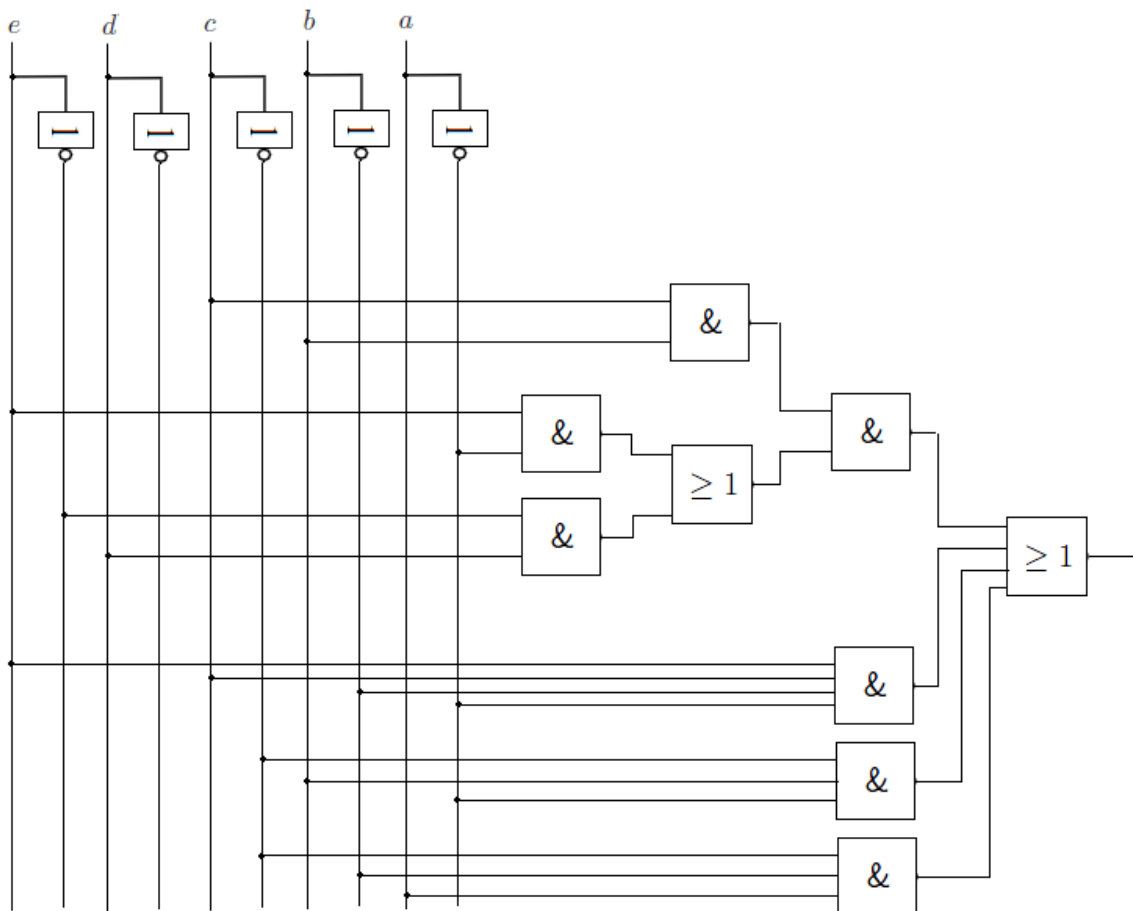
Abbildung 1: Multiplexer-Schaltnetz

1. Ermitteln Sie aus dem Multiplexer-Schaltnetz den booleschen Ausdruck für die Schaltfunktion $y = f(e, d, c, b, a)$ und formen Sie diesen nach den Regeln der Booleschen Algebra in eine zweistufige disjunktive Form um. Vereinfachen Sie das Ergebnis soweit wie möglich.
2. Zeichnen Sie das Gatterschaltnetz der Funktion y .
3. Geben Sie eine DMF d der Funktion y an.
4. Zeichnen Sie das Gatterschaltnetz der zuvor bestimmten DMF d .

Lösung 1

1. Schaltfunktion:

$$\begin{aligned}
 y = f(e, d, c, b, a) &= \bar{c} \bar{b} (a) \vee \bar{c} b (\bar{a}) \vee c \bar{b} (e \bar{a}) \vee c b (e \bar{a} \vee \bar{e} d) \\
 &= \bar{c} \bar{b} a \vee \bar{c} b \bar{a} \vee \underbrace{c \bar{b} e \bar{a} \vee c b e \bar{a}}_{= e c \bar{a}} \vee c b \bar{e} d \\
 &= \bar{c} \bar{b} a \vee \bar{c} b \bar{a} \vee e c \bar{a} \vee c b \bar{e} d
 \end{aligned}$$

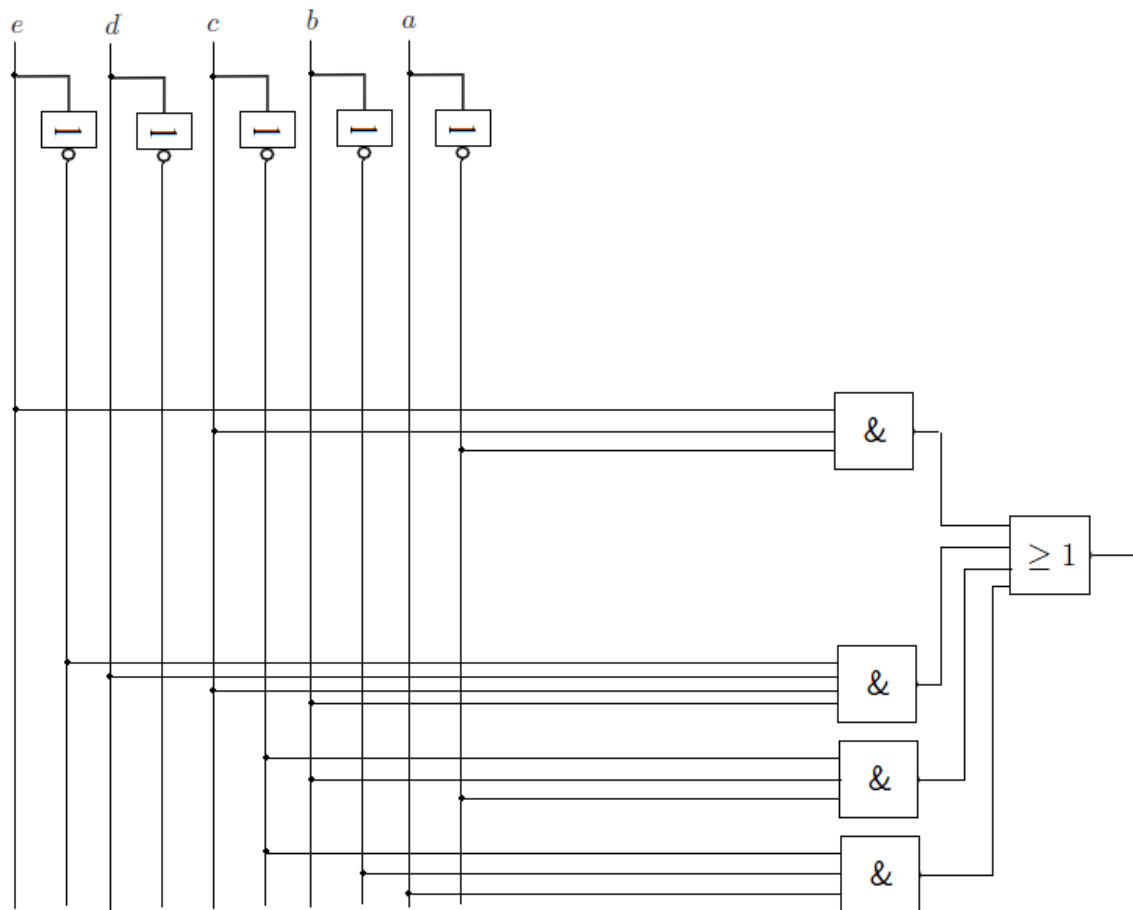
2. Gatterschaltnetz der Schaltfunktion y :

3. Disjunktive Minimalform d der Schaltfunktion y :

	a				a			
	0	1	0	0	1	0	1	0
b	1	0	0	0	1	0	0	1
	1	0	1	1	1	0	0	1
	0	1	0	0	1	0	1	0
	c				e			

d

4. Gatterschaltnetz der DMF d :



Aufgabe 2

Die folgenden in disjunktiver Form angegebenen Funktionen sollen mit einem PLA-Baustein realisiert werden:

$$x = \bar{d} \bar{c} b \vee \bar{d} c a \vee d c b \vee d \bar{c} a$$

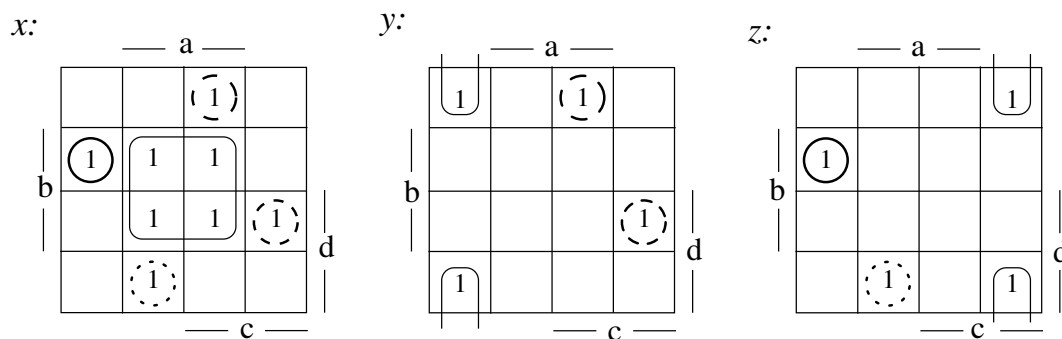
$$y = \bar{c} \bar{b} \bar{a} \vee \bar{d} c \bar{b} a \vee d c b \bar{a}$$

$$z = c \bar{b} \bar{a} \vee \bar{d} \bar{c} b \bar{a} \vee d \bar{c} \bar{b} a$$

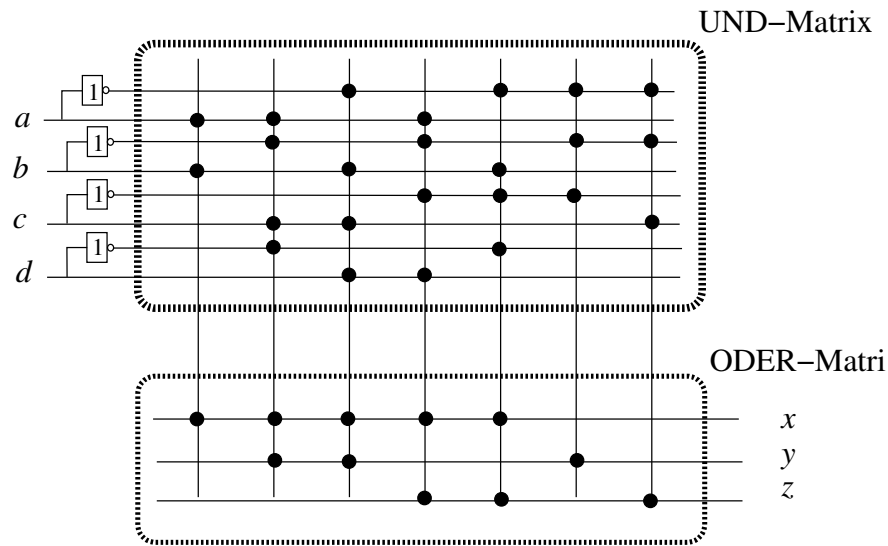
1. Was muss man tun, um den Realisierungsaufwand zu optimieren?
2. Minimieren Sie die drei Funktionen unabhängig voneinander (falls möglich)! Wie viele Produktterme enthält jede Funktion? Gibt es Produktterme, die von mehreren Funktionen gleichzeitig verwendet werden könnten? Wie viele Produktterme müssten im PLA realisiert werden?
3. Minimieren Sie das Funktionsbündel mit Hilfe von KV-Diagrammen so, dass für den PLA-Baustein eine optimale Lösung gefunden wird. Wie viele Terme müssen jetzt im PLA realisiert werden?
4. Zeichnen Sie das PLA entsprechend der Lösung von Teilaufgabe 3.3.

Lösung 2

1. Man muss die insgesamt zu realisierenden Konjunktionsterme minimieren. Dies führt dazu, dass sowohl die UND- als auch die ODER-Matrix möglichst klein werden.
2. Alle drei Funktionen lassen sich nicht weiter minimieren. x enthält 4, y und z enthalten jeweils 3 Konjunktionsterme. In der vorliegenden Form existieren keine Koppelsterme im angegebenen Funktionsbündel. Kein Term der einen Funktion kann zur Realisierung einer anderen Funktion verwendet werden. Aus diesem Grund müssen im PLA 10 Terme realisiert werden.
3. Bündelminimierung: Wenn man also die Funktionen gemeinsam minimiert, dann müssen im PLA nur noch 7 Konjunktionsterme realisiert werden.



4. PLA:



Aufgabe 3

Eine Schaltfunktion $y = f(c, b, a)$ sei durch das Schaltnetz in Abbildung 2 realisiert.

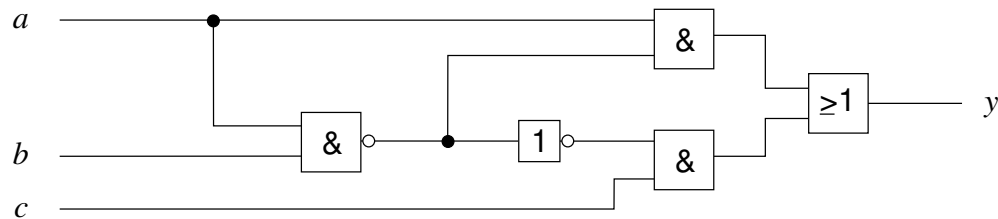


Abbildung 2: Schaltnetz der Schaltfunktion $y = f(c, b, a)$

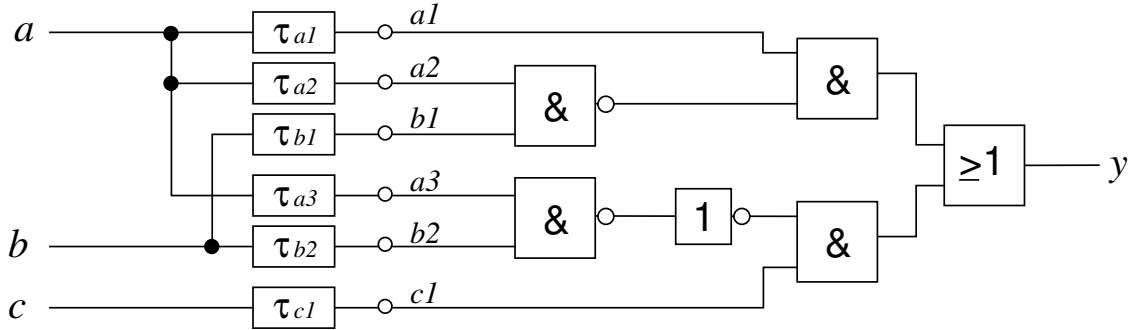
- Geben Sie das Totzeitmodell des Schaltnetzes an, indem Sie jedem Gatter seinen Verzögerungswert zuweisen und alle Totzeiten zum Eingang des Schaltnetzes verschieben. Die verwendeten Gatter NOT, OR, AND und NAND besitzen die Totzeiten τ_{NOT} , τ_{OR} , τ_{AND} und τ_{NAND} .
- Nennen Sie jeweils ein Beispiel für einen Übergang, der
 - mit einem dynamischen Funktionshazard,
 - mit keinem Hazard behaftet ist.

Deuten Sie beide Übergänge im KV-Diagramm durch Pfeile an. Begründen Sie Ihre Antwort.

- Geben Sie den Strukturausdruck an.

Lösung 3

1. Totzeitmodell:



$$\tau_{a1} = \tau_{OR} + \tau_{AND}$$

$$\tau_{a2} = \tau_{OR} + \tau_{AND} + \tau_{NAND}$$

$$\tau_{a3} = \tau_{OR} + \tau_{AND} + \tau_{NOT} + \tau_{NAND}$$

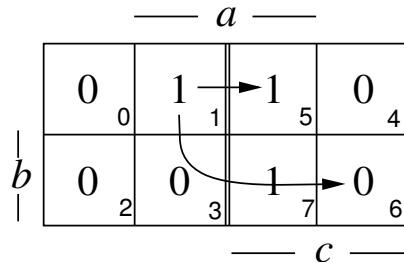
$$\tau_{b1} = \tau_{OR} + \tau_{AND} + \tau_{NAND}$$

$$\tau_{b2} = \tau_{OR} + \tau_{AND} + \tau_{NOT} + \tau_{NAND}$$

$$\tau_{c1} = \tau_{OR} + \tau_{AND}$$

2. Schaltfunktion:

$$y = a(a \bar{\wedge} b) \vee c(\overline{a \bar{\wedge} b}) = \bar{b} a \vee c b a$$

i.) Übergang mit einem dynamischen Funktionshazard: $B_1 \rightarrow B_6$

Für den Weg ($B_1 \rightarrow B_3 \rightarrow B_7 \rightarrow B_6$) von der Anfangs- zur Endbelegung ist die Folge der zugehörigen Funktionswerte ($1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$) nicht monoton.

ii.) Übergang mit keinem Hazard: $B_1 \rightarrow B_5$

Es handelt sich hierbei um einen Übergang, bei dem nur eine Eingangsvariable (c) wechselt $\Rightarrow$ Übergang ist frei von Funktionshazards. c hat außerdem nur eine Pfadvariable (siehe Totzeitmodell), so daß keine Strukturhazards bei einem Wechsel von c auftreten können.

3. Strukturausdruck:

$$y = a_1 (a_2 \bar{\wedge} b_1) \vee c_1 (\overline{a_3 \bar{\wedge} b_2})$$