

Digitaltechnik und Entwurfsverfahren im Sommersemester 2024

Aufgaben zu den Tutorien in der Woche
vom 29. April bis 03. Mai 2024

Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck
Geb. 50.20, Rm. 140

Roman Lehmann, M. Sc.
Geb. 07.21, Rm. B2-314.1

Email: roman.lehmann@kit.edu

Aufgabe 1

Gegeben sei das folgende Maschinenformat für die Darstellung von Gleitkommazahlen:

Bit	31	30	24	23	0
VZ	CHARAKTERISTIK			MANTISSE	

Vorzeichen: $VZ = 0 \Rightarrow$ positive Zahl | $CHARAKTERISTIK = EXPONENT + 40_{16}$
 $VZ = 1 \Rightarrow$ negative Zahl | Basis 16

Die normalisierte Mantisse liegt im Zahlenbereich $16^{-1} \leq 0, MANTISSE \leq (1 - 16^{-6})$. Beachten Sie, dass die implizite 1 der Mantisse zur Basis 2 nicht zur Basis 16 funktioniert. Somit ist die resultierende Mantisse immer 0, M_{16} .

1. Geben Sie in obigem Format die größte und die kleinste negative Zahl in normalisierter und in nicht-normalisierter Maschinendarstellung an.
2. Was sind die Vor- und Nachteile, wenn man statt der Basis 16 die Basis 2 verwendet?
3. Was ändert sich, wenn man (im Fall der Basis 2) ein Bit der Mantisse aufgibt zugunsten eines Bits für die Charakteristik?

Lösung 1

1. größte negative Zahl (= betragsmäßig kleinste mit $VZ = 1$)

normalisiert: 1000 0000 0001 0000 0000 0000 0000 0000
 8 0 1 0 0 0 0 0

In hexadezimaler Schreibweise

nicht normalisiert: 1000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001
 8 0 0 0 0 0 0 1

In hexadezimaler Schreibweise

Kleinste negative Zahl (= betragsmäßig größte Zahl mit $VZ = 1$):

sowohl normalisiert als 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111
 auch nicht normalisiert: F F F F F F F F

In hexadezimaler Schreibweise

2. Vor- und Nachteile der Basis 2 gegenüber der Basis 16:

Basis 16	Basis 2
<p>Nachteile:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pro Zahl maximal 6 Möglichkeiten der Darstellung • $0,000001_{16} \cdot 16^1$ ist smallreal. Faktor 2^3 größer als bei der Darstellung zur Basis 2. 	<p>Vorteile:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pro Zahl maximal 24 Möglichkeiten der Darstellung, • $0,000001_{16} \cdot 2^1$ ist smallreal • Normalisierung: 1 Bit kann gespart werden (aber spezieller Code für 0 nötig).
<p>Vorteile:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $0,FFFFFF_{16} \cdot 16^{63}$ ist maxreal, Faktor $2^{63 \cdot 3}$ größer als bei der Darstellung zur Basis 2, • normiert: $0,1_{16} \cdot 16^{-64}$ ist minreal. Faktor $2^{65 \cdot 3}$ kleiner als bei der Darstellung zur Basis 2. 	<p>Nachteile:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $0,FFFFFF_{16} \cdot 2^{63}$ ist maxreal. • normiert: $0,1_2 \cdot 2^{-64}$ ist minreal.

3. Man verliert ein Bit an Genauigkeit

Pro Exponent:	vorher	$0,0 \dots 00$	$0,1 \dots 11$
		
	nachher	$0,0 \dots 0$	$0,1 \dots 1$
		

Dafür verdoppelt sich die Zahl der möglichen Exponenten.

Speziell: smallreal wächst um Faktor 2
 maxreal wächst um Faktor 2^{64}
 minreal sinkt um Faktor 2^{64}

Aufgabe 2

Gegeben sei die folgende Abwandlung des 32-Bit-IEEE-754-Maschinenformats für die Darstellung von Gleitkommazahlen. Sie besteht aus einem Bit für das Vorzeichen, 7 Bits für die Charakteristik und 24 Bits für die Mantisse. Zudem wird die Basis 16 verwendet. Der Indikator für normalisierte Zahlen ist analog zum normalen 32-IEEE-754-Format.

Bit	31	30		24	23				0	
	VZ		CHARAKTERISTIK				MANTISSE			

Vorzeichen: $VZ = 0 \Rightarrow$ positive Zahl | $CHARAKTERISTIK = EXPONENT + 3F_{16}$
 $VZ = 1 \Rightarrow$ negative Zahl | Basis 16

Die normalisierte Mantisse liegt im Zahlenbereich $16^{-1} \leq 0, MANTISSE \leq (1 - 16^{-6})$. Beachten Sie, dass die implizite 1 des 32-IEEE-754-Format der Mantisse nicht zur Basis 16 funktioniert. Somit ist die resultierende Mantisse immer 0, M_{16} .

1. Geben Sie in obigem Format die größte und die kleinste negative Zahl in normalisierter und in nicht-normalisierter Maschinendarstellung an.
2. Was sind die Vor- und Nachteile, wenn man statt der Basis 16 die Basis 2 verwendet ohne implizite 1?

