

Digitaltechnik und Entwurfsverfahren im Sommersemester 2024

Aufgaben zu den Tutorien in der Woche
vom 13. bis 17. Mai 2024

Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck
Geb. 50.20, Rm. 140

Roman Lehmann, M. Sc.
Geb. 07.21, Rm. B2-314.1

Email: roman.lehmann@kit.edu

Lernziele:

- ggf. Wiederholung der letzten Woche:
 - Was ist eine Boolesche Algebra? Was ist die Schaltalgebra?
- Beschreibung einer Booleschen Funktion?
 - Funktionstabelle (Wahrheitstabelle)
 - Durch die Menge der Nullstellen oder die Menge der Einsstellen der Funktion. Also durch die Angabe der Minterme oder der Maxterme der Funktion.
 - Durch Angabe aller Würfel, welche die Funktion überdecken.
- Anwendung des Shannonschen Entwicklungssatzes in seiner disjunktiven bzw. konjunktiven Form (Dualitätssprinzip)

Disjunktive Form:

$$f(x_n, \dots, x_1) = \left(\mathbf{x_i} \wedge f(x_n, \dots, x_{i+1}, \mathbf{1}, x_{i-1}, \dots, x_1) \right) \\ \vee \left(\overline{\mathbf{x_i}} \wedge f(x_n, \dots, x_{i+1}, \mathbf{0}, x_{i-1}, \dots, x_1) \right)$$

Konjunktive Form:

$$f(x_n, \dots, x_1) = \left(\mathbf{x_i} \vee f(x_n, \dots, x_{i+1}, \mathbf{0}, x_{i-1}, \dots, x_1) \right) \\ \wedge \left(\overline{\mathbf{x_i}} \vee f(x_n, \dots, x_{i+1}, \mathbf{1}, x_{i-1}, \dots, x_1) \right)$$

- Würfelkalkül
- NAND_k -/ NOR_k -Funktionen (Unterschied zu $\overline{\wedge}$ und $\overline{\vee}$!) und Umwandlung von Funktionen in NAND_k -/ NOR_k -Form

Aufgabe 1

Gegeben sei die Boolesche Funktion

$$f(c, b, a) = \text{MINt}(1, 2, 3, 6, 7)$$

1. Stellen Sie die Funktionstabelle der Funktionen $f(c, b, a)$ und $\bar{f}(c, b, a)$ (Komplement von f) auf.
2. Geben Sie die konjunktive Normalform (KNF) der Funktionen f und $\bar{f}$ an.
3. Geben Sie die disjunktive Normalform (DNF) von $\bar{f}$ an.
4. Vereinfachen Sie die Ausdrücke der DNF und KNF von f mit Hilfe der Regeln der Booleschen Algebra. Die resultierenden Ausdrücke sollen so wenig Literale wie möglich enthalten.
5. Geben Sie Würfelüberdeckungen an, durch die f und $\bar{f}$ beschreiben werden.

Aufgabe 2

Gegeben sei die boolesche Funktion:

$$y = f(d, c, b, a) = \bar{d}\bar{c}a \vee d\bar{c}b \vee d\bar{c}a \vee dcb$$

1. Vereinfachen Sie den Ausdruck der obigen Funktion.
2. Stellen Sie die Funktionstabelle der Funktion y auf.
3. Geben Sie sowohl die disjunktive Normalform (DNF) als auch die konjunktive Normalform (KNF) von y an.

Aufgabe 3

Gegeben ist die folgende Tabelle, in der zwei Schaltfunktion $s_i(a_i, b_i, c_{in})$ und $c_{out}(a_i, b_i, c_{in})$:

a_i	b_i	c_{in}	s_i	c_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

1. Geben Sie die disjunktive Normalform (DNF) der Schaltfunktion s_i an.
2. Geben Sie die konjunktive Normalform (KNF) der Schaltfunktion c_{out} an.
3. Zeigen Sie *schaltalgebraisch*, dass $s_i = (a_i \nabla b_i) \nabla c_{in}$ gilt.

Aufgabe 4

Geben Sie die folgenden Schaltfunktionen sowohl in NAND_k - als auch in NOR_k -Form an. (Die Variablen stehen sowohl bejaht als auch negiert zur Verfügung).

1. $y = c \wedge (a \not\leftrightarrow b) \wedge \bar{d}$
2. $y = (c \leftrightarrow b) \wedge \bar{a}$
3. $y = (a \vee \bar{b} \wedge (b \vee \bar{c})) \wedge (\bar{a} \vee \bar{c})$
4. $y = \bar{b} \bar{a} \vee c b a \vee e d c$