Karlsruher Institut für Technologie

Kapitel 7

Regelungstechnik für Echtzeitsysteme in der Automatisierung

Wiederholung

Bisher noch keine Fragen/Themenwünsche eingegangen!

Themen aus letzter RT-Vorlesung:

1. Regelungstechnik allgemein (Zweck, Aufgabenbereiche)
2. Regelung vs. Steuerung
3. Modellierung von Regelungssystemen
   a. Mit DGL
   b. Mit Laplace-Übertragungsfunktion
   c. Mit Sprung- bzw. Impulsantwort
   d. Mit Ortskurve bzw. Bode-Diagramm
4. Stabilität, Stabilitätsdefinition
5. Prüfen von Stabilität
   a. Anhand von Systempolen
   b. Mit Hurwitzkriterium
   c. Mit Nyquistkriterium (Ortskurve)
   d. Anhand Bode-Diagramm

Wiederholung

Bisher noch keine Fragen/Themenwünsche eingegangen!

Themen aus letzter RT-Vorlesung:

1. Regelungstechnik allgemein (Zweck, Aufgabenbereiche)
2. Regelung vs. Steuerung
3. Modellierung von Regelungssystemen
   a. Mit DGL
   b. Mit Laplace-Übertragungsfunktion
   c. Mit Sprung- bzw. Impulsantwort
   d. Mit Ortskurve bzw. Bode-Diagramm
4. Stabilität, Stabilitätsdefinition
5. Prüfen von Stabilität
   a. Anhand von Systempolen
   b. Mit Hurwitzkriterium
   c. Mit Nyquistkriterium (Ortskurve)
   d. Anhand Bode-Diagramm

Wo besteht Wiederholungsbedarf?

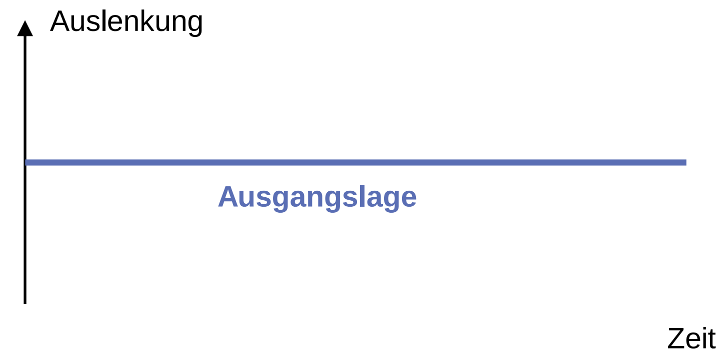
Stabilität

File:Tacoma-narrows-bridge-collapse.jpg - Wikimedia Commons

Stabilitätsbegriffe

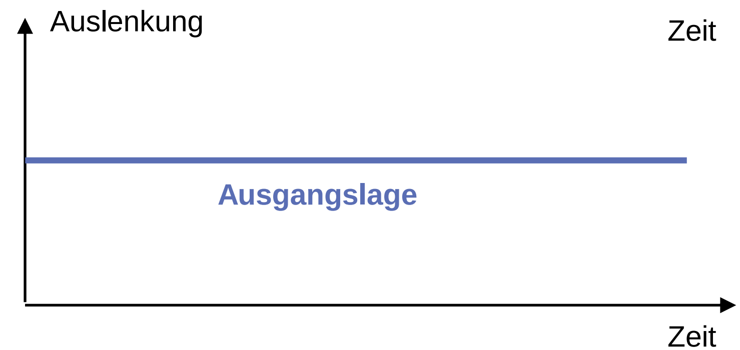
In der Regelungstechnik gibt es verschiedene Stabilitätsbegriffe.

- **Lyapunov-Stabilität:** System verbleibt in einer gewissen Umgebung um die Ausgangslage.



- **Asymptotische Stabilität:** System konvergiert für wieder gegen die Ausgangslage.

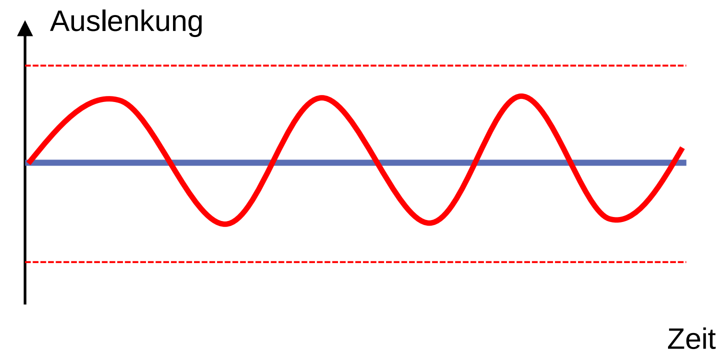
- **Exponentielle Stabilität:** System konvergiert exponentiell gegen die Ausgangslage.



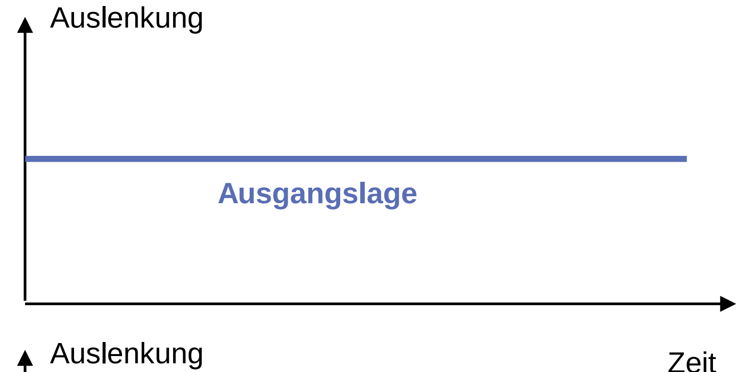
Stabilitätsbegriffe

In der Regelungstechnik gibt es verschiedene Stabilitätsbegriffe.

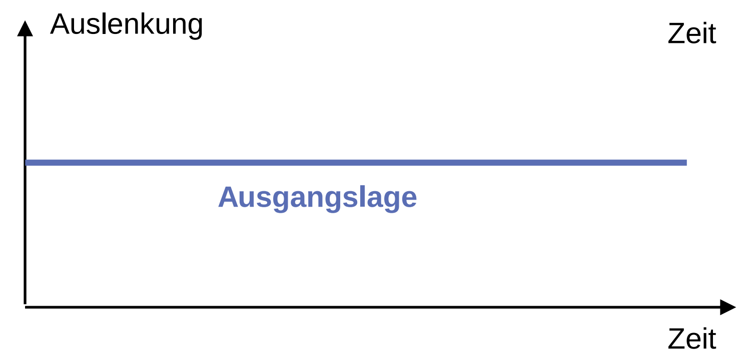
- **Lyapunov-Stabilität:** System verbleibt in einer gewissen Umgebung um die Ausgangslage.



- **Asymptotische Stabilität:** System konvergiert für wieder gegen die Ausgangslage.



- **Exponentielle Stabilität:** System konvergiert exponentiell gegen die Ausgangslage.



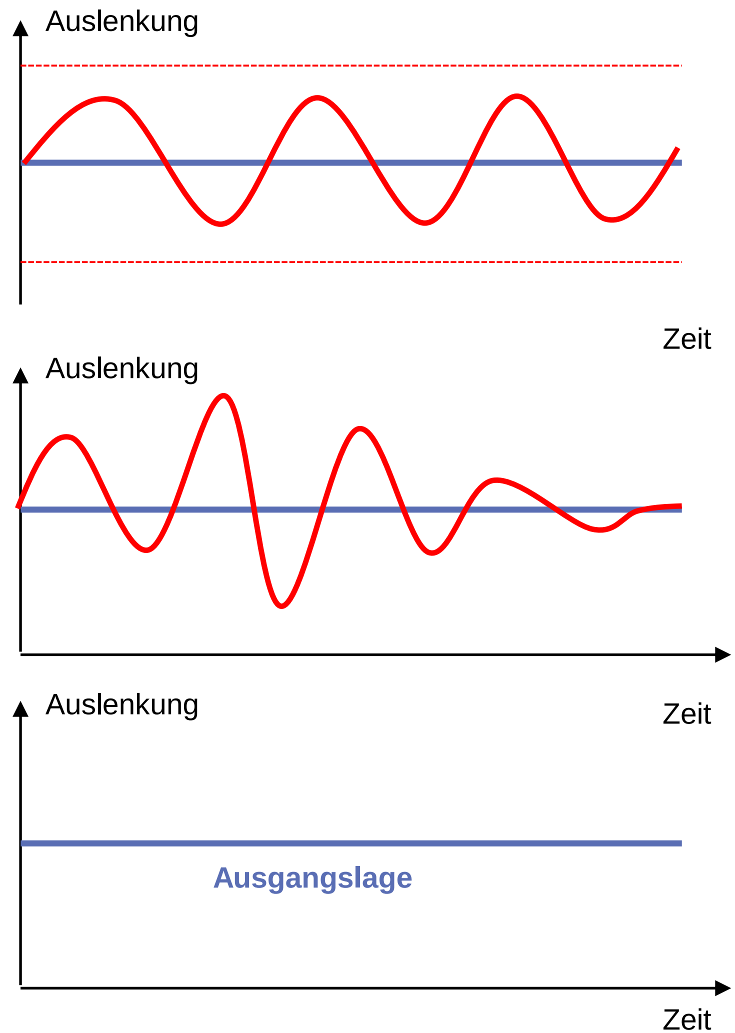
Stabilitätsbegriffe

In der Regelungstechnik gibt es verschiedene Stabilitätsbegriffe.

- **Lyapunov-Stabilität:** System verbleibt in einer gewissen Umgebung um die Ausgangslage.

- **Asymptotische Stabilität:** System konvergiert für wieder gegen die Ausgangslage.

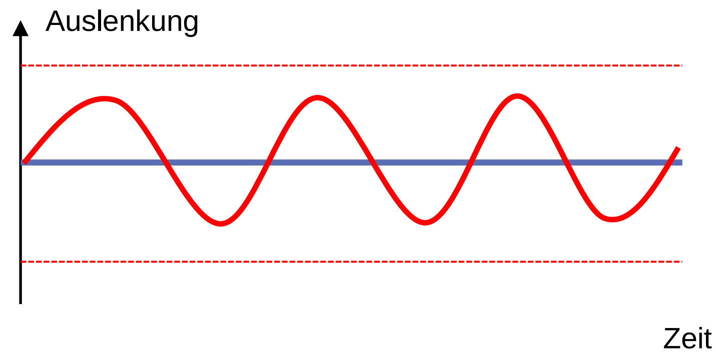
- **Exponentielle Stabilität:** System konvergiert exponentiell gegen die Ausgangslage.



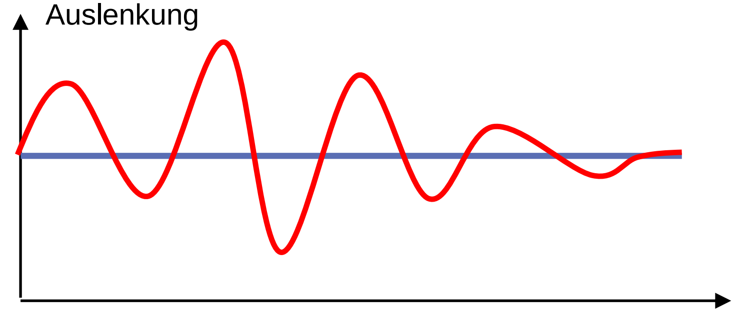
Stabilitätsbegriffe

In der Regelungstechnik gibt es verschiedene Stabilitätsbegriffe.

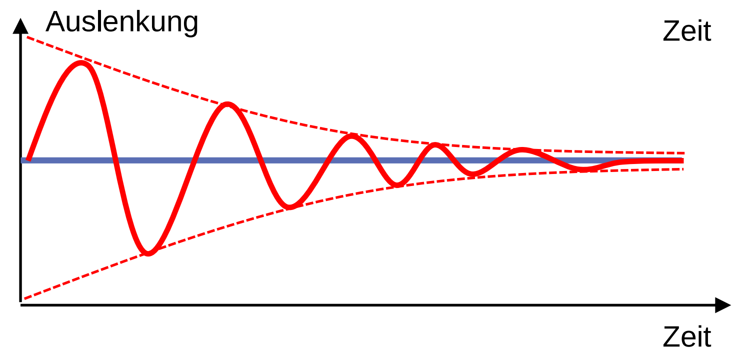
- **Lyapunov-Stabilität:** System verbleibt in einer gewissen Umgebung um die Ausgangslage.



- **Asymptotische Stabilität:** System konvergiert für wieder gegen die Ausgangslage.



- **Exponentielle Stabilität:** System konvergiert exponentiell gegen die Ausgangslage.



BIBO-Stabilität

Da wir in dieser Vorlesung nur LTI*-Systeme betrachten, verwenden wir im Folgenden einen vereinfachten Stabilitätsbegriff, der als „BIBO-Stabilität“ bezeichnet wird. Gelegentlich wird auch der Begriff „Übertragungsstabilität“ verwendet.

Definition BIBO-Stabilität:

Ein System ist BIBO-stabil, wenn es auf eine **beschränkte Eingangsgröße** immer mit einer **beschränkten Ausgangsgröße** antwortet (“**B**ounded **I**nput, **B**ounded **O**utput → **BIBO)**

*LTI: Lineare, Zeitinvariante Systeme

Stabilität prüfen

Es gibt verschiedene Methoden, die Stabilität eines LTI-Systems zu prüfen. Wir behandeln die folgenden Methoden:

- Bestimmung der Systempole
- Hurwitzkriterium
- Nyquist-Kriterium
- Phasenrand-Kriterium

Stabilität anhand der Systempole

Die Systempole sind die **Nullstellen** des **Nennerpolynoms** der **Übertragungsfunktion** G(s).

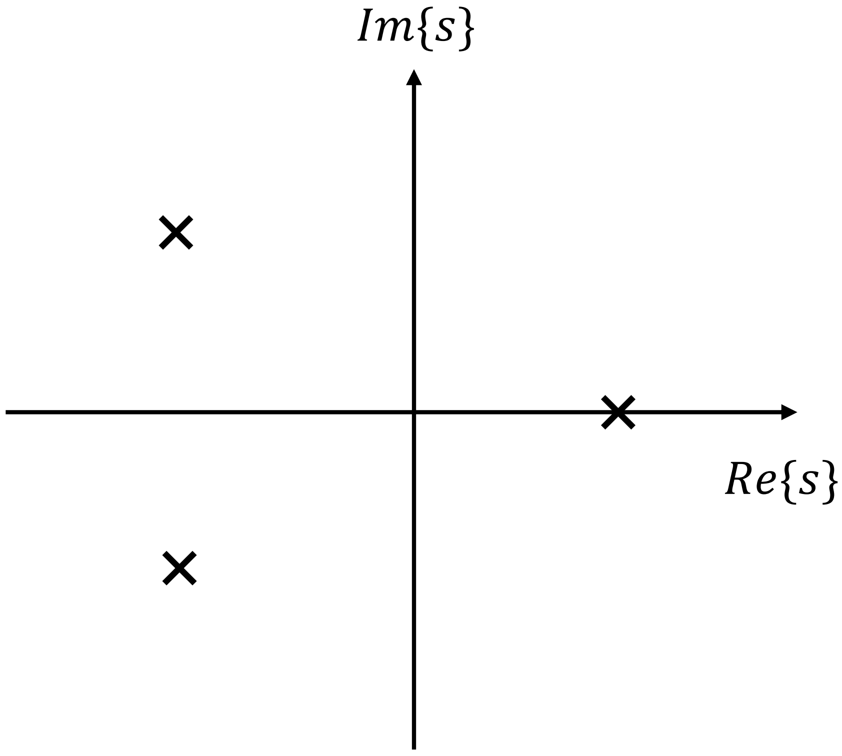
Liegt G(s) vor und ist das Nennerpolynom nicht zu kompliziert, kann man die Stabilität prüfen, indem man die Systempole direkt ausrechnet. Es gilt:

Stabilitätskriterium Systempole

Ein System ist **stabil** wenn sämtliche Systempole s_i in einen **negativen Realteil** haben:

$$Re\{s_i\} < 0$$

Anschaulich betrachtet bedeutet dies, dass die Pole in der **linken Halbene** der imaginären Zahlenebene liegen müssen.



Stabilität anhand der Systempole

Die Systempole sind die **Nullstellen** des **Nennerpolynoms** der **Übertragungsfunktion** G(s).

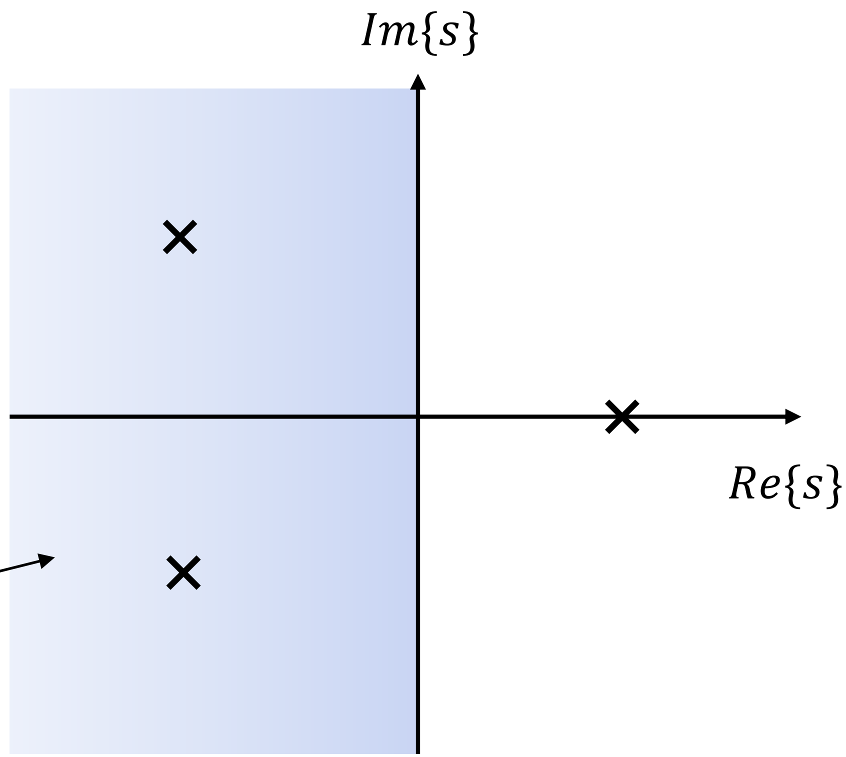
Liegt G(s) vor und ist das Nennerpolynom nicht zu kompliziert, kann man die Stabilität prüfen, indem man die Systempole direkt ausrechnet. Es gilt:

Stabilitätskriterium Systempole

Ein System ist **stabil** wenn sämtliche Systempole s_i in einen **negativen Realteil** haben:

$$Re\{s_i\} < 0$$

Anschaulich betrachtet bedeutet dies, dass die Pole in der **linken Halbene** der imaginären Zahlenebene liegen müssen.



Stabilität anhand der Systempole

Die Systempole sind die **Nullstellen** des **Nennerpolynoms** der **Übertragungsfunktion** G(s).

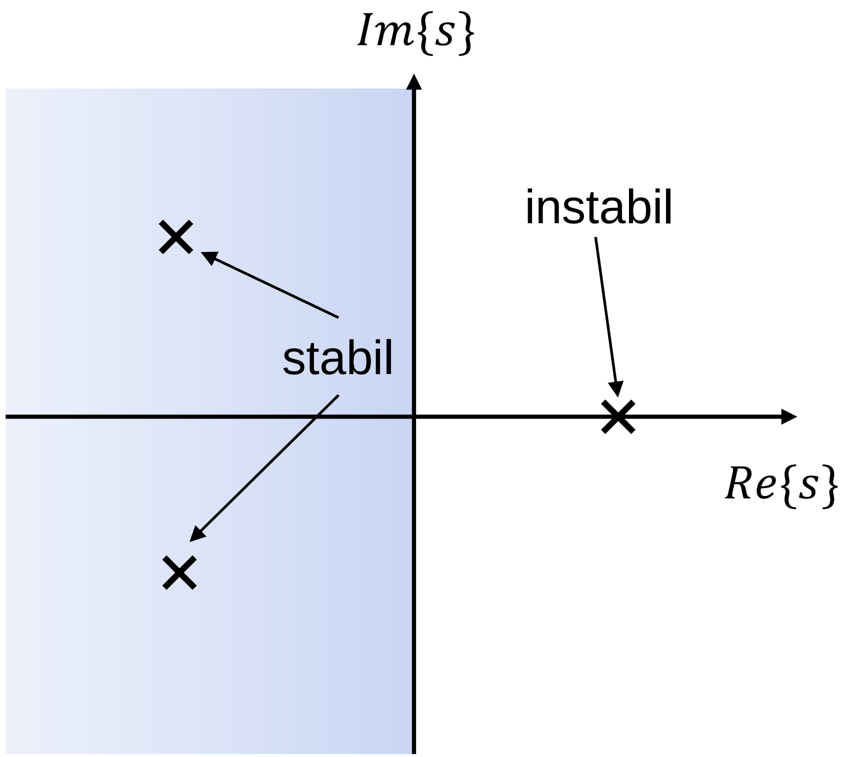
Liegt G(s) vor und ist das Nennerpolynom nicht zu kompliziert, kann man die Stabilität prüfen, indem man die Systempole direkt ausrechnet. Es gilt:

Stabilitätskriterium Systempole

Ein System ist **stabil** wenn sämtliche Systempole s_i in einen **negativen Realteil** haben:

$$Re\{s_i\} < 0$$

Anschaulich betrachtet bedeutet dies, dass die Pole in der **linken Halbene** der imaginären Zahlenebene liegen müssen.



Stabilitätskriterium nach Hurwitz

Kann man die Nullstellen des Nennerpolynoms nicht direkt berechnet werden können, so kann man das Hurwitzkriterium verwenden.

Man bringt dazu das Nennerpolynom N(s) von G(s) in die folgende Form:

$$N(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots \boxed{+ s^n}$$

Achtung: ggf. Normierung notwendig!

…und stellt aus den Koeffizienten die Hurwitz-Matrix H auf:

$$H = \left\{ \begin{array}{cccccccc} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & . & . & . & 0 \\ 1 & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & . & . & . & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & . & . & . & 0 \\ 0 & 1 & a_{n-2} & a_{n-4} & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 1 & a_{n-2} & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & . & . & . & a_0 \end{array} \right\}$$

Stabilitätskriterium nach Hurwitz

Die Kriterien für Stabilität sind wie folgt:

- Alle Koeffizienten $a_i > 0$ und
- alle **Hauptabschnittsdeterminanten** der Hurwitz-Matrix sind positiv.

Hinweis: Die Hauptabschnittsdeterminanten sind Unterdeterminanten, deren linke obere Ecke mit der linken oberen Ecke von H zusammenfällt.

$$H = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 1 & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 1 & a_{n-2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_0 \end{vmatrix}$$

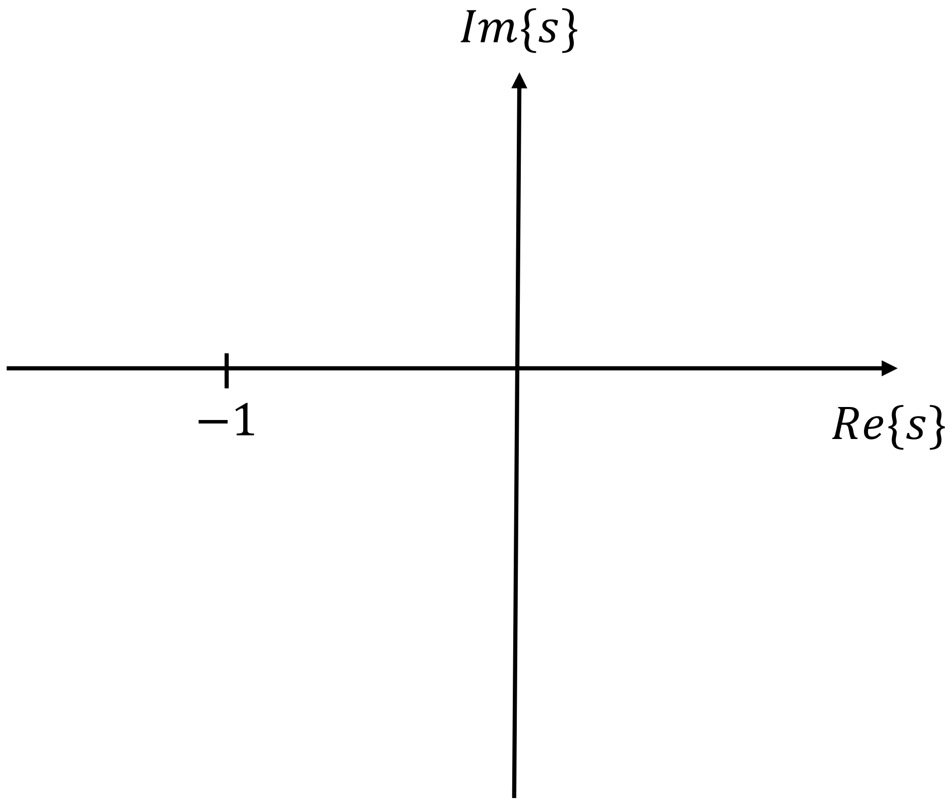
usw...

Stabilitätskriterium nach Nyquist

Das Nyquist-Kriterium erlaubt es, anhand der Ortskurve des **offenen** Regelkreises die Stabilität des **geschlossenen** Regelkreises zu überprüfen.

Stabilitätskriterium nach Nyquist (vereinfacht):

Wenn die Ortskurve des offenen Regelkreises den Punkt -1 auf der imaginären Ebene **nicht** umläuft, dann ist der geschlossene Regelkreis stabil.



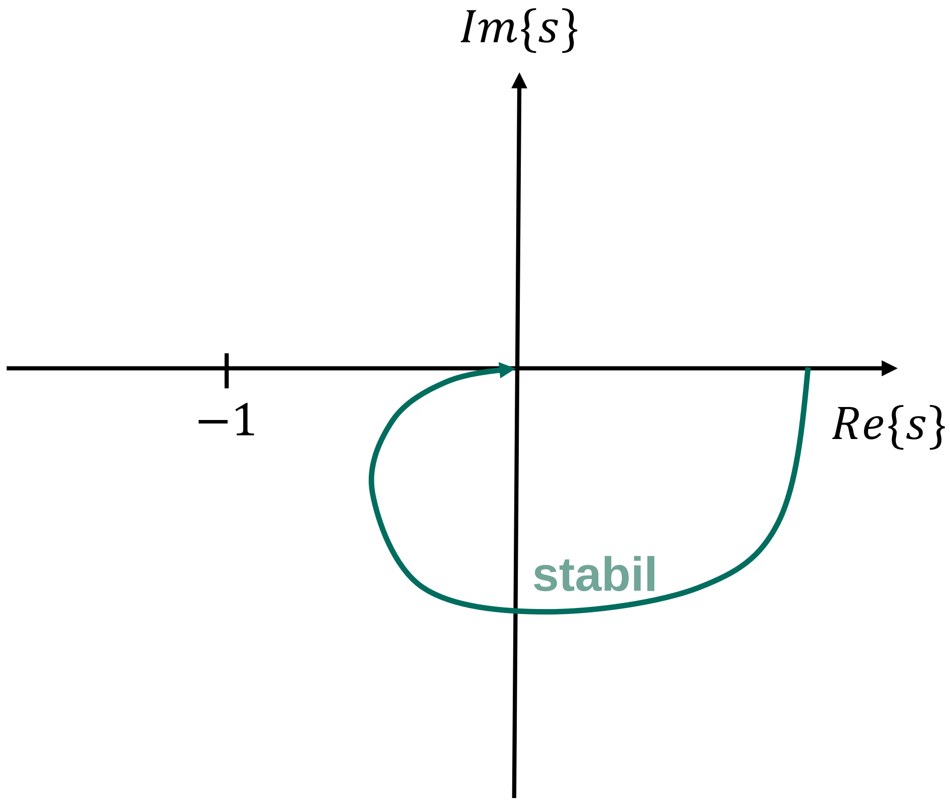
Intelligente Prozess-automation und Robotik

Stabilitätskriterium nach Nyquist

Das Nyquist-Kriterium erlaubt es, anhand der Ortskurve des **offenen** Regelkreises die Stabilität des **geschlossenen** Regelkreises zu überprüfen.

Stabilitätskriterium nach Nyquist (vereinfacht):

Wenn die Ortskurve des offenen Regelkreises den Punkt -1 auf der imaginären Ebene **nicht** umläuft, dann ist der geschlossene Regelkreis stabil.

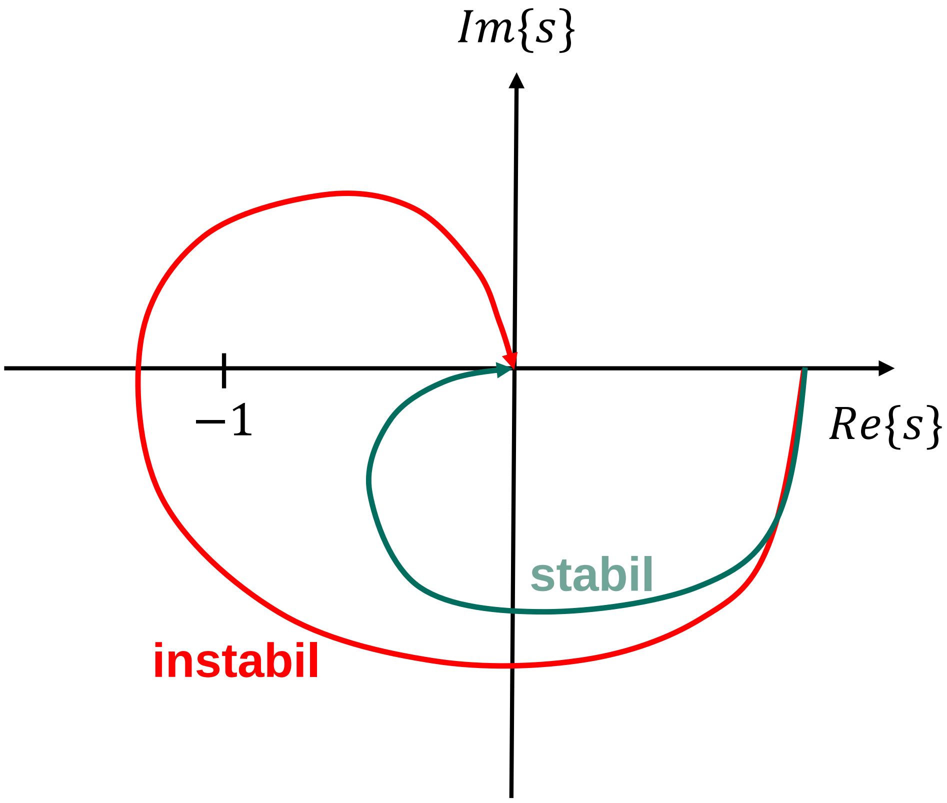


Stabilitätskriterium nach Nyquist

Das Nyquist-Kriterium erlaubt es, anhand der Ortskurve des **offenen** Regelkreises die Stabilität des **geschlossenen** Regelkreises zu überprüfen.

Stabilitätskriterium nach Nyquist (vereinfacht):

Wenn die Ortskurve des offenen Regelkreises den Punkt -1 auf der imaginären Ebene **nicht** umläuft, dann ist der geschlossene Regelkreis stabil.



Stabilitätskriterium nach Nyquist

Das Nyquist-Kriterium erlaubt es, anhand der Ortskurve des **offenen** Regelkreises die Stabilität des **geschlossenen** Regelkreises zu überprüfen.

Hinweis:

Hier in der Vorlesung wird strenggenomme nur das sog. „**spezielle Nyquistkriterium**“ vorgestellt. Es gilt nur, wenn das offene System

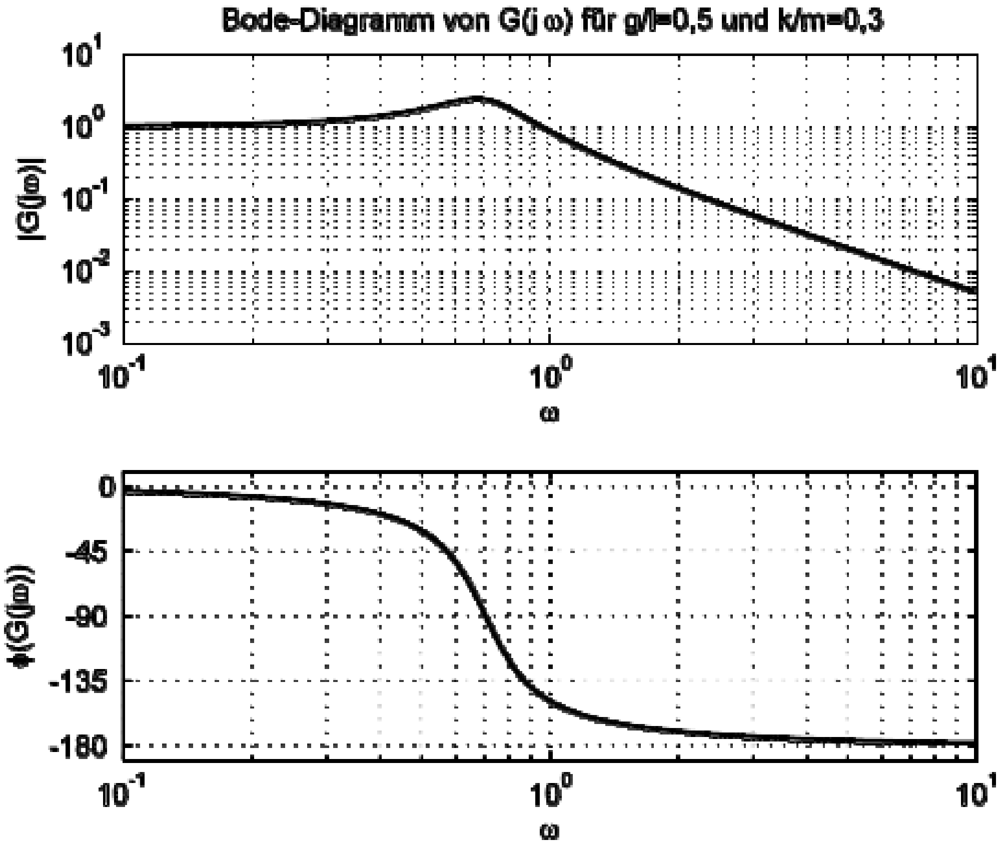
- maximal zwei Pole im Ursprung und
- ansonsten nur Pole mit negativem Realteil hat.

Das **allgemeine Nyquistkriterium** hat weniger restriktive Bedingungen, wird aber aus Zeitgründen hier nicht behandelt.

Phasenrandkriterium

Die Forderung von Nyquist lässt sich auch anhand des Bode-Diagramms des offenen Regelkreises überprüfen. Man spricht dann auch vom “Phasenrandkriterium”:

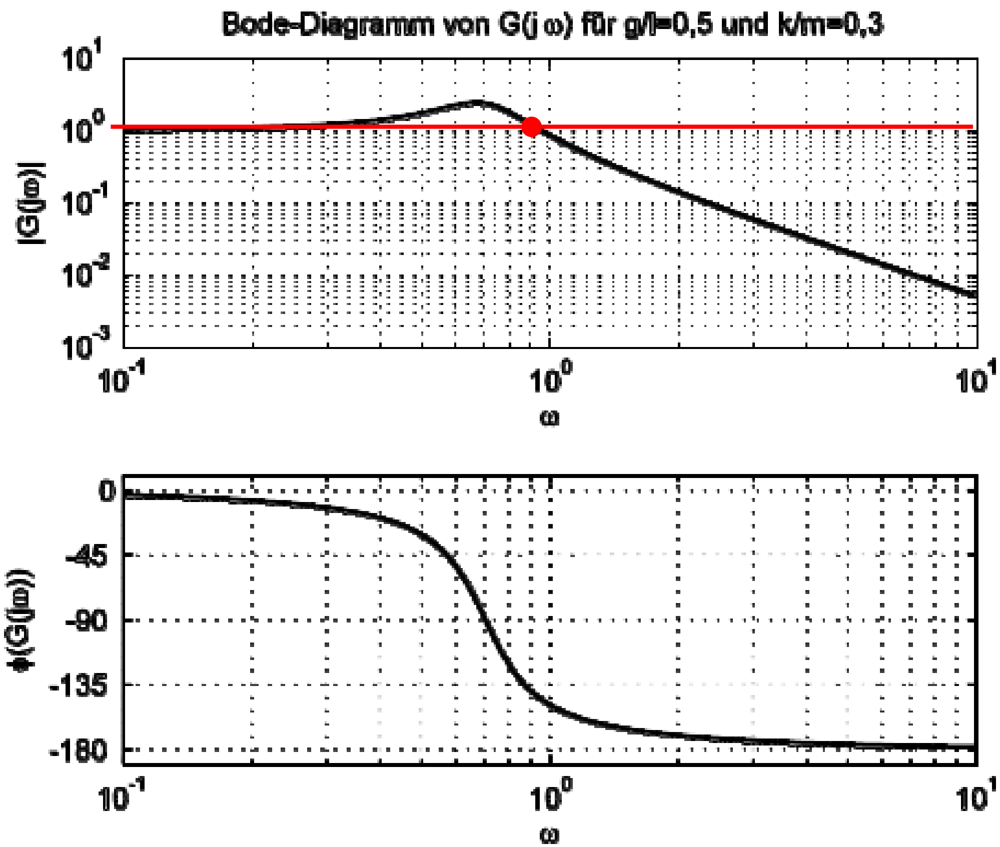
1. Finde die Frequenz, für die der Amplitudengang durch die 10^0-Linie tritt (10^0 entspricht gerade Verstärkungsfaktor 1)
2. Ist der Phasengang für diese Frequenz oberhalb von -180°? Wenn ja, ist der geschlossene Regelkreis stabil. (Abstand Δφ von -180°-Linie heißt „Phasenrand“ oder „Phasenreserve“)



Phasenrandkriterium

Die Forderung von Nyquist lässt sich auch anhand des Bode-Diagramms des offenen Regelkreises überprüfen. Man spricht dann auch vom "Phasenrandkriterium":

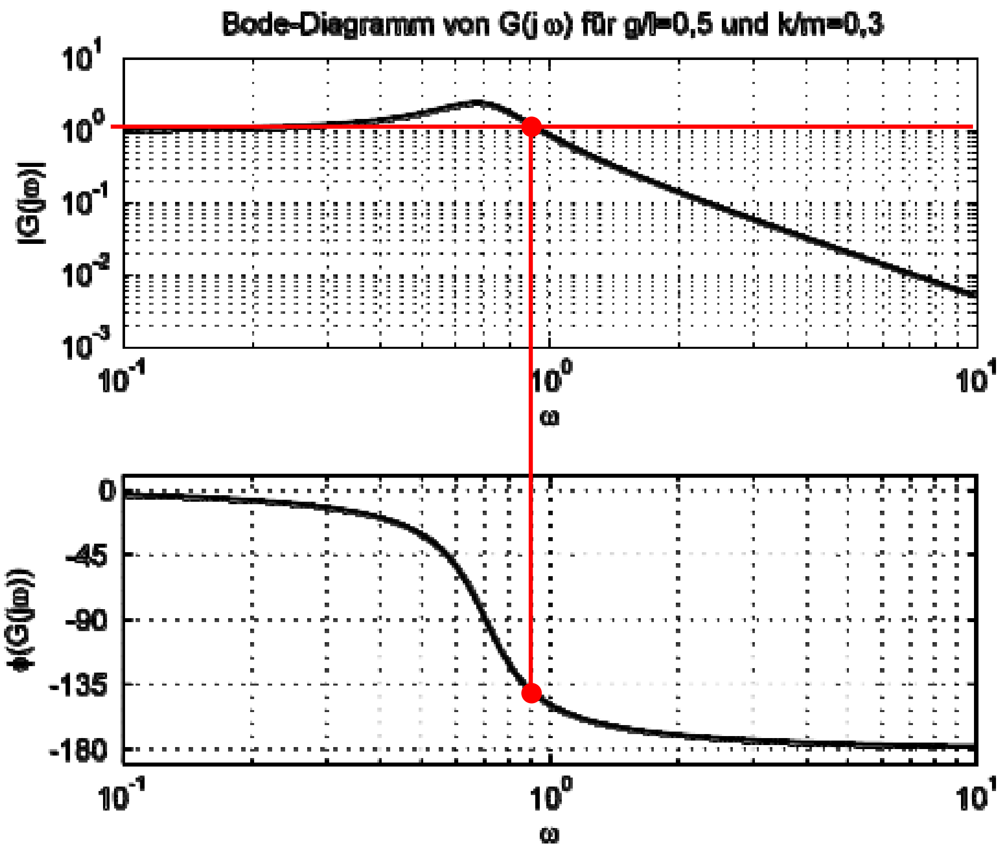
1. Finde die Frequenz, für die der Amplitudengang durch die 10^0-Linie tritt (10^0 entspricht gerade Verstärkungsfaktor 1)
2. Ist der Phasengang für diese Frequenz oberhalb von -180°? Wenn ja, ist der geschlossene Regelkreis stabil. (Abstand Δφ von -180°-Linie heißt „Phasenrand" oder „Phasenreserve")



Phasenrandkriterium

Die Forderung von Nyquist lässt sich auch anhand des Bode-Diagramms des offenen Regelkreises überprüfen. Man spricht dann auch vom “Phasenrandkriterium”:

1. Finde die Frequenz, für die der Amplitudengang durch die 10^0-Linie tritt (10^0 entspricht gerade Verstärkungsfaktor 1)
2. Ist der Phasengang für diese Frequenz oberhalb von -180°? Wenn ja, ist der geschlossene Regelkreis stabil. (Abstand Δφ von -180°-Linie heißt „Phasenrand“ oder „Phasenreserve“)

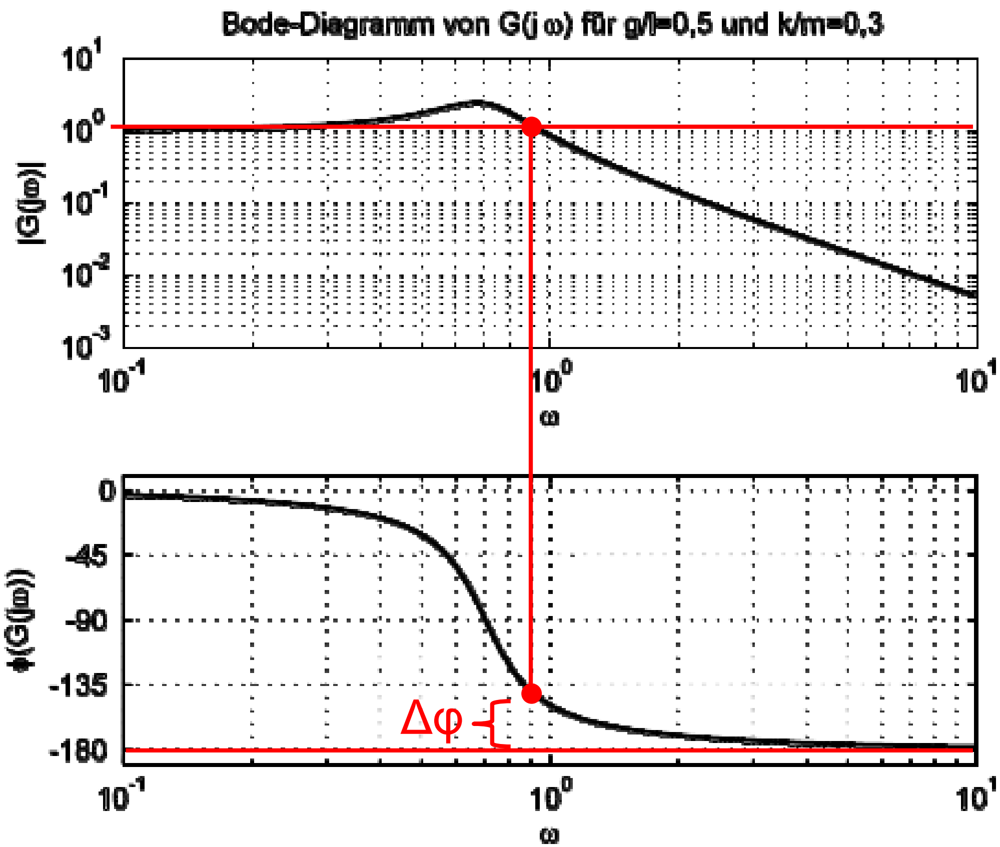


Intelligente Prozess-automation und Robotik

Phasenrandkriterium

Die Forderung von Nyquist lässt sich auch anhand des Bode-Diagramms des offenen Regelkreises überprüfen. Man spricht dann auch vom "Phasenrandkriterium":

1. Finde die Frequenz, für die der Amplitudengang durch die 10^0-Linie tritt (10^0 entspricht gerade Verstärkungsfaktor 1)
2. Ist der Phasengang für diese Frequenz oberhalb von -180°? Wenn ja, ist der geschlossene Regelkreis stabil. (Abstand Δφ von -180°-Linie heißt „Phasenrand" oder „Phasenreserve")



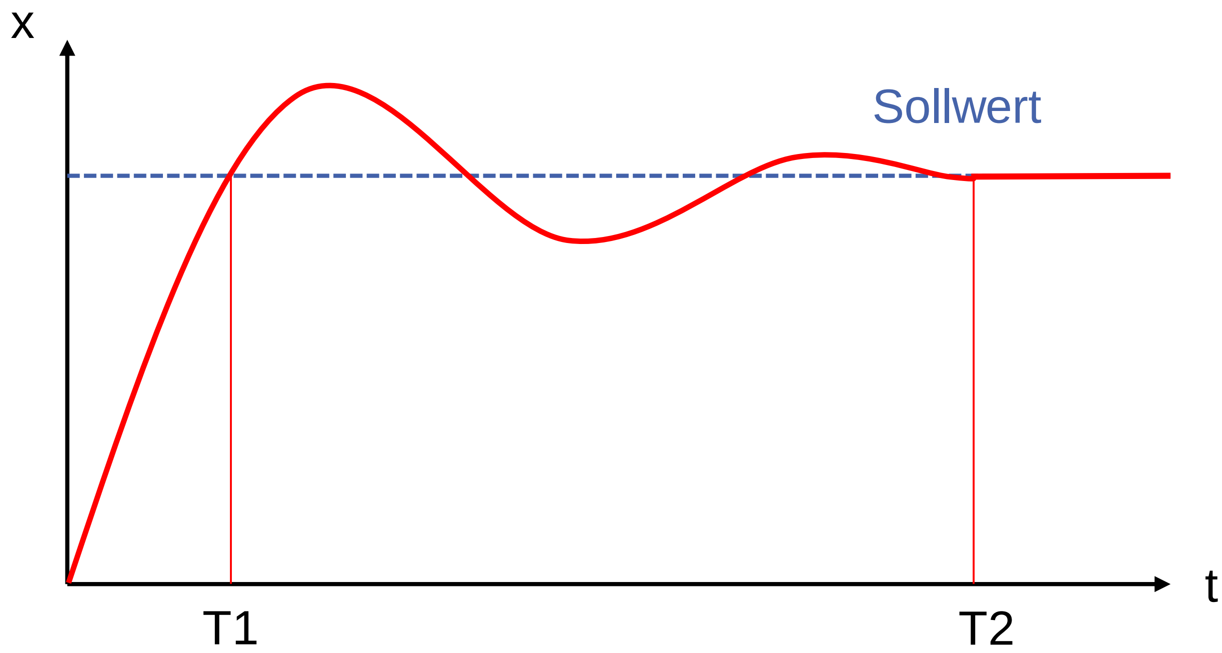
Intelligente Prozess-automation und Robotik

Heute

- Weitere Gütekriterien (außer Stabilität)
- Vom offenen zum geschlossenen Regelkreis
- Einige typische Regler und ihre Übertragungsfunktionen
- Fortgeschrittene Reglerstrukturen (beispielhaft)
- Je nach Zeit: Ggf. einführung in **zeitdiskrete** Regelungssystememe

Weitere Gütekriterien (außer Stabilität)

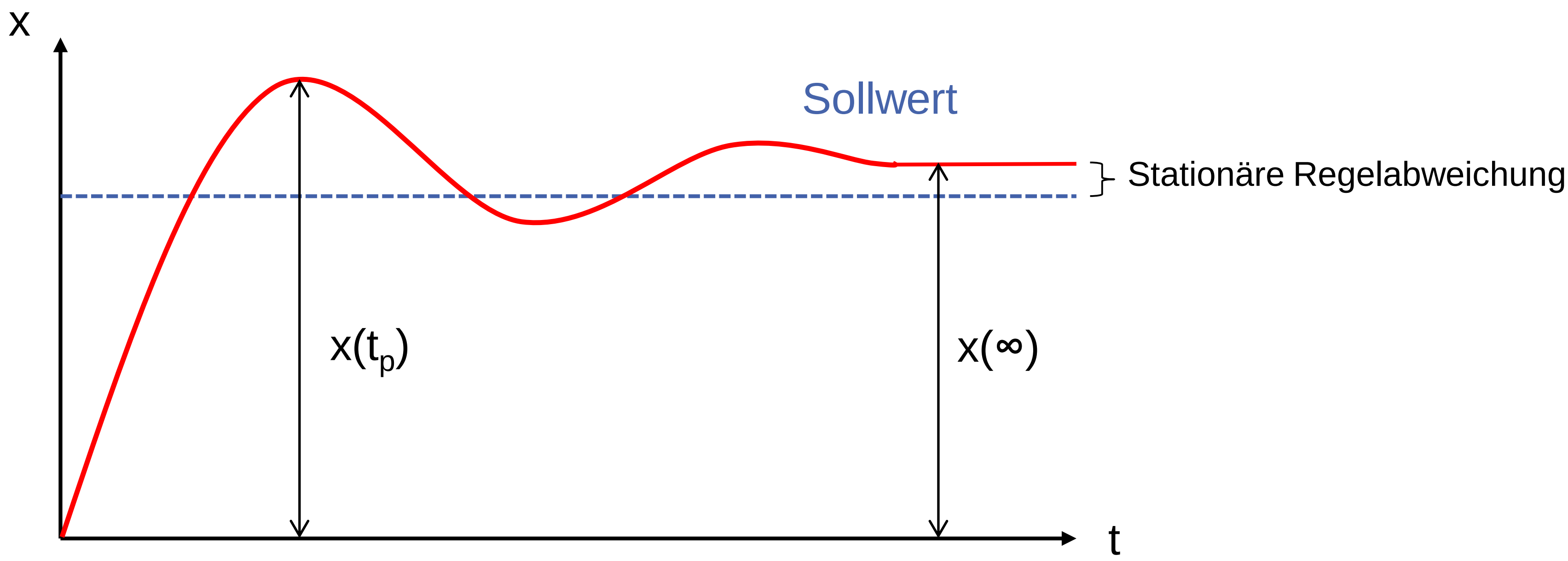
Schnelligkeit: Wie schnell wird der Sollwert erreicht?



Weitere Gütekriterien (außer Stabilität)

Genauigkeit:

- Ist der Regler stationär genau (d.h. wird der Sollwert überhaupt erreicht?)
- Wie stark schwingt der Regler über?



Überschwingweite und e_∞ für Genauigkeit

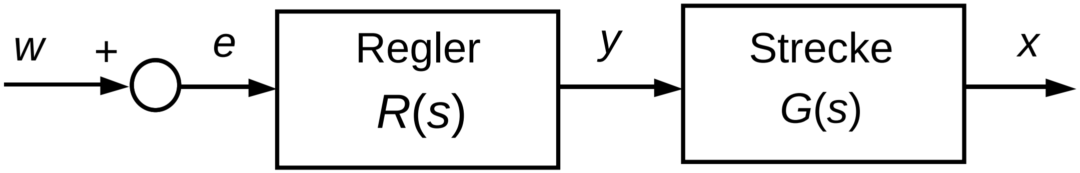
$$M_p = \frac{x(t_p)}{x(\infty)},$$

Integralkriterien für Schnelligkeit und Genauigkeit

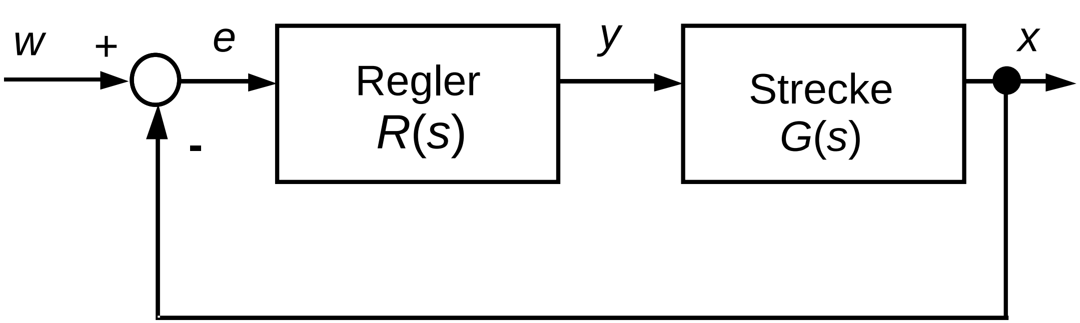
$$Q_1 = \int_0^\infty (1 - x(t))^2 dt \qquad Q_2 = \int_0^\infty |1 - x(t)| dt$$

Vom offenen zum geschlossenen Regelkreis

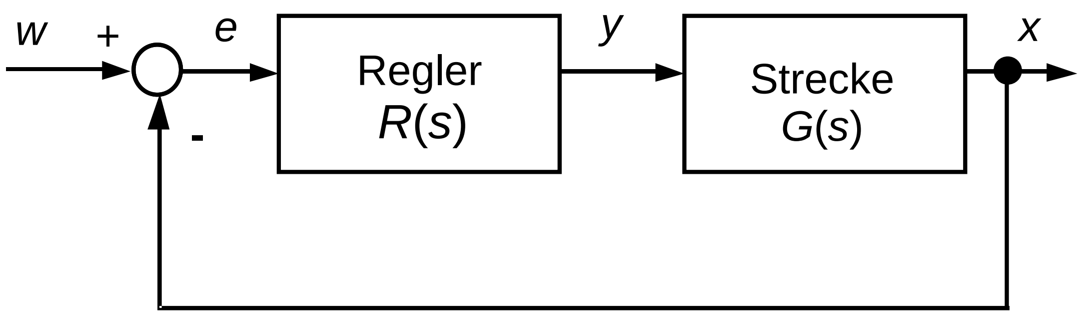
Offener Regelkreis $F_O(s)$
Reihenschaltung aus Regler und Regelstrecke



Geschlossener Regelkreis $F_G(s)$
Reihenschaltung aus Regler und Regelstrecke mit <u>negativer Rückkopplung</u> (Gegenkopplung)



Vom offenen zum geschlossenen Regelkreis

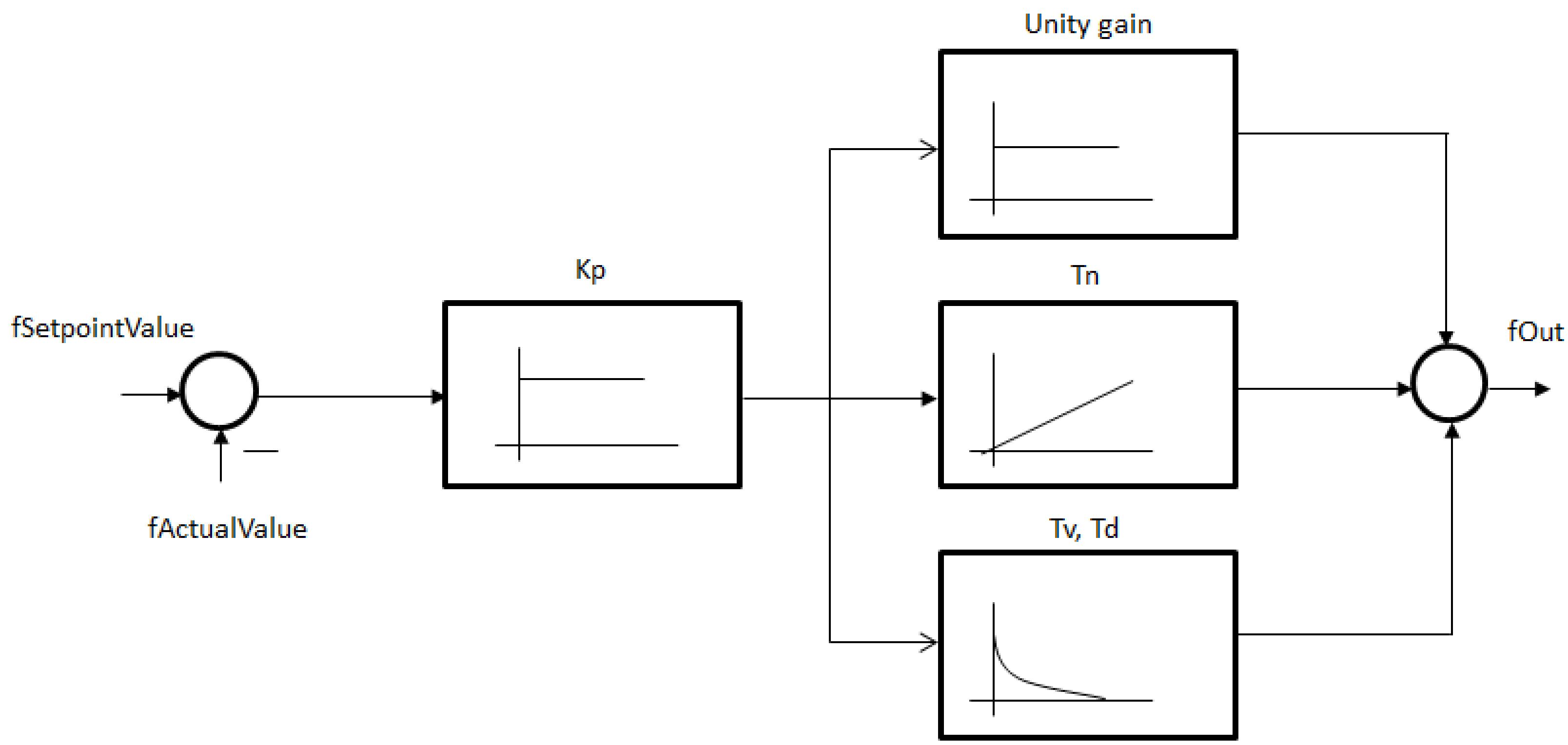


Übertragungsfunktion geschlossener Regelkreis:

$$F_G(s) = \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)}$$

P -, I -, D -Regler

- Einer der häufigsten Regler in der Praxis
- Setzt sich aus drei Anteilen zusammen:



https://infosys.beckhoff.com/index.php?content=../content/1031/tf4100_tc3_controller_toolbox/245435787.html&id=

P -, I -, D -Regler

Karlsruher Institut für Technologie

P-Glied:

- Das P-Glied verändert das Stellsignal proportional zur Regeldifferenz. Die P-Reglerstrategie ist: Je größer die Regelabweichung ist, umso größer muss die Stellgröße sein.
- Durch den Verstärkungsfaktor K_P kann die Regelgeschwindigkeit eingestellt werden (je höher, desto schneller).
- Ein hoher Verstärkungsfaktor kann zur Instabilität des Regelkreises (Schwingungen) führen.
- Ein P-Glied allein kann die Regeldifferenz nicht vollständig auf 0 ausregeln.

I-Glied:

- Das I-Glied integriert die Regeldifferenz, so dass bei konstanter Regeldifferenz das Ausgangssignal des Reglers stetig ansteigt. Die I-Reglerstrategie ist: Solange eine Regelabweichung auftritt, muss die Stellgröße verändert werden.
- Bei einem I-Glied wird deshalb die Regeldifferenz immer ausgeregelt.
- I-Glieder führen bei Regelkreisen leicht zu Instabilitäten.

D-Glied:

- Das D-Glied differenziert die Regeldifferenz.
- Durch die Betrachtung der Änderung des Signals wird ein zukünftiger Trend berücksichtigt. Die D-Reglerstrategie ist: Je stärker die Änderung der Regelabweichung ist, desto stärker muss das Stellsignal verändert werden.
- D-Glieder verbessern gewöhnlich die Regelgeschwindigkeit und die dynamische Regelabweichung.
- D-Glieder verstärken besonders hochfrequente (verrauschte) Anteile des Eingangssignals. Dies erhöht die Neigung zu Schwingungen.

PID-Regler

- Es müssen nicht immer alle drei Anteile dabei sein, je nach Anwendung werden D- oder I-Anteil ggf. weggelassen.
- Bei den Übertragungsfunktionen ist folgende Notation üblich:

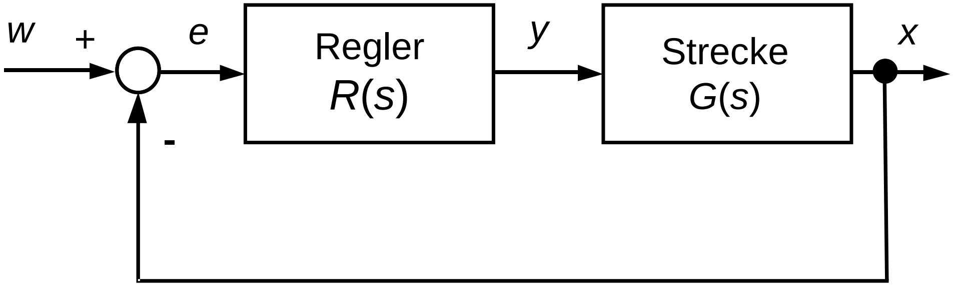
1) **P**-Regler $R(s) = K_P$

2) **PI**-Regler $R(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_N s}\right)$

3) **PD**-Regler $R(s) = K_P(1 + T_V s)$

4) **PID**-Regler $R(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_N s} + T_V s\right)$

Beispiel Reglerentwurf



$$G(s) = \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)}$$

Die Übertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{K_s}{(1 + T_{S1}s)(1 + T_{S2}s)\ldots(1 + T_{Sn}s)}$$

$$R(s) = K'_P \frac{(1 + T_{R1}s)(1 + T_{R2}s)}{T_{R1}s}$$

Kompensation: $T_{R1} = T_{S1}$, $T_{R2} = T_{S2}$

Aus der Übertragungsfunktion des PID-Reglers in Polynomdarstellung ergibt sich T_{R1}, T_{R2}:

$$R(s) = K_P \frac{T_V T_N s^2 + T_N s + 1}{T_N s}$$

Es gibt noch viele weitere Einstellmöglichkeiten, z.B. Betragsoptimum, Symmetrisches Optimum, Simulation, …

$$T_{R1} = T_{S1} = \frac{T_N}{2}\left(1 + \sqrt{1 - 4\frac{T_V}{T_N}}\right)$$

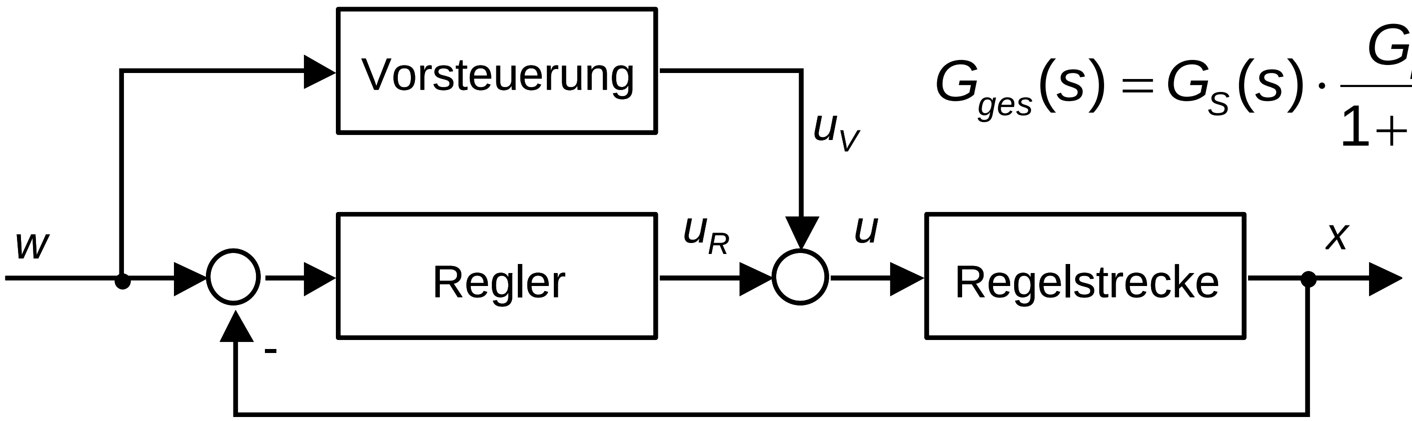
$$T_{R2} = T_{S2} = \frac{T_N}{2}\left(1 - \sqrt{1 - 4\frac{T_V}{T_N}}\right)$$

Daraus folgt T_V, T_N

Einige Beispiele für fortgeschrittene Regelverfahren

Struktur einer Vorsteuerung

Im Bildbereich ergibt sich die Übertragungsfunktion:

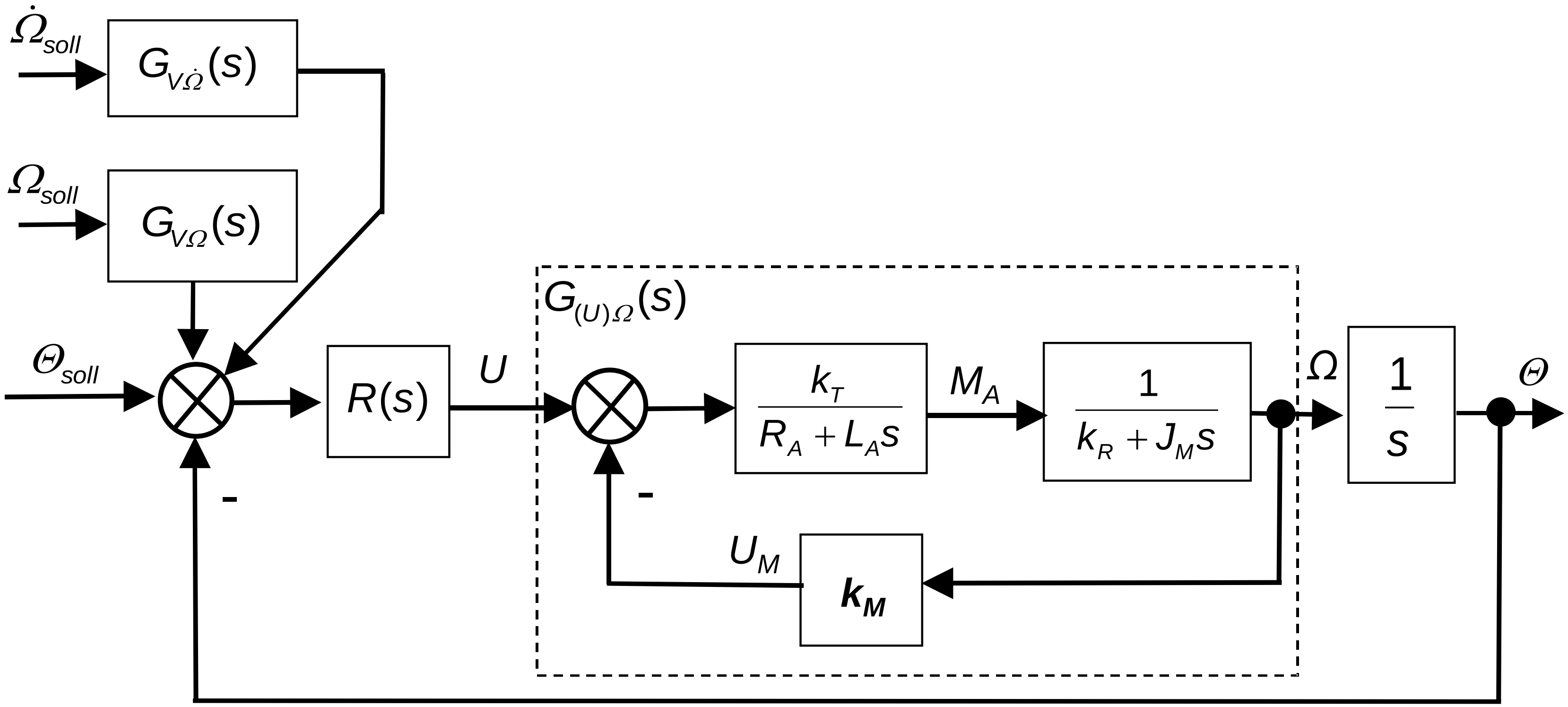


$$G_{ges}(s) = G_S(s) \cdot \frac{G_R(s) + G_V(s)}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s)}$$

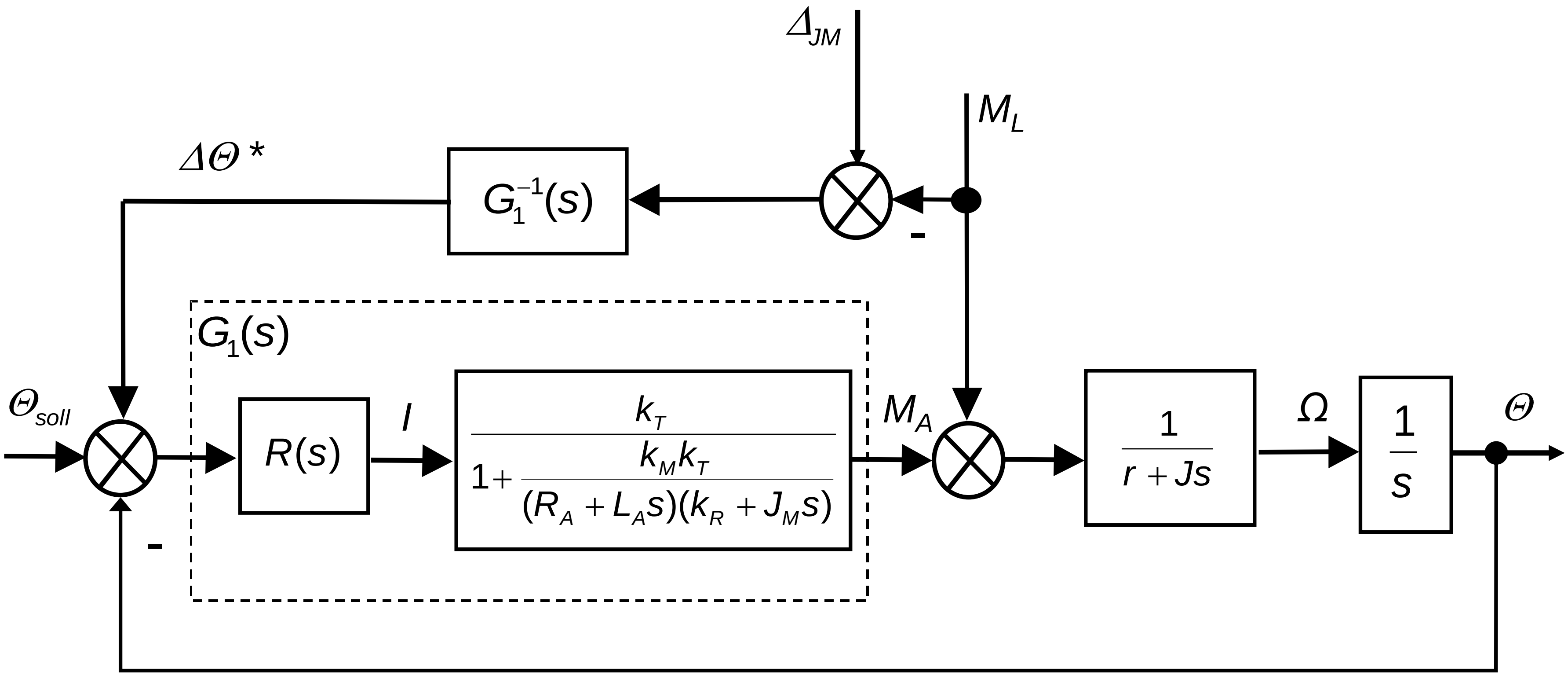
Kombination von Steuerung und Regelung:

Die Strecke ($G_S(s)$) soll möglichst schnell und präzise entlang einer vorgegebenen Trajektorie $w(t)$ bzw. zu einem Endwert $w(t_e)$ geführt wird. Die Größe u_V wird mit Hilfe eines Modells der Strecke ohne Berücksichtigung von Störungen erzeugt. Die der Vorsteuerung ($G_V(s)$) überlagerte Regelung ($G_R(s)$) soll sicherstellen, dass die Regelgröße $x(t)$ möglichst genau der Führungsgröße $w(t)$ trotz der Wirkung von Störungen und des Vorhandenseins von Modellunsicherheiten folgt.

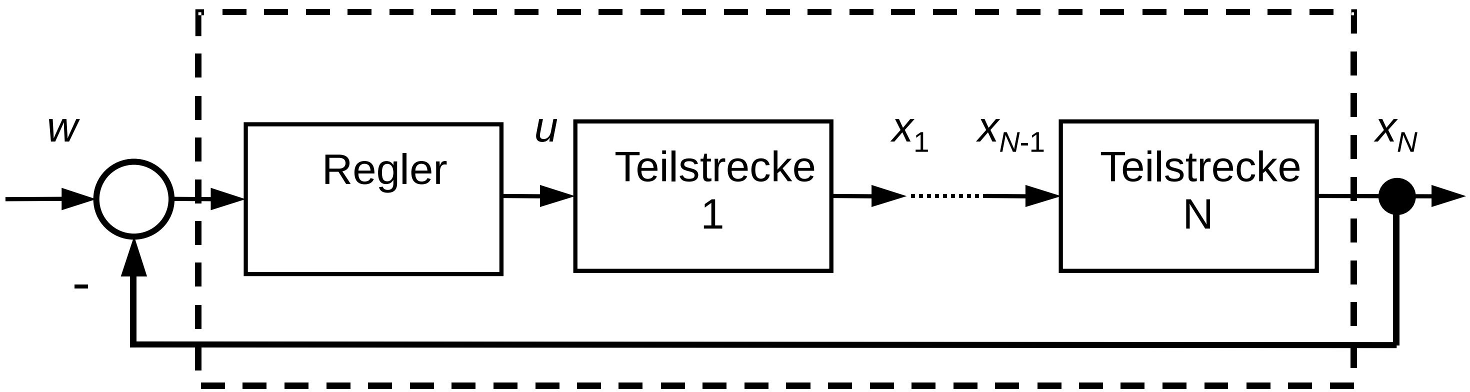
Geschwindigkeits- und Beschleunigungs-vorsteuerung in einem Antrieb



Momentenvorsteuerung in einem Antrieb

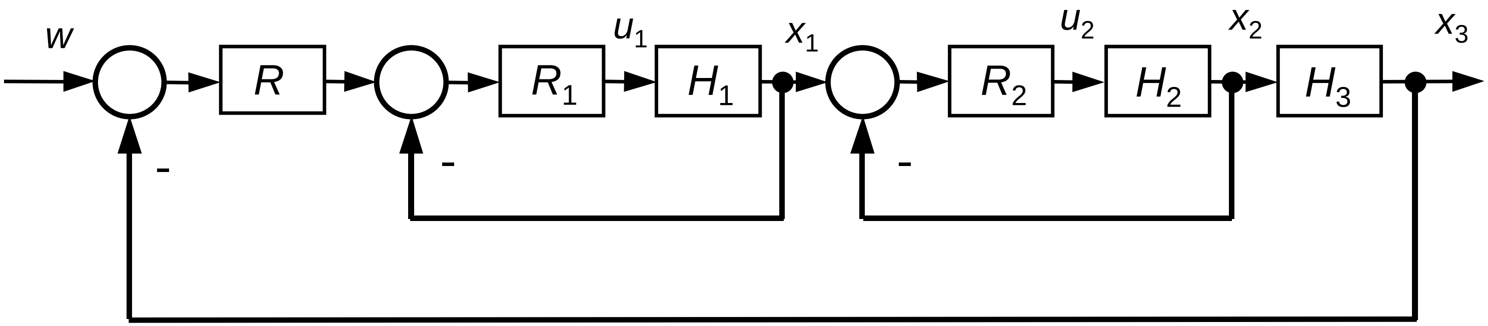


Ein System mit geteilter (kaskadierter) Strecke



Z.B. bei einer Maschinenachse Regelstrecke für Lage, für Geschwindigkeit und Strom

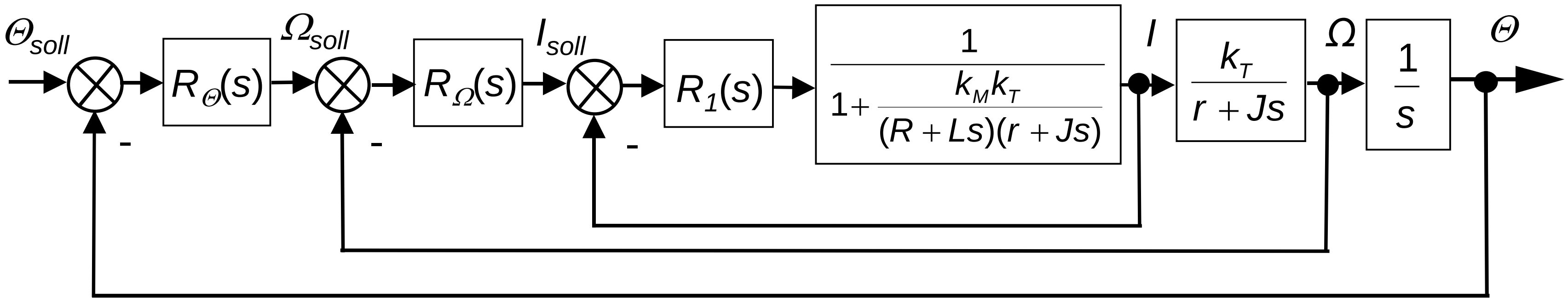
Mehrschleifige Regelung



Lokale Regler für die Teilstrecken

1. Wahl und Auslegung der inneren Regler, die eine gute Dynamik (Schnelligkeit und Dämpfung) der unterlagerten Regelungen gewährleisten. Die stationäre Genauigkeit ist weniger wichtig.
2. Zusammenfassung der inneren Schleifen zu einem Block.
3. Wahl und Auslegung des globalen (äußeren) Reglers entsprechend den Anforderungen an die Gesamtregelung.

Kaskadenregelung für eine Maschinenachse mit Gleichstrommotor



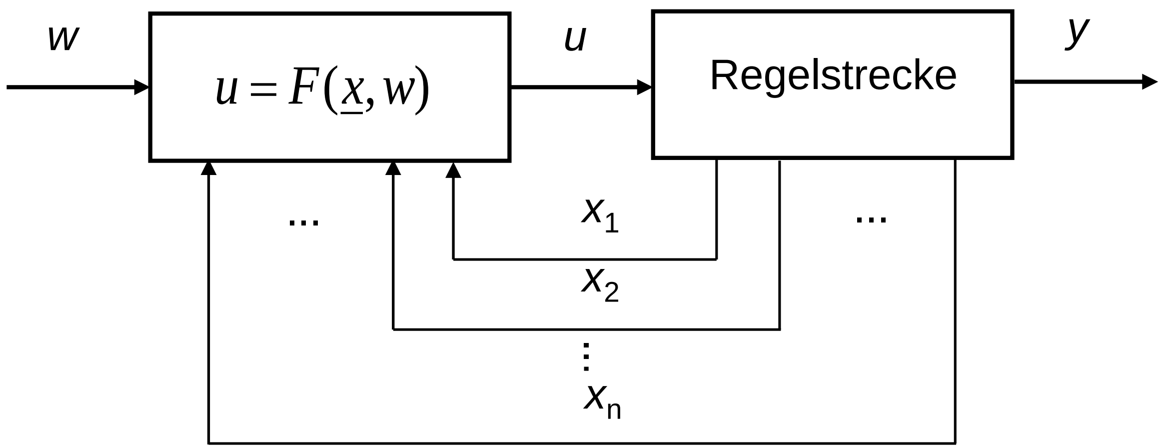
Die Regelstrecken unterscheiden sich deutlich in den dynamischen Eigenschaften.

In der Reihefolge von innen nach außen werden die Regelstrecken immer langsamer, d.h. die Zeitkonstanten der Regelstrecken werden immer größer.

(Beispiel: $T_{H1} = T$, $T_{H2} = 3T$, $T_{H3} = 10T$).

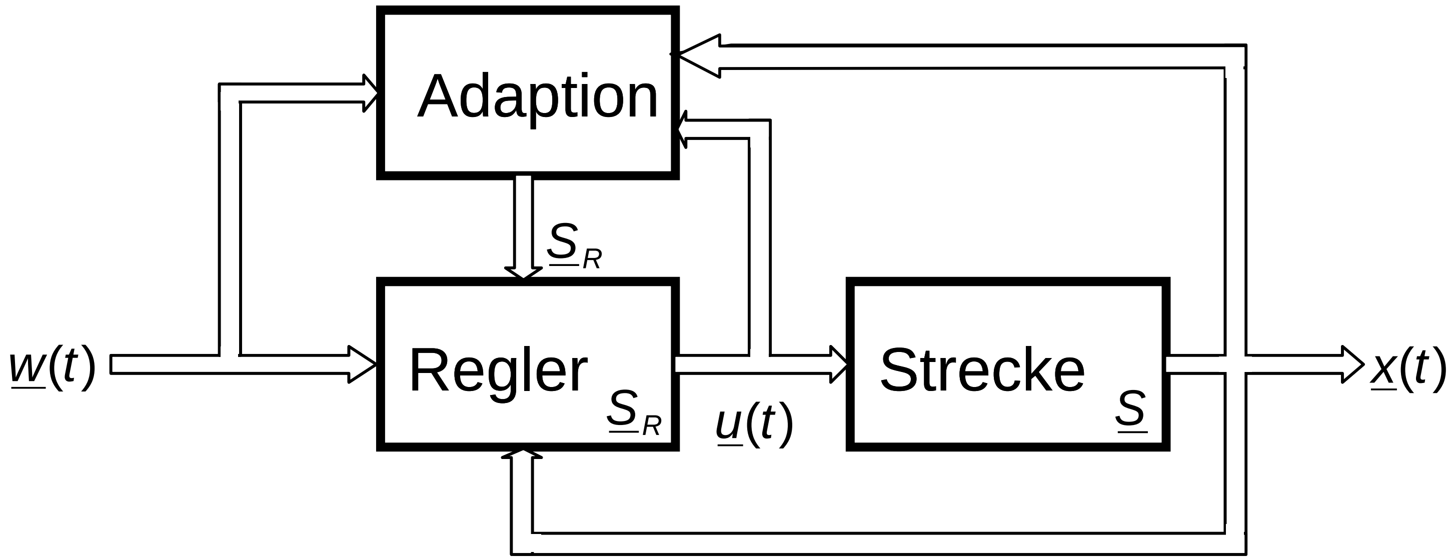
Abtasttakte für Lage 2 ms, für Geschwindigkeit 0,3 ms, für Strom 50 mks

Zustandsregelung



In einem Zustandsregler wird nicht nur die eigentlich interessierende Ausgangsgröße der Strecke zurückgeführt, sondern sämtliche dynamische Größen der Regelstrecke (**Zustandsgrößen**). Bei Zustandsreglern gibt es keine exakte Trennung zwischen dem Differenzglied und dem eigentlichen Regler, weil die Einwirkung jeder Zustandsgröße individuell ist. Dadurch entsteht ein mehrschleifiger Regelkreis:

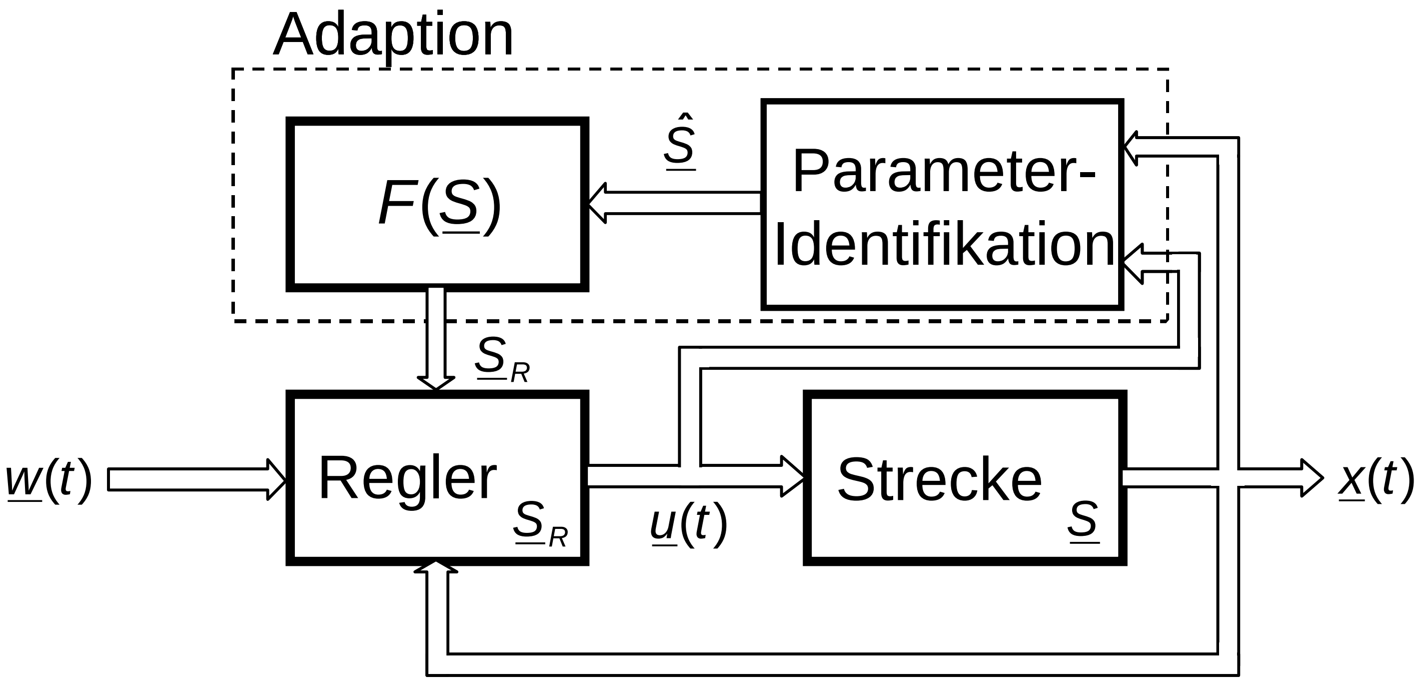
Ein parameteradaptives Regelsystem



Parameteradaptive Regelsysteme sind Systeme, bei denen ein adaptiver Regler seine Parameter der sich ändernden Regelstrecke entsprechend anpasst (adaptiert).

$\underline{S}_R$: adaptierter Parametervektor des Reglers

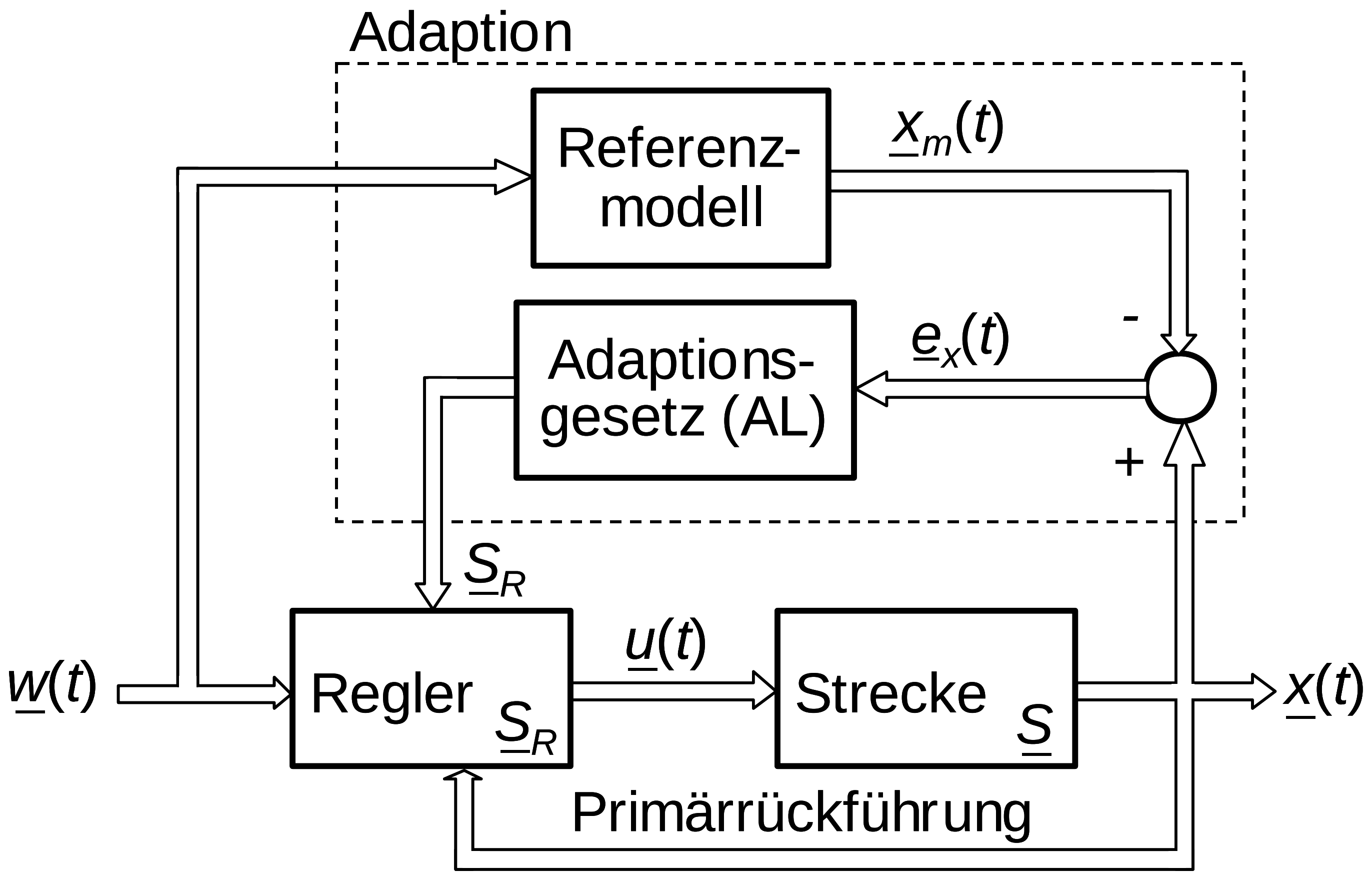
Indirekte adaptive Regelstruktur (Self Tuning)



Bei der indirekten adaptiven Regelstruktur werden die Reglerparameter indirekt über die Streckenparameter $\underline{S}(t)$ bestimmt:

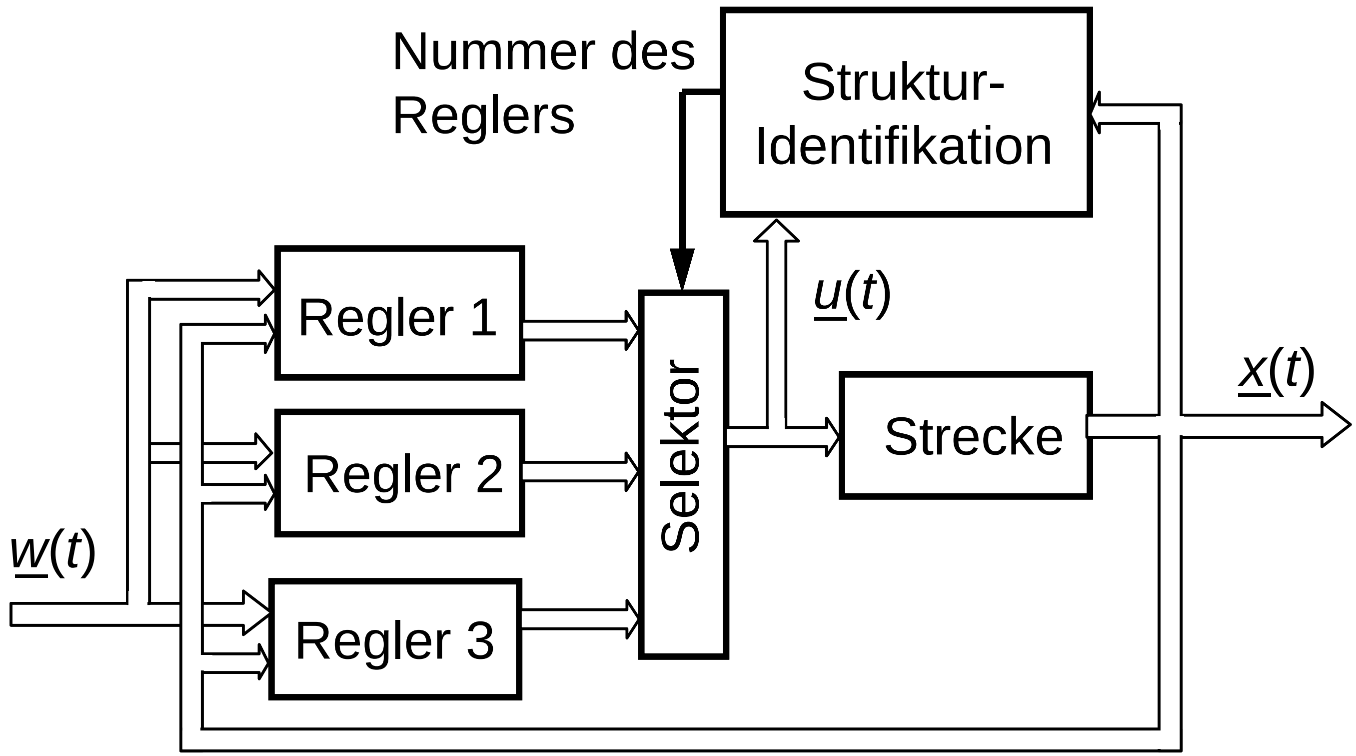
$$\underline{S}_R = F(\underline{S})$$

Direkte adaptive Regelstruktur (MRAC)



Bei den **direkten** adaptiven Reglerstrukturen werden die Reglerparameter direkt aufgrund der zur Verfügung gestellten Signale bestimmt. Bei dieser Methode werden die Reglerparameter direkt durch ein **Adaptionsgesetz** (**AL**: *adaptation law*) so verändert, dass das Verhalten der Ausgangsgröße $\underline{x}(t)$ einem **Referenzmodell** angeglichen wird, welches das gewünschte Systemverhalten beschreibt.

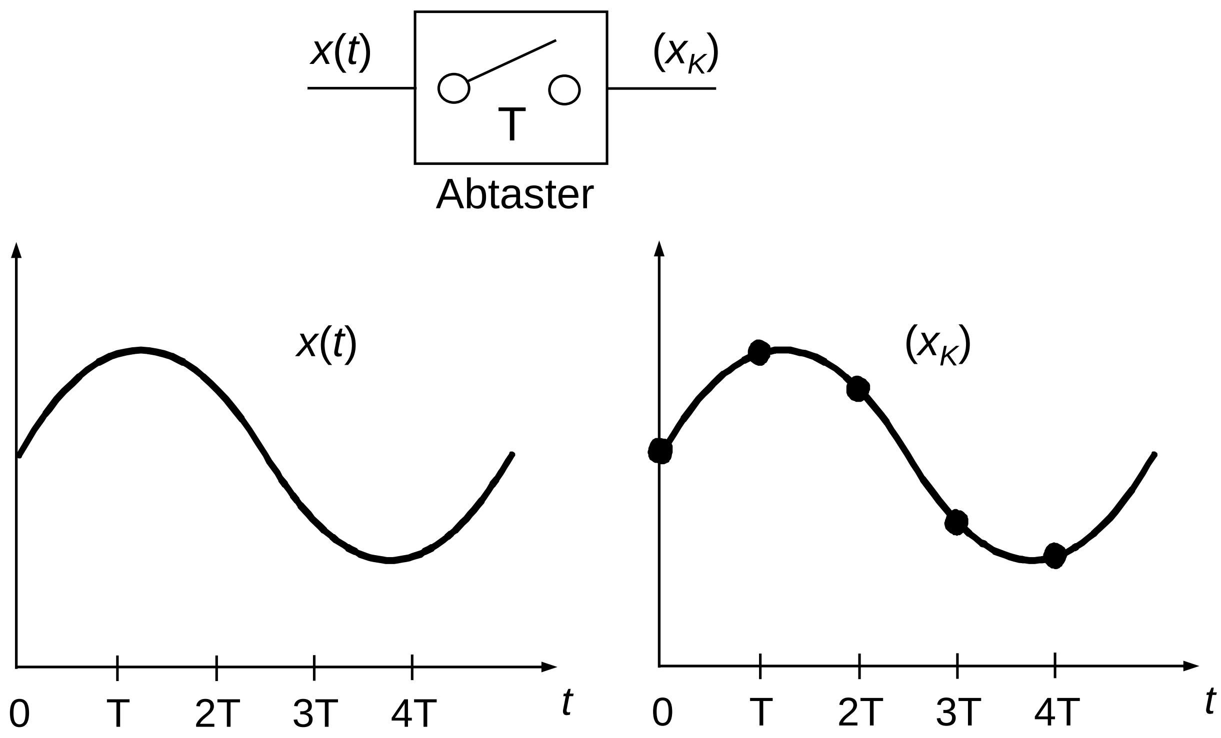
Strukturadaptive Regelung



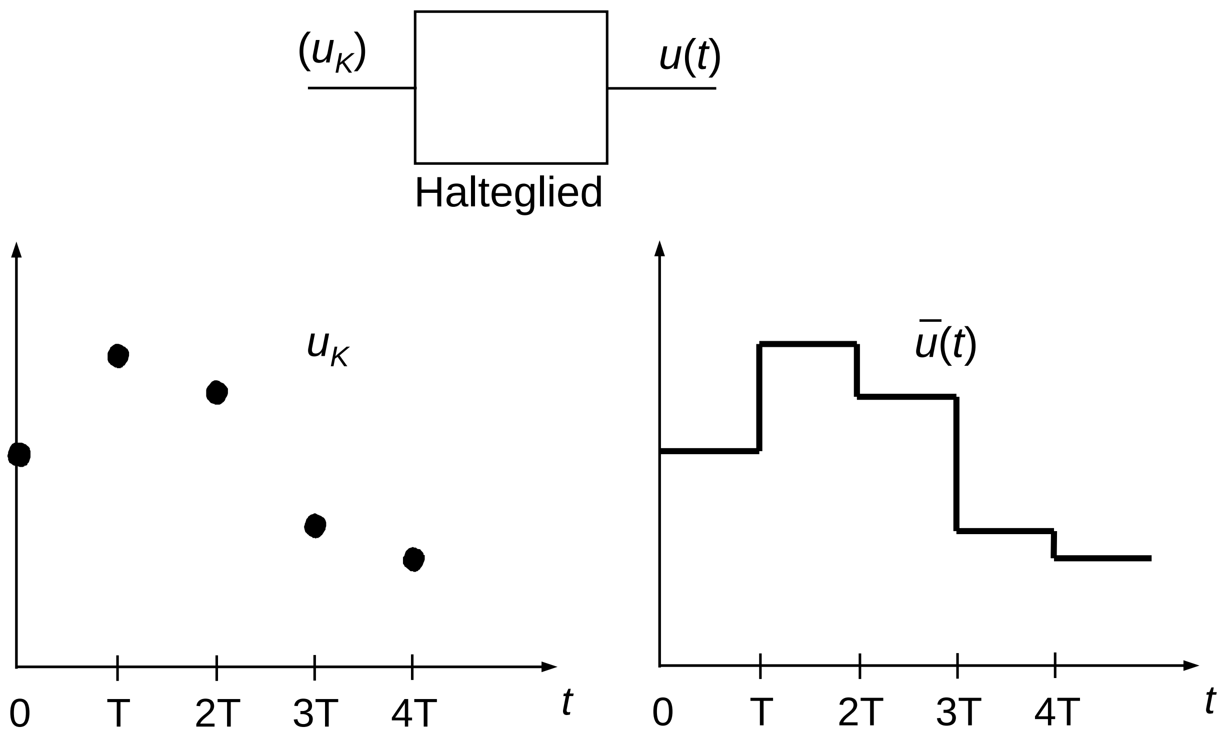
Strukturadaptive Regelsysteme sind Systeme, bei denen entsprechend der sich in der Struktur ändernden Regelstrecke (z.B. Systemordnung) die Struktur des Reglers entsprechend angepasst (adaptiert) wird.

Zeitdiskrete Regelungssysteme

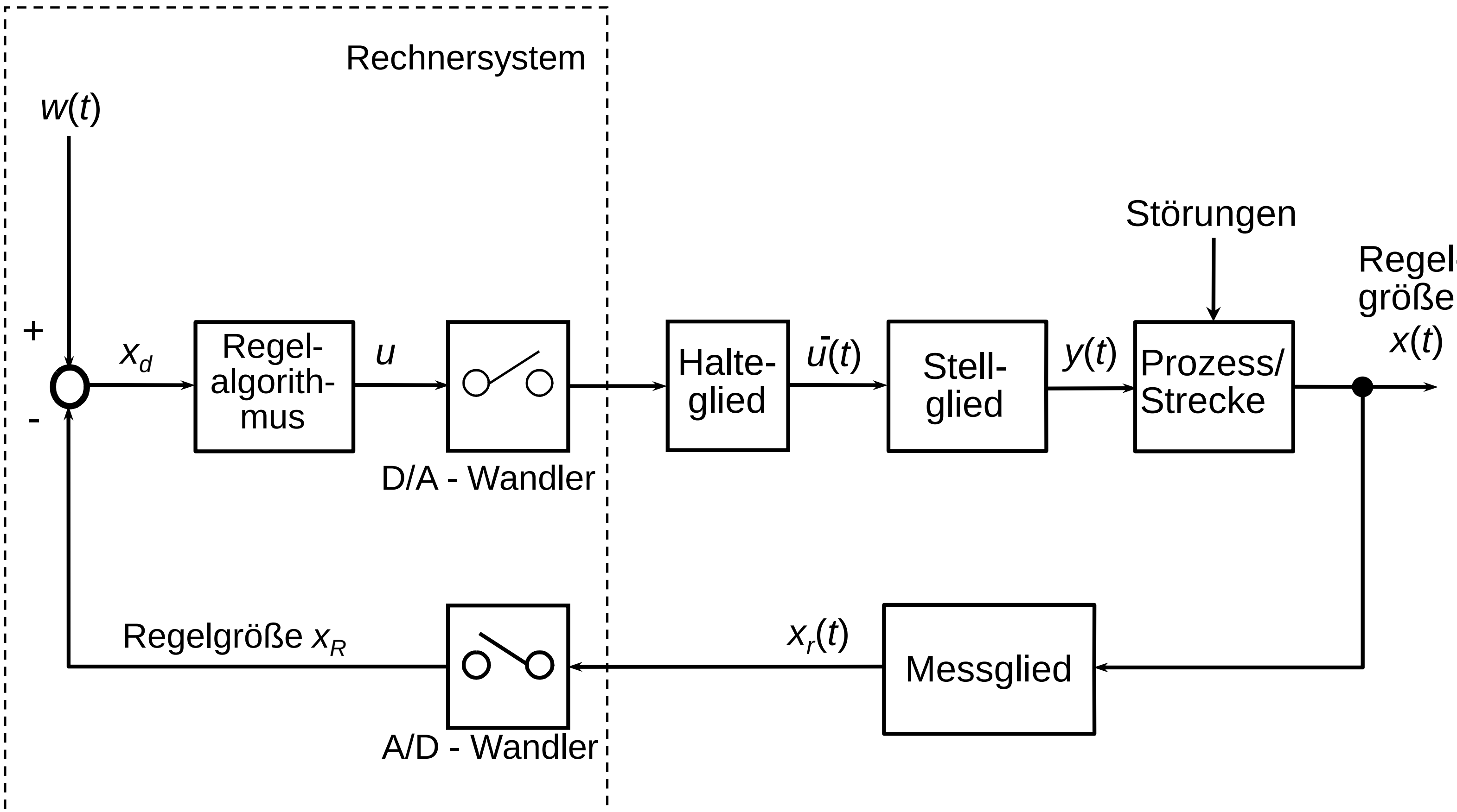
Abtastung



Zeitdiskretes Signal

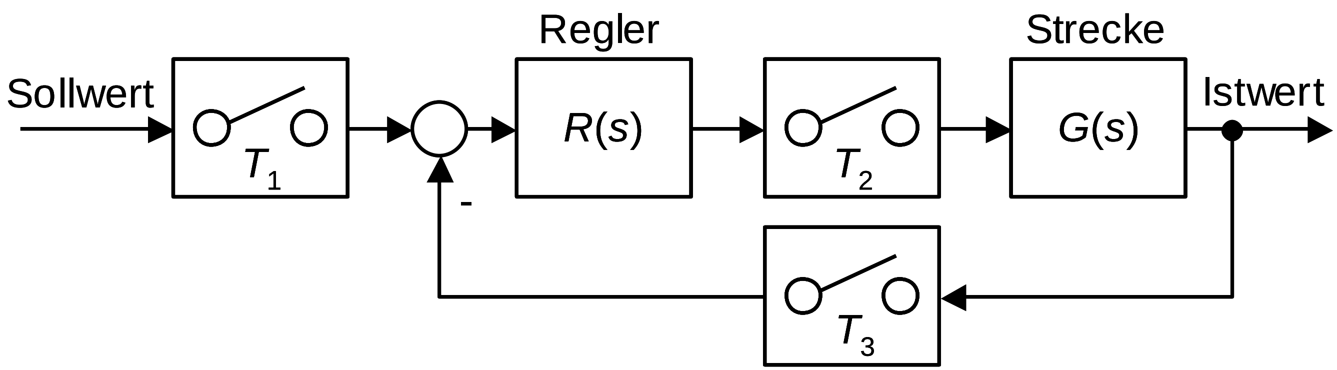


Regelkreis mit Rechner als digitalem Regler



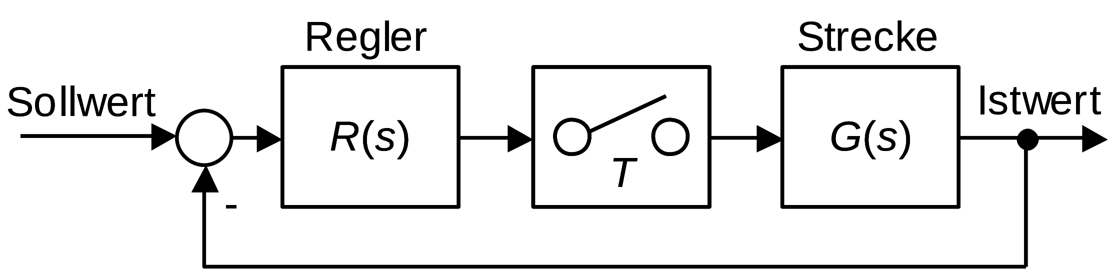
Regelungssystem

a) Regelungssystem mit mehreren Abtastperioden



Reale Systeme werden immer so gestaltet, dass $T1 \geq T2 \geq T3$ ist.

b) Übliches digitales Regelungssystem



Das Abtasttheorem nach Shannon

Sind in einem Signal $x(t)$ die Frequenzen in einem Band von 0 – f_{max} vorhanden, so reicht es, das Signal $x(t)$ in zeitlichen Abständen $\boldsymbol{T_0=1/(2\, f_{max})}$ *abzutasten, um aus der Funktion x_N die ursprüngliche Größe $x(t)$ ohne Verlust an Information zurückgewinnen zu können.*

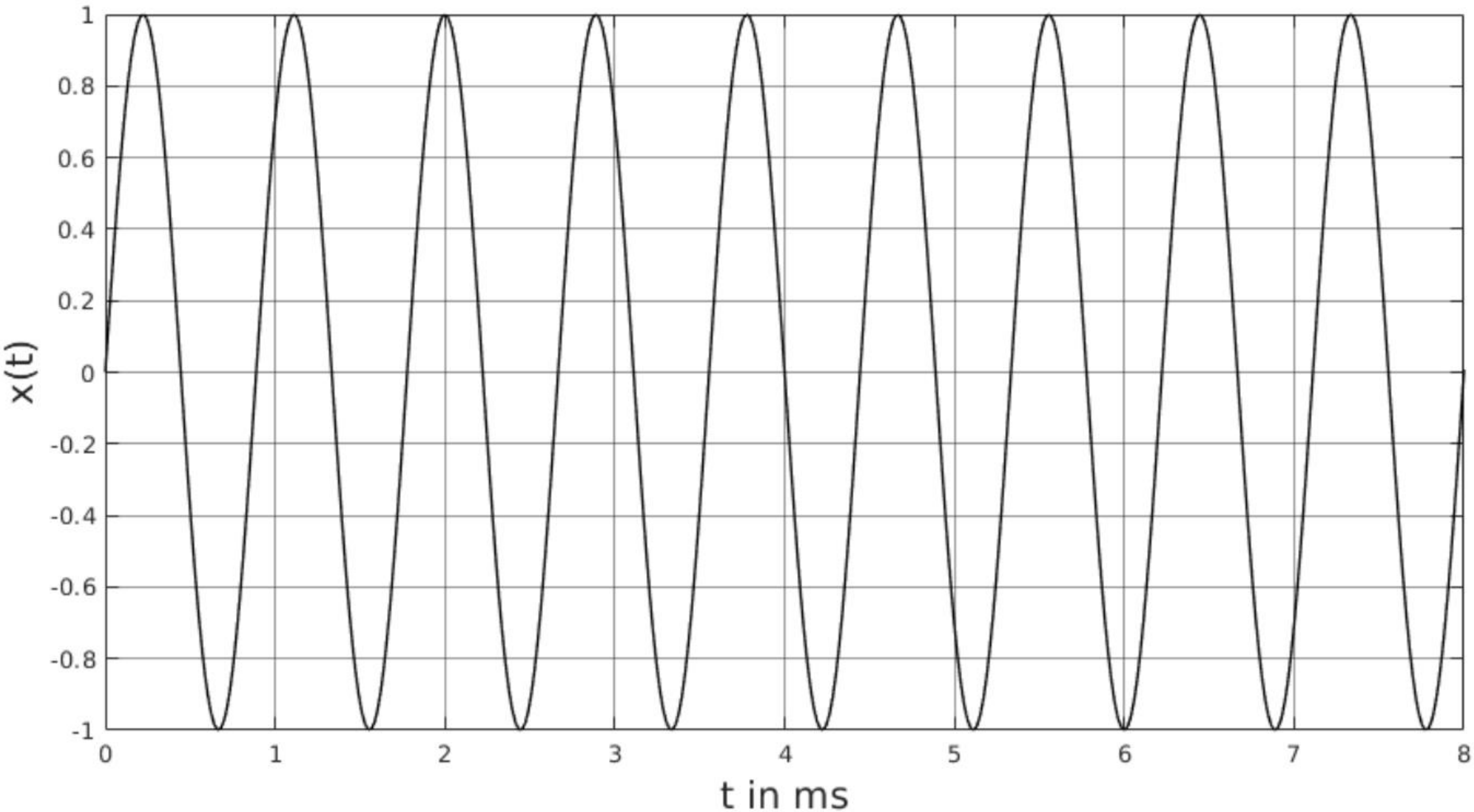
In der Praxis werden beim Abtasten Frequenzen von **5 bis 10** $\boldsymbol{f_{max}}$ verwendet.

Das Abtasttheorem nach Shannon

- Beachtet man das Shannon-Theorem **nicht** und wählt zu geringe Abtastzeiten, kann das Signal nach der Abtastung nicht mehr originalgetreu rekonstruiert werden.
- Man spricht vom “Alias-Effekt” oder “Aliasing”

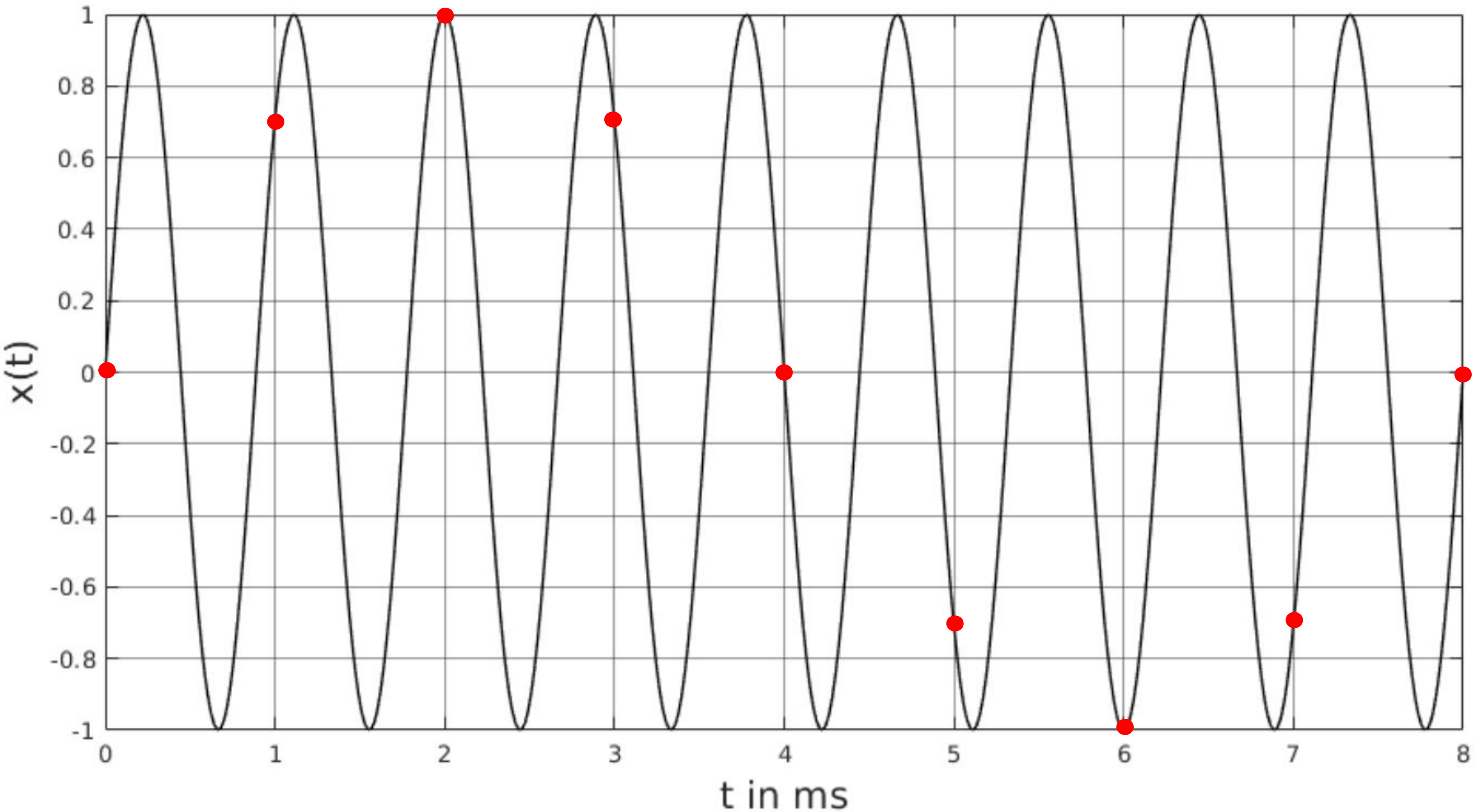
Das Abtasttheorem nach Shannon

Beispiel: Signal wird mit T = 1ms abgetastet



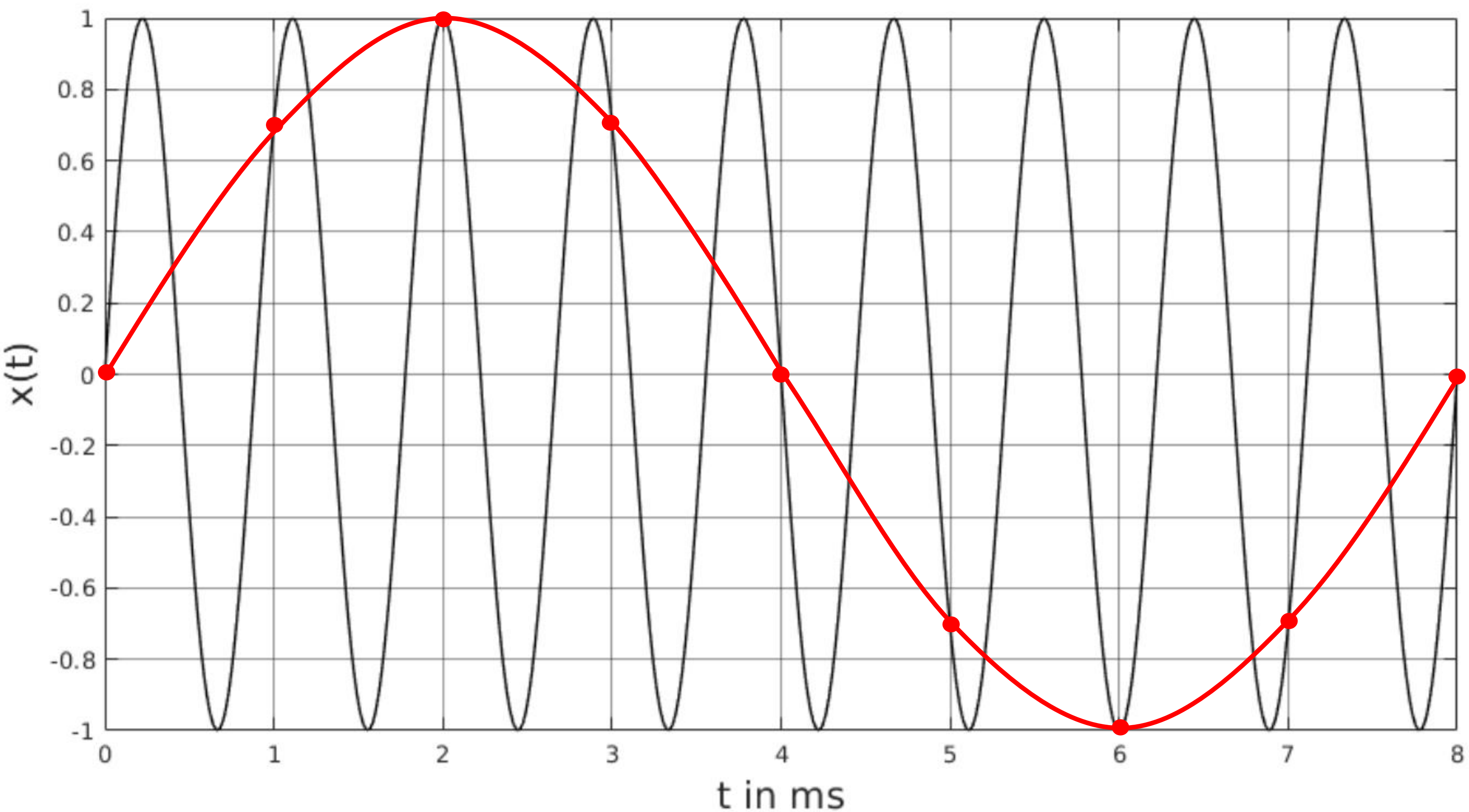
Das Abtasttheorem nach Shannon

Beispiel: Signal wird mit T = 1ms abgetastet



Das Abtasttheorem nach Shannon

Beispiel: Signal wird mit T = 1ms abgetastet



Abtasttheorem (Shannon-Theorem) - Beispiel