Karlsruher Institut für Technologie

Vorlesung Echtzeitsysteme
Regelungstechnik: Wiederholung/Ergänzende Folien

M. Sc. Tom Huck

Institut für Anthropomatik und Robotik (IAR) – Intelligente Prozessautomation und Robotik (IPR)

Themen: Von der DGL zur Laplace-Übertragungsfunktion, Sprung-/Impulsantwort, Ortskurve, Bodediagramm, Stabilitätskriterien

Von der DGL zur Laplace Übertragungsfunktion

Achtung: Nur für lineare, zeitinvariante DGL!

1. Ersetzung der Funktionen und ihrer Ableitungen:

Aus y(t) wird Y(s)

Aus y'(t) wird s*Y(s)

Aus y''(t) wird s^2 * F(s)

usw...

(analog für Eingangsgröße u(t) bzw. U(s))

Von der DGL zur Laplace Übertragungsfunktion

Achtung: Nur für lineare, zeitinvariante DGL!

2. Alle Laplace-Transformierten (Y(s), U(s)) ausklammern und auf getrennte Seiten der Gleichung bringen

3. G(s) = Y(s)/X(s) berechnen

Von der DGL zur Laplace Übertragungsfunktion

Achtung: Nur für lineare, zeitinvariante DGL!

2. Alle Laplace-Transformierten (Y(s), U(s)) ausklammern und auf getrennte Seiten der Gleichung bringen

3. G(s) = Y(s)/X(s) berechnen

Achtung: Es handelt sich bei dieser DGL um ein reines Rechenbeispiel, die Eigenschaften stimmen nicht unbedingt mit denen eines realen Systems übereinstimmen!

Beispiel:

Berechne Übertragungsfunktion für System mit der DGL

$$y''(t) = 2u(t) + u'(t) - y'(t) - 3y(t)$$

Von der DGL zur Laplace Übertragungsfunktion

Achtung: Nur für lineare, zeitinvariante DGL!

2. Alle Laplace-Transformierten (Y(s), U(s)) ausklammern und auf getrennte Seiten der Gleichung bringen

3. G(s) = Y(s)/X(s) berechnen

Beispiel:

Berechne Übertragungsfunktion für System mit der DGL

$$y''(t) = 2u(t) + u'(t) - y'(t) - 3y(t)$$

Sprungantwort, Impulsantwort

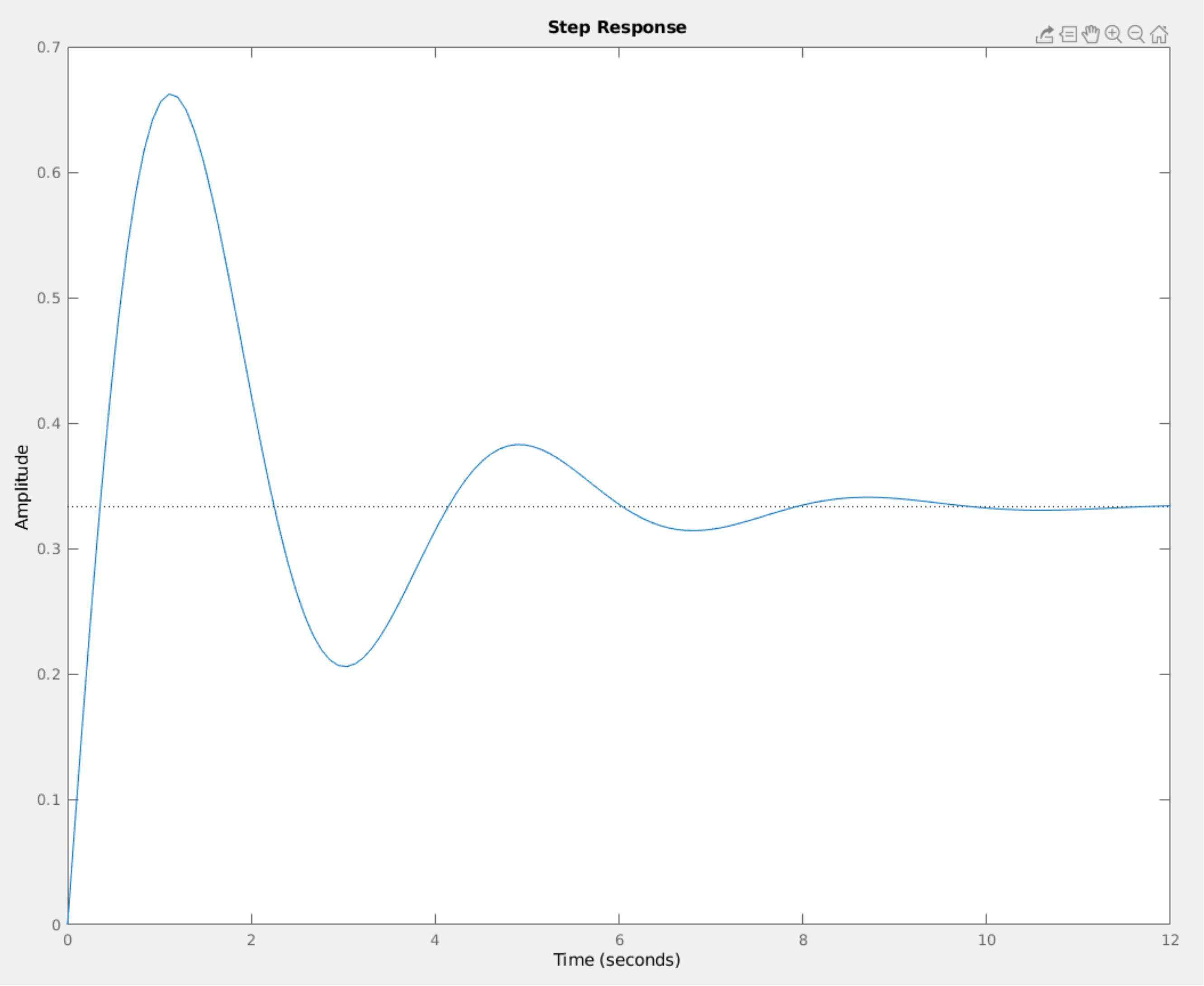
Sprung- und Impulsantwort bezeichnet den **Verlauf der Ausgangsgröße** eines Systems für **bestimmte, fest definierte Eingangsgrößen**.

- Bei der Impulsantwort ist die Eingangsgröße der sog. **Dirac-Impuls** (d.h. unendlich starker und infinitesimal kurzer Impuls --> in der Praxis so nicht zu realisieren, aber für theoretische Betrachtungen nützlich)
- Bei der Sprungantwort ein sog. **Einheitssprung** (d.h. instantane Änderung der Eingangsgröße von 0 auf 1).

Die Impulsantwort ist die **Ableitung** der Sprungantwort.

Durch experimentelle Bestimmung der Sprungantwort kann das Verhalten eines Systems **messtechnisch** charakterisiert werden, auch wenn keine mathematische Beschreibung vorliegt.

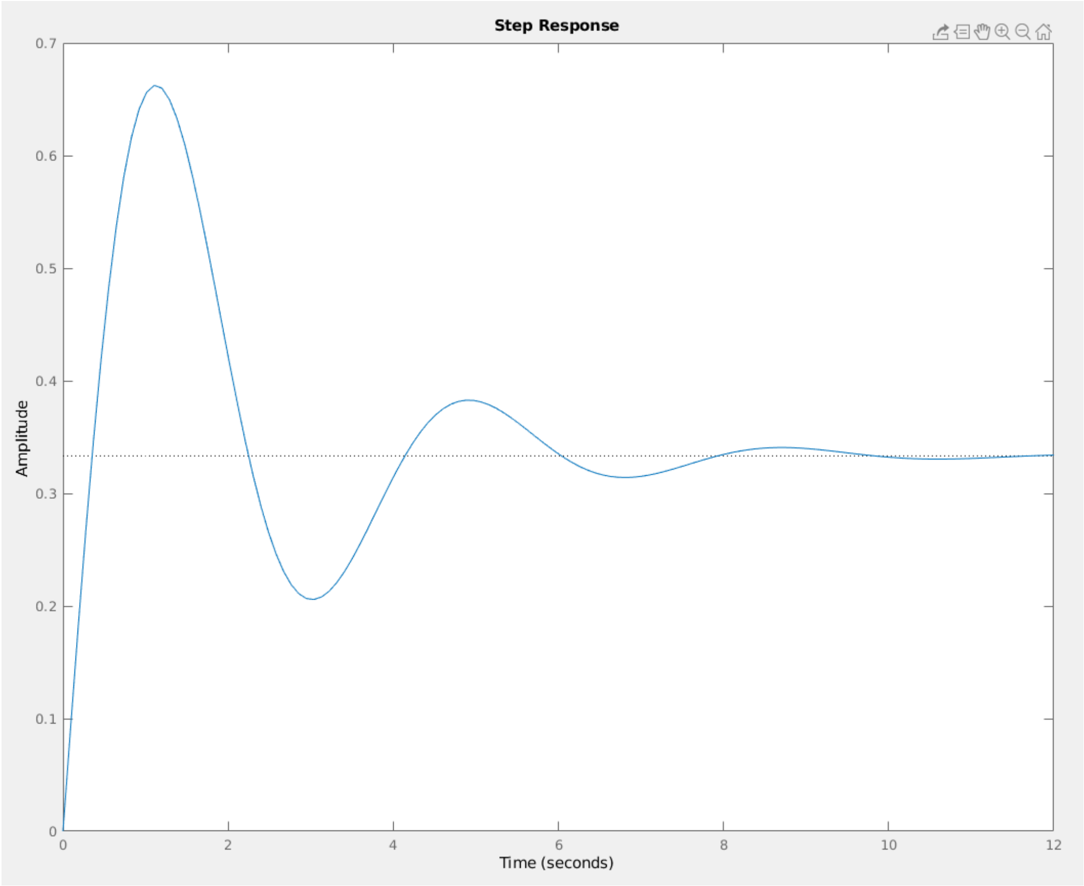
Sprungantwort für Beispielsystem



Tom Huck, M. Sc.

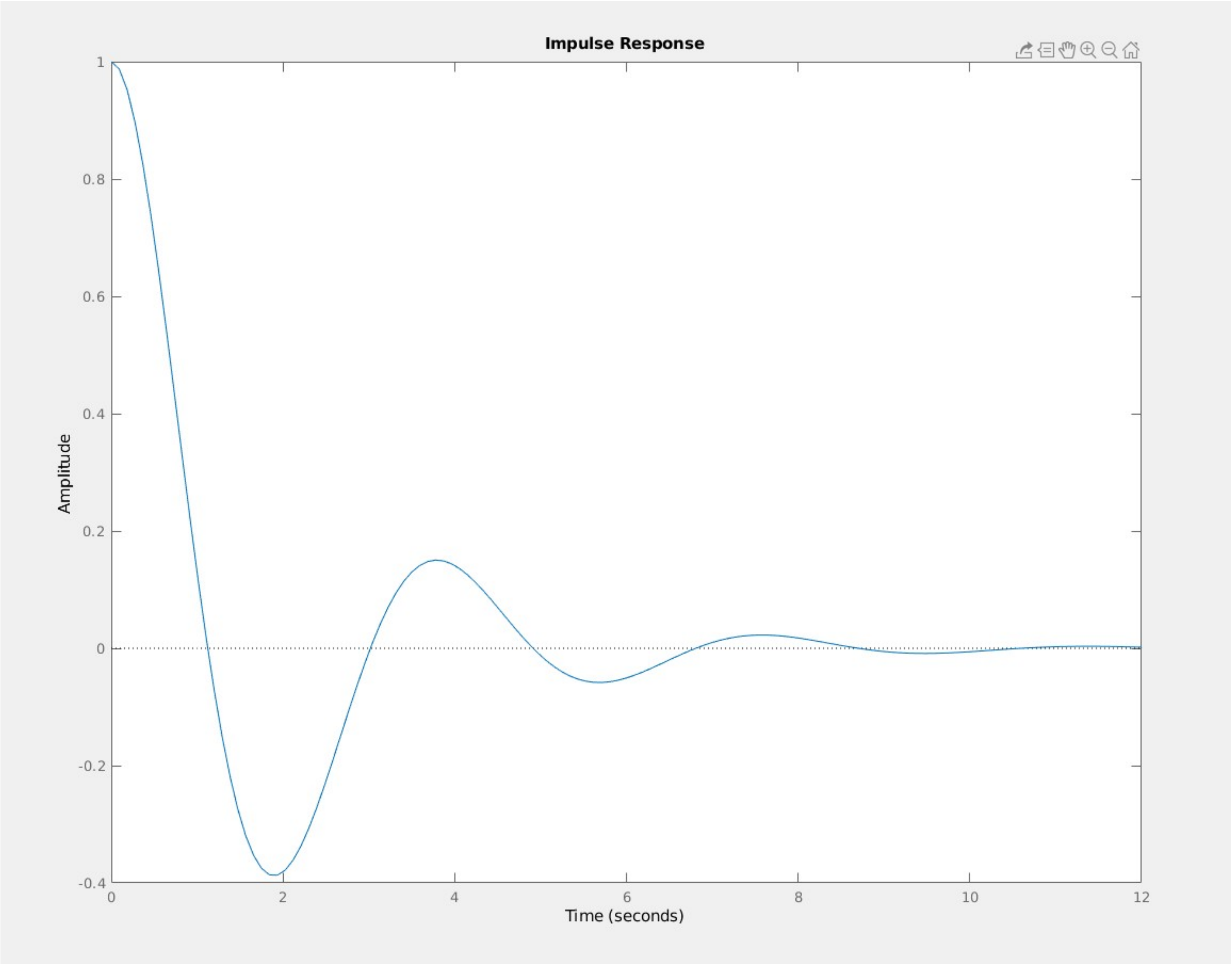
Institut für Anthropomatik und Robotik (IAR) –
Intelligente Prozessautomation und Robotik (IPR)
Prof. Dr.-Ing. Thomas Längle

Sprungantwort für Beispielsystem



Frage: Was sagt uns diese Sprungantwort über unser System?

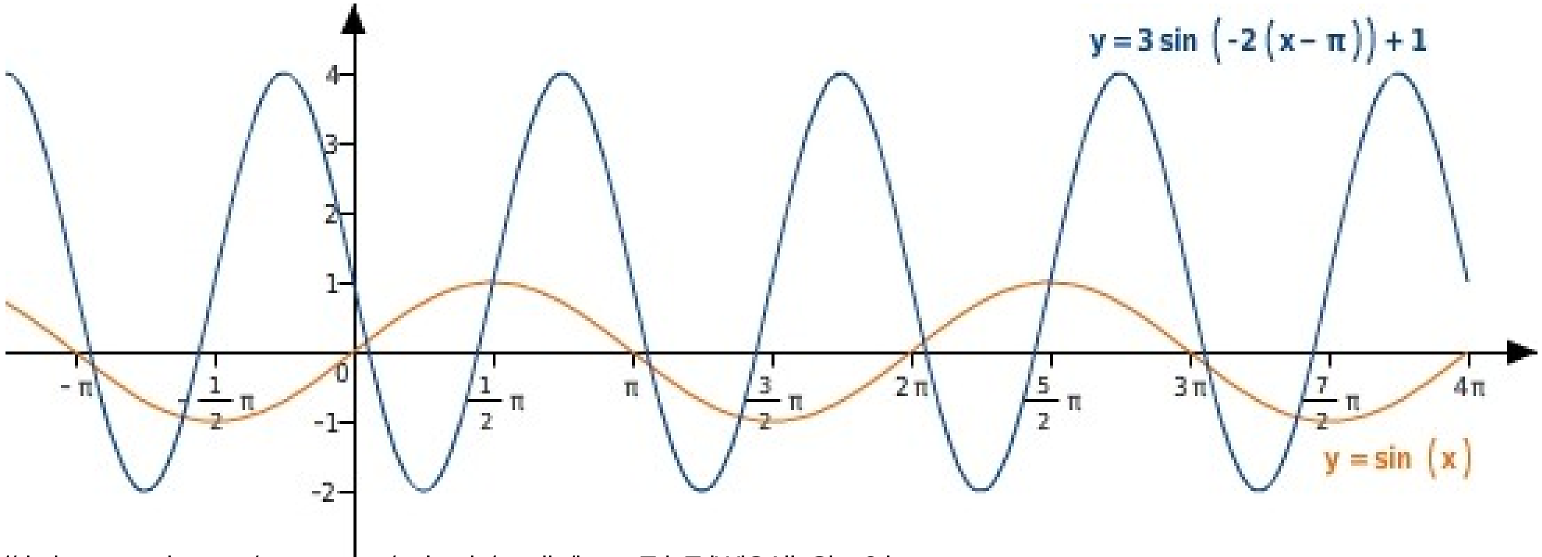
Impulsantwort für Beispielsystem



Ortskurve, Bode Diagramm

Ortskurve und Bodediagramm beschreiben das Verhältnis von Betrag und Phase der Übertragungsfunktion. Hierbei werden **periodische** Ein- und Ausgangssignale angenommen.

Pahse: Zeitlicher Versatz von Ein- und Ausgangsgröße



https://de.bettermarks.com/wp-content/uploads/media/kem_Tri_TriWiGAllgSin_2.jpg

Betrag: Verhältnis der Amplituden von Ein- und Ausgangsgröße

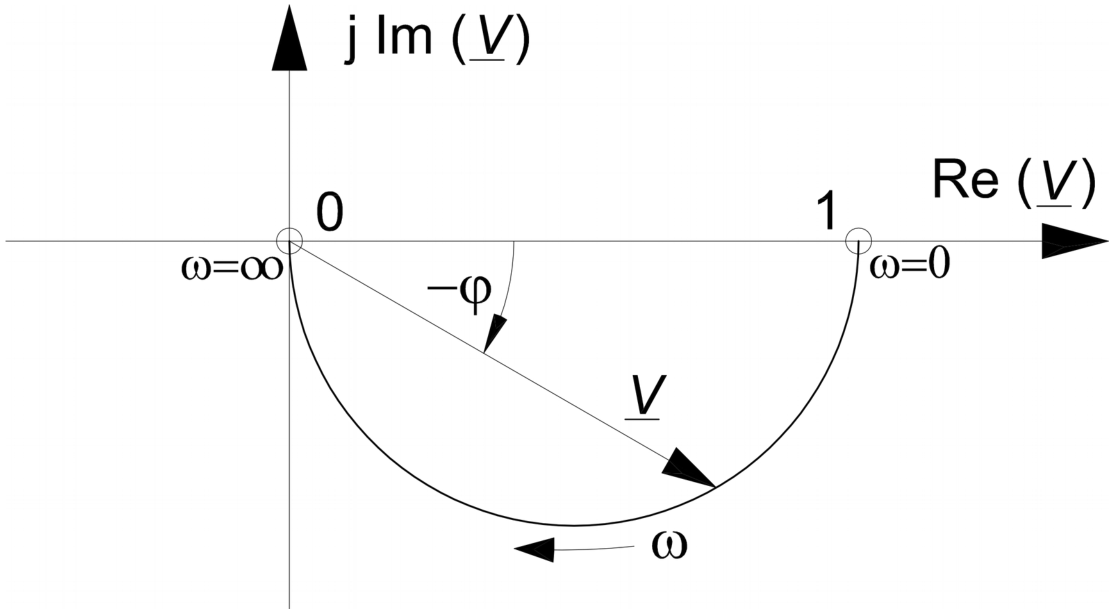
Ortskurve, Bode Diagramm

Betrag und Phase können anhand der Übertragungsfunktion G(s) berechnet werden. Hierbei wird die Übertragunsfunktion als komplexe Zahl aufgefasst, indem man

$$s = jw$$

für die Laplace-Variable einsetzt, wobei w die Frequenz und j die komplexe Zahl beschreibt.

Nun berechnet man für jede Frequenz w die sich ergebende komplexe Zahl G(jw) und verbindet diese in der komplexen Ebene.



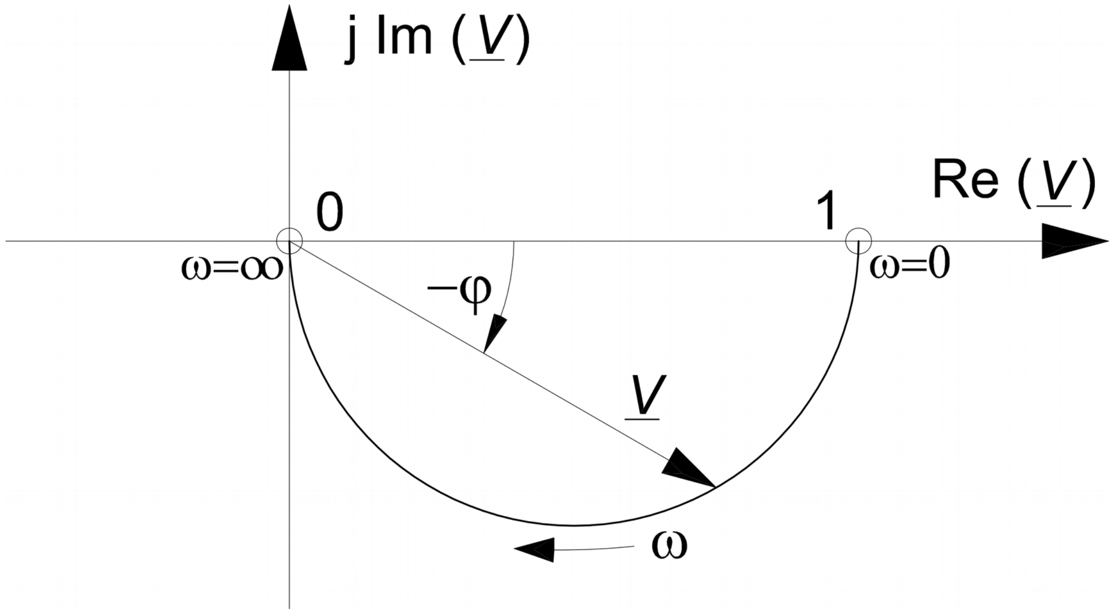
Ortskurve, Bode Diagramm

Betrag und Phase können anhand der Übertragungsfunktion G(s) berechnet werden. Hierbei wird die Übertragunsfunktion als komplexe Zahl aufgefasst, indem man

$$s = jw$$

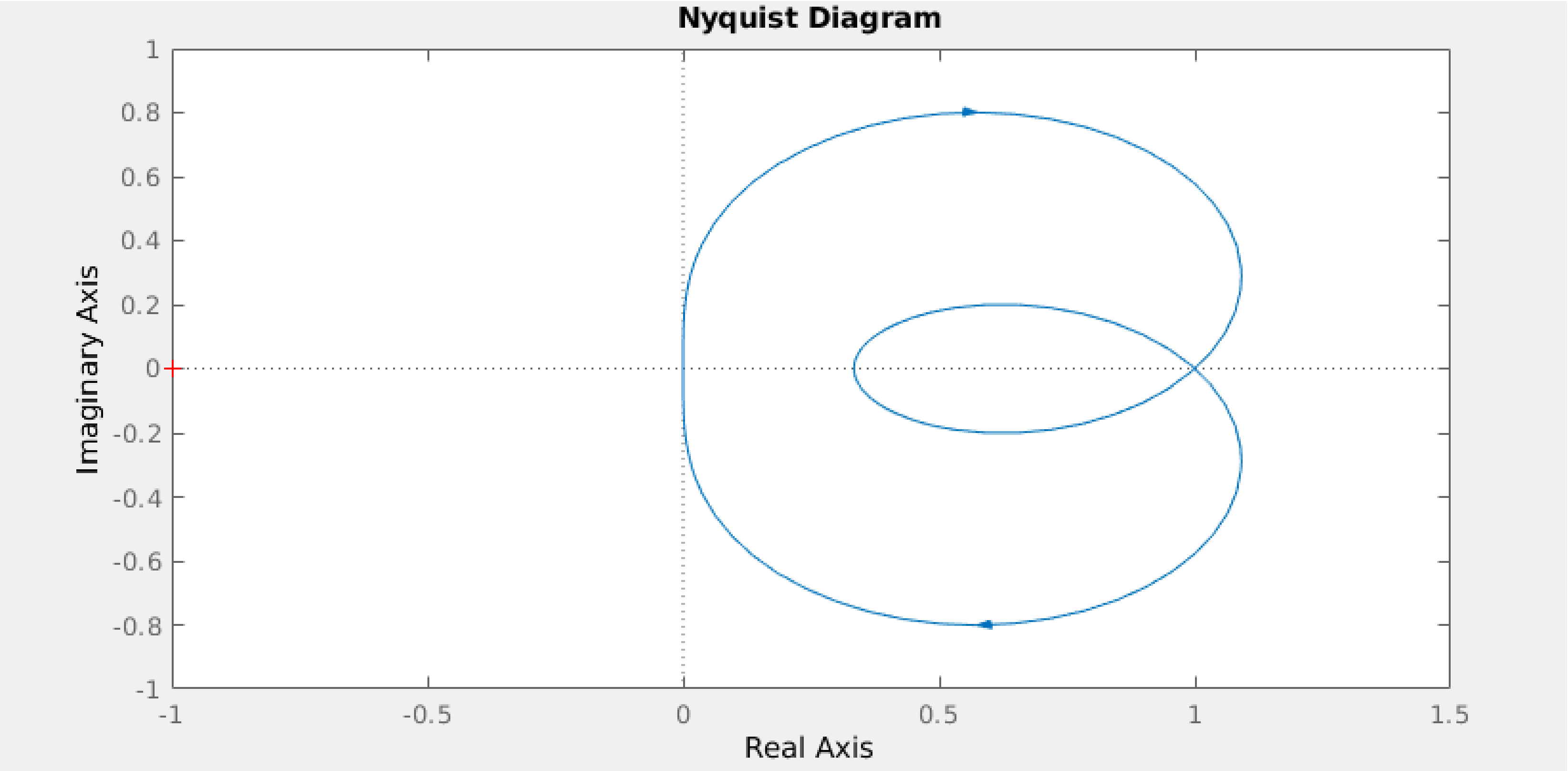
für die Laplace-Variable einsetzt, wobei w die Frequenz und j die komplexe Zahl beschreibt.

Nun berechnet man für jede Frequenz w die sich ergebende komplexe Zahl G(jw) und verbindet diese in der komplexen Ebene.



Ortskurve, Bode Diagramm

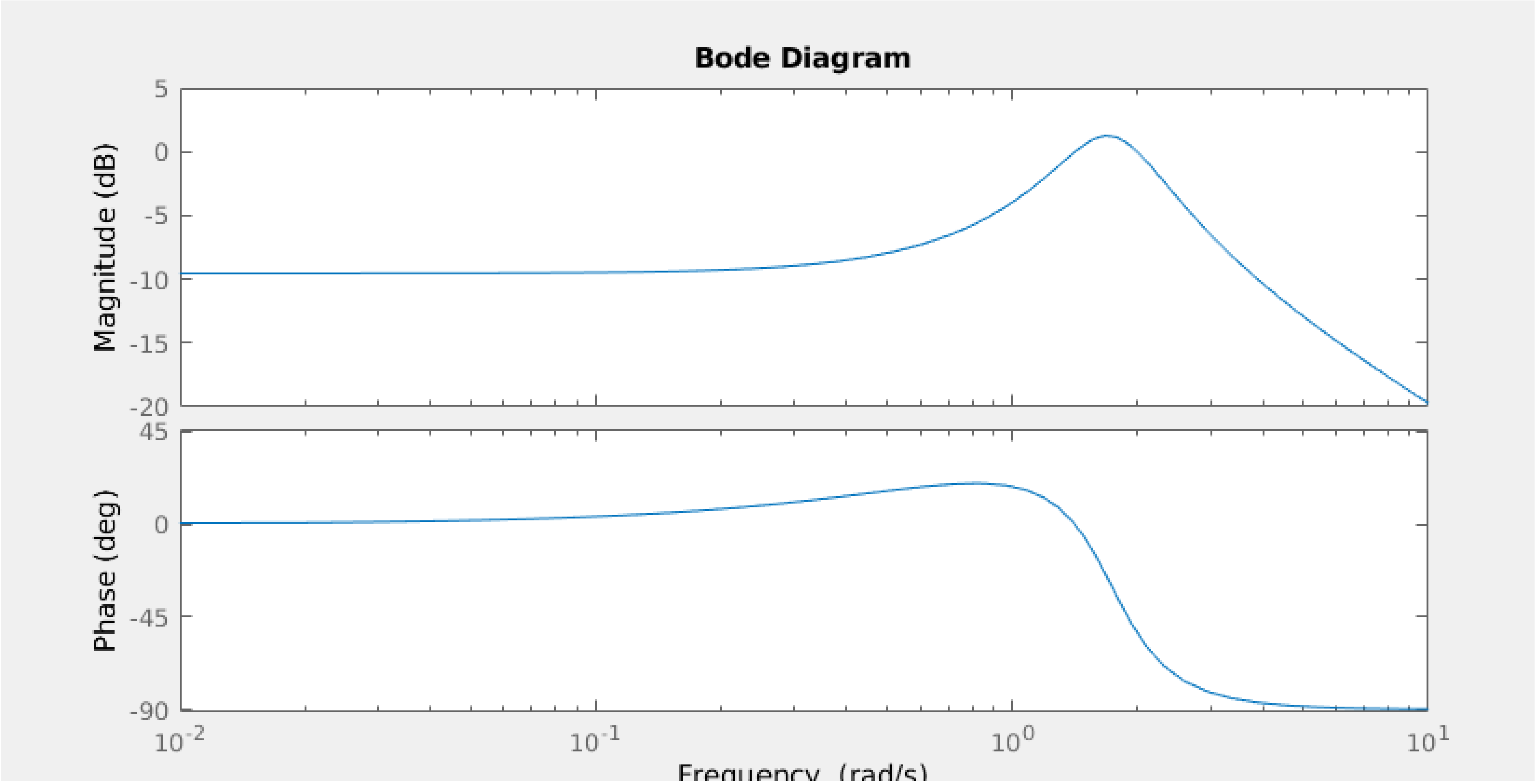
Ortskurve für unser Beispielsystem:



Ortskurve, Bode Diagramm

Die Gleiche Information kann auch dargestellt werden, indem man Betrag und Phase separat über die Frequenz plottet. Das dabei entstehende Diagramm heißt **Bode-Diagramm.**

Bode-Diagramm für unser Beispielsystem:



Stabilitätskriterien

- **Systempole**
- Hurwitz-Kriterium --> aus Zeitgründen hier nicht behandelt, aber siehe letzte Übung!
- **Prüfung anhand Ortskurve**
- **Prüfung anhand Bodediagramm**

Prüfe Stabilität unseres Beispiel-Systems anhand dieser Kriterien!