Willkommen zur dritten Saalübung

Aufgabe 2.1

$$R(\epsilon) = \epsilon$$
$$R(xw) = R(w)x$$

a) Berechnen Sie $R(abbab)$.

Aufgabe 2.1

$$R(\epsilon) = \epsilon$$
$$R(xw) = R(w)x$$

b) Beweisen Sie: $\forall w \in A^* : |R(w)| = |w|$.

Aufgabe 2.1

$$R(\epsilon) = \epsilon$$
$$R(xw) = R(w)x$$

c) Geben Sie ein Wort der Länge 7 an, für das gilt: $R(w) = w$.

Aufgabe 2.1

$$R(\epsilon) = \epsilon$$
$$R(xw) = R(w)x$$

d) Wie viele Wörter w der Länge 7 gibt es, für die $R(w) = w$ gilt?

Aufgabe 2.1

$$R(\epsilon) = \epsilon$$
$$R(xw) = R(w)x$$

e) Wie viele Wörter w der Länge n (für $n \in \mathbb{N}_0$) gibt es, für die $R(w) = w$ gilt?

Aufgabe 2.1

$$R(\epsilon) = \epsilon$$
$$R(xw) = R(w)x$$

f) Geben Sie eine umgangssprachliche Beschreibung dessen, was die Abbildung R macht.

Aufgabe 2.2

$$x_0 = 2$$
$$x_1 = 5$$
$$\forall n \in \mathbb{N}_0 : x_{n+2} = 5x_{n+1} - 6x_n$$

a) Berechnen Sie x_5 durch mehrfaches Anwenden der Rekursionsformel.

Aufgabe 2.2

$$x_0 = 2$$
$$x_1 = 5$$
$$\forall n \in \mathbb{N}_0 : x_{n+2} = 5x_{n+1} - 6x_n$$

b) Beweisen Sie: $\forall n \in \mathbb{N}_0 : x_n = 2^n + 3^n$.

Aufgabe 2.2

$$x_0 = 2$$
$$x_1 = 5$$
$$\forall n \in \mathbb{N}_0 : x_{n+2} = 5x_{n+1} - 6x_n$$

c) Geben Sie eine geschlossene Formel für die Folge von Zahlen an, die man erhält, wenn man als Startwerte $x_0 = 0$ und $x_1 = 1$ und die gleiche Rekursionsformel verwendet.

Aufgabe 3.1

$$L_0 = \{\epsilon\}$$
$$\forall n \in \mathbb{N}_0 : L_{n+1} = L_n \cup \{awb \mid w \in L_n\}$$

a) + b) Berechnen Sie L_1, L_2, L_3 und L_4.

Aufgabe 3.1

$$L_0 = \{\epsilon\}$$
$$\forall n \in \mathbb{N}_0 : L_{n+1} = L_n \cup \{awb \mid w \in L_n\}$$

c) Geben Sie für beliebiges $n \in \mathbb{N}_0$ eine explizite Formel für L_n an, in der nicht irgendwelche L_i vorkommen.

Algorithmus mit Eingaben $a \in \mathbb{N}_0, b \in \mathbb{N}_0, a > 0, b > 0$:

$x_0 \leftarrow a$
$y_0 \leftarrow b$
$M_0 \leftarrow \max(x_0, y_0)$
$m_0 \leftarrow \min(x_0, y_0)$
<u>for</u> $i \leftarrow 0$ <u>to</u> $M + m$ <u>do</u>
  $x_{i+1} \leftarrow M_i - m_i$
  $y_{i+1} \leftarrow m_i$
  $M_{i+1} \leftarrow \max(x_{i+1}, y_{i+1})$
  $m_{i+1} \leftarrow \min(x_{i+1}, y_{i+1})$