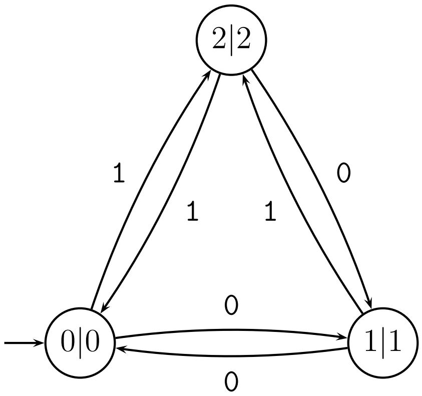
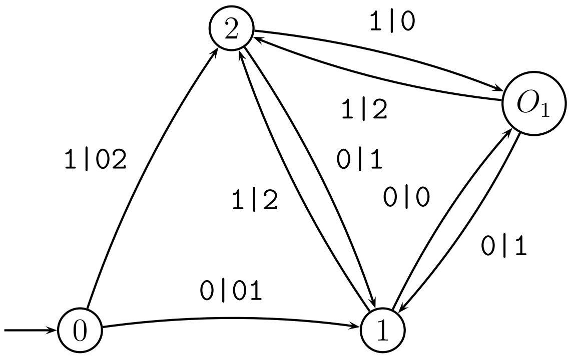
Grundbegriffe der Informatik
Musterlösung zu Aufgabenblatt 11

Aufgabe 11.1 (3 Punkte)

Geben Sie zu folgendem Moore-Automaten einen Mealy-Automaten an, so dass beide Automaten für jedes Wort (außer ε) die gleiche Ausgabe erzeugen.



Lösung 11.1



Aufgabe 11.2 (2+1 Punkte)

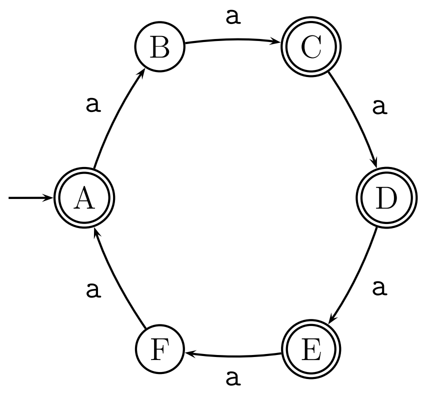
Es sei $A = \{\mathtt{a}\}$. Für $p, q \in \mathbb{N}_+$ sei die formale Sprache $L_{p,q}$ definiert als:
$L_{p,q} = \{\mathtt{a}^k \mid k \geq 0 \land \exists i \in \mathbb{N}_0 : (k = i \cdot p \lor k = i \cdot q)\} \subseteq A^*$.

a) Geben Sie einen endlichen Akzeptor E an, so dass $L(E) = L_{2,3}$.

b) Geben Sie in Abhängigkeit von p und q die kleinste Zahl $n \in \mathbb{N}_+$ an, so dass es einen endlichen Akzeptor mit n Zuständen gibt, der $L_{p,q}$ akzeptiert.

Lösung 11.2

a)



b) $n = \begin{cases} p & \text{falls } q \text{ durch } p \text{ teilbar} \\ q & \text{falls } p \text{ durch } q \text{ teilbar} \\ \mathrm{kgV}(p,q) & \text{sonst} \end{cases}$

kgV ist das kleinste gemeinsame Vielfache.

Aufgabe 11.3 (2+2+2 Punkte)

Konstruieren Sie zu jeder der folgenden Sprachen einen endlichen Akzeptor A , so dass $L(A) = L_i$, $i \in \{1, 2, 3\}$.

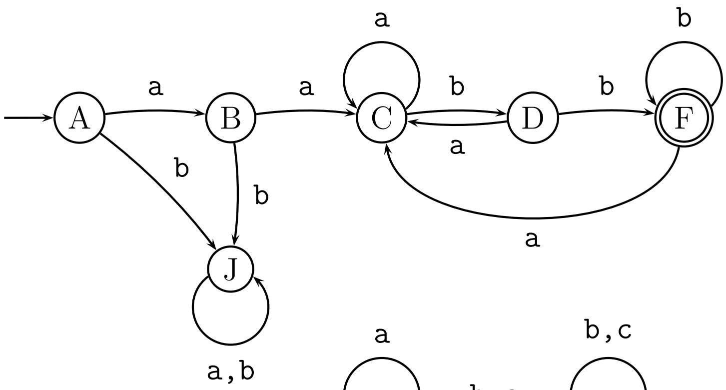
a) $L_1 = \{\mathtt{aa}w\mathtt{bb} \mid w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^*\}$.

b) $L_2 = \{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^+ \mid w$ beginnt und endet mit dem gleichen Buchstaben$\}$.

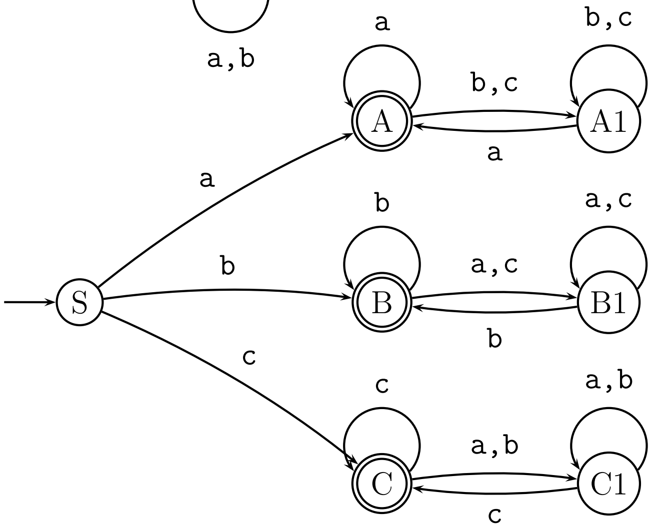
c) $L_3 = \{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^* \mid w \notin L_2\}$.

Lösung 11.3

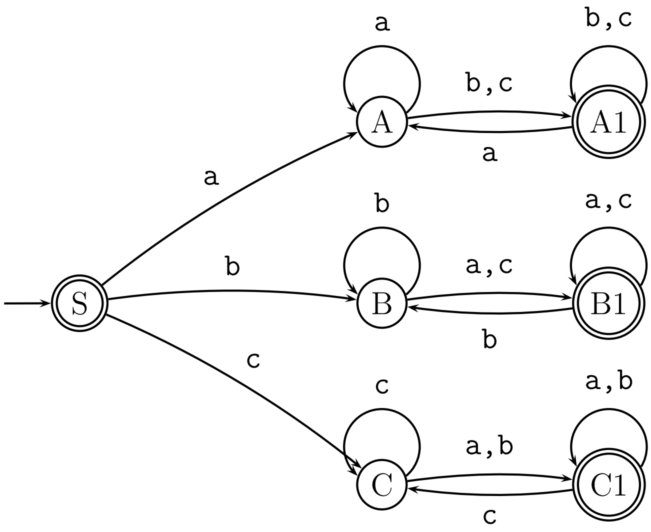
a)



b)



c)



Aufgabe 11.4 (2+2 Punkte)
Gegeben ist im folgenden jeweils eine Beschreibung einer formalen Sprache L und ein dazugehöriges Alphabet. Schreiben Sie jeweils den regulären Ausdruck R auf, für den $L(R) = L$ gilt:

a) Die Menge aller Worte über dem Alphabet $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$, die genau ein `c` enthalten.

b) Die Menge aller Worte über dem Alphabet $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$, bei denen die Anzahl der `b` durch 3 teilbar ist.

Lösung 11.4

a) `(a|b)*c(a|b)*`

b) `a*(a*ba*ba*ba*)*`

Aufgabe 11.5 (4 Punkte)
Es seien R_1, R_2 und R_3 reguläre Ausdrücke über einem Alphabet A. Zeigen Sie, dass gilt: $\langle (R_1|R_2)R_3 \rangle = \langle R_1R_3|R_2R_3 \rangle$.

Lösung 11.5
Zu zeigen sind zwei Inklusionen:

1. $\langle (R_1|R_2)R_3 \rangle \subseteq \langle R_1R_3|R_2R_3 \rangle$

   sei $w \in \langle (R_1|R_2)R_3 \rangle$;
   dann: $\exists w_1 \in \langle (R_1|R_2) \rangle = \langle R_1 \rangle \cup \langle R_2 \rangle, \exists w_2 \in \langle R_3 \rangle : w = w_1w_2$.

   Fall 1: $w_1 \in \langle R_1 \rangle \Rightarrow w \in \langle R_1R_3 \rangle \subseteq \langle R_1R_3|R_2R_3 \rangle \surd$

   Fall 2: $w_1 \in \langle R_2 \rangle \Rightarrow w \in \langle R_2R_3 \rangle \subseteq \langle R_1R_3|R_2R_3 \rangle \surd$

2. $\langle (R_1|R_2)R_3 \rangle \supseteq \langle R_1R_3|R_2R_3 \rangle$

   Sei $w \in \langle R_1R_3|R_2R_3 \rangle$

   $\Rightarrow w \in \langle R_1R_3 \rangle \vee w \in \langle R_2R_3 \rangle$.

   Fall 1: $\exists w_1 \in \langle R_1 \rangle, \exists w_2 \in \langle R_3 \rangle : w = w_1w_2$
   da $\langle R_1 \rangle \subseteq \langle R_1|R_2 \rangle \Longrightarrow w = w_1w_2 \in \langle (R_1|R_2)R_3 \rangle \surd$

   Fall 2: $\exists w_1 \in \langle R_2 \rangle, \exists w_2 \in \langle R_3 \rangle : w = w_1w_2$
   da $\langle R_2 \rangle \subseteq \langle R_1|R_2 \rangle \Longrightarrow w = w_1w_2 \in \langle (R_1|R_2)R_3 \rangle \surd$