

# Übung “Grundbegriffe der Informatik”

Karlsruher Institut für Technologie

Matthias Schulz, Gebäude 50.34, Raum 247

email: [schulz@ira.uka.de](mailto:schulz@ira.uka.de)

## Folgerungen

$A \Rightarrow B$ :

“Ich bin 36 Jahre alt”  $\Rightarrow$  “Ich bin jünger als 40”

$x = 7 \Rightarrow x$  ist ein Primzahl.

$x < 10 \Rightarrow x < 100$

“Am 25. 10. 2010 wird es in Karlsruhe 3 Stunden lang regnen”  $\Rightarrow$  “Am 27. 10. 2010 wird es in Karlsruhe 2 Stunden lang regnen”

.

## Folgerungen

$A \Rightarrow B$ :

“Am 25. 10. 2010 wird es in Karlsruhe 3 Stunden lang regnen”  $\Rightarrow$  “Am 27. 10. 2010 wird es in Karlsruhe 2 Stunden lang regnen”

Logik  $\neq$  Kausalität!

Aussage vielleicht wahr, vielleicht falsch, abhängig vom Wetter.

## Folgerungen

“Ich bin 36 Jahre alt”  $\Rightarrow$  “Ich bin jünger als 30”

Logik  $\neq$  Kausalität!

Aussage äquivalent zu “Ich bin nicht 36 Jahre alt” .

.

## Folgerungen

$A \Rightarrow B$ :

Bevorzugt: Allgemeingültige Folgerungen (Wie:  $x = 7 \Rightarrow x$  ist Primzahl.)

.

## Wahrheitstabellen

$(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ :

$A$	$B$	$(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$
falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	wahr
wahr	falsch	falsch
wahr	wahr	wahr

.

## Wahrheitstabellen

$(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ :

$A$	$B$	$(A \Rightarrow B)$	$\Rightarrow$	$B$
falsch	falsch	wahr	falsch	
falsch	wahr	wahr	wahr	
wahr	falsch	falsch	wahr	
wahr	wahr	wahr	wahr	

.

## Wahrheitstabellen

$(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ :

$A$	$B$	$(A \Rightarrow B)$	$\Rightarrow$	$B$
falsch	falsch	wahr	falsch	
falsch	wahr	wahr	wahr	
wahr	falsch	falsch	wahr	
wahr	wahr	wahr	wahr	

.

## Wahrheitstabellen

$(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ :

$A$	$B$	$(A \Rightarrow B)$	$\Rightarrow$	$B$
falsch	falsch	wahr	falsch	
falsch	wahr	wahr	wahr	
wahr	falsch	falsch	wahr	
wahr	wahr	wahr	wahr	

Äquivalent zu  $A \vee B$ .

.

Wie geht man mit Lügneren um?

Alice, Bob, Carol, Dave und Elsa haben extreme Auffassungen von Ehrlichkeit:

Immer lügen (die Unwahrheit sagen) oder immer die Wahrheit sagen!

Zitate:

- A: Bob lügt; außerdem lügen Carol oder Dave.
- B: Genau drei von uns sind Lügner.
- C: Dave und Bob sind Lügner.
- D: Elsa sagt die Wahrheit.
- E: Wenn Bob die Wahrheit sagt, dann sagt auch Alice die Wahrheit.

Wie geht man mit Lügneren um?

Wer lügt, wer sagt die Wahrheit?

.

Wie geht man mit Lügneren um?

Idee:  $A$  sei Aussage "Alice sagt die Wahrheit", entsprechend  $B, C, D, E$ .

Aussagenlogische Formel basteln:

.

Wie geht man mit Lügneren um?

Idee:  $\mathcal{A}$  sei Aussage "Alice sagt die Wahrheit", entsprechend  $\mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}$ .

Aussagenlogische Formel basteln:

$$\mathcal{A} \Rightarrow (\neg \mathcal{B}) \wedge (\neg \mathcal{C} \vee \neg \mathcal{D})$$

.

Wie geht man mit Lügneren um?

Idee:  $\mathcal{A}$  sei Aussage "Alice sagt die Wahrheit", entsprechend  $\mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}$ .

Aussagenlogische Formel basteln:

$$(\mathcal{A} \Rightarrow (\neg \mathcal{B}) \wedge (\neg \mathcal{C} \vee \neg \mathcal{D})) \wedge$$

$$\mathcal{B} \Rightarrow (\neg \mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{B} \wedge \neg \mathcal{C}) \vee (\neg \mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{B} \wedge \neg \mathcal{D}) \vee \dots$$

.

Wie geht man mit Lügneren um?

Idee:  $\mathcal{A}$  sei Aussage "Alice sagt die Wahrheit", entsprechend  $\mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}$ .

Aussagenlogische Formel basteln:

$$(\mathcal{A} \Rightarrow (\neg \mathcal{B}) \wedge (\neg \mathcal{C} \vee \neg \mathcal{D})) \wedge$$

$$(\mathcal{B} \Rightarrow (\neg \mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{B} \wedge \neg \mathcal{C}) \vee (\neg \mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{B} \wedge \neg \mathcal{D}) \vee \dots) \wedge$$

⋮

.

Wie geht man mit Lügneren um?

Idee:  $\mathcal{A}$  sei Aussage "Alice sagt die Wahrheit", entsprechend  $\mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}$ .

Aussagenlogische Formel basteln:

$$\begin{aligned} & (\mathcal{A} \Rightarrow (\neg \mathcal{B}) \wedge (\neg \mathcal{C} \vee \neg \mathcal{D})) \wedge \\ & (\mathcal{B} \Rightarrow (\neg \mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{B} \wedge \neg \mathcal{C}) \vee (\neg \mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{B} \wedge \neg \mathcal{D}) \vee \dots) \wedge \\ & \vdots \\ & \wedge (\neg \mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B} \vee (\mathcal{C} \wedge \mathcal{D})) \dots \end{aligned}$$

.

Wie geht man mit Lügneren um?

Wahrheitstabelle erstellen:

.

$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	Formel
falsch	falsch	falsch	falsch	falsch	?
falsch	falsch	falsch	falsch	wahr	?
falsch	falsch	falsch	wahr	falsch	?
falsch	falsch	falsch	wahr	wahr	?
falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	?
falsch	falsch	wahr	falsch	wahr	?
falsch	falsch	wahr	wahr	falsch	?
falsch	falsch	wahr	wahr	wahr	?
falsch	wahr	falsch	falsch	falsch	?
falsch	wahr	falsch	falsch	wahr	?
falsch	wahr	falsch	wahr	falsch	?
falsch	wahr	falsch	wahr	wahr	?
falsch	wahr	wahr	falsch	falsch	?
falsch	wahr	wahr	falsch	wahr	?
falsch	wahr	wahr	wahr	falsch	?
falsch	wahr	wahr	wahr	wahr	?

$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	Formel
wahr	falsch	falsch	falsch	falsch	?
wahr	falsch	falsch	falsch	wahr	?
wahr	falsch	falsch	wahr	falsch	?
wahr	falsch	falsch	wahr	wahr	?
wahr	falsch	wahr	falsch	falsch	?
wahr	falsch	wahr	falsch	wahr	?
wahr	falsch	wahr	wahr	falsch	?
wahr	falsch	wahr	wahr	wahr	?
wahr	wahr	falsch	falsch	falsch	?
wahr	wahr	falsch	falsch	wahr	?
wahr	wahr	falsch	wahr	falsch	?
wahr	wahr	falsch	wahr	wahr	?
wahr	wahr	wahr	falsch	falsch	?
wahr	wahr	wahr	falsch	wahr	?
wahr	wahr	wahr	wahr	falsch	?
wahr	wahr	wahr	wahr	wahr	?

Wie geht man mit Lügneren um?

Andere Möglichkeit?

.

## Wie geht man mit Lügneren um?

- A: Bob lügt und außerdem lügen Carol oder Dave.
- B: Genau drei von uns sind Lügner.
- C: Dave und Bob sind Lügner.
- D: Elsa sagt die Wahrheit.
- E: Wenn Bob die Wahrheit sagt, dann sagt auch Alice die Wahrheit.

Wie geht man mit Lügner um?

Einfache Aussage raussuchen; Fälle Lügner/Wahrheitssager durchprobieren:

.

## Wie geht man mit Lügner um?

Einfache Aussage raussuchen; Fälle Lügner/Wahrheitssager durchprobieren:

1. Fall: Dave sagt Wahrheit.

.

## Wie geht man mit Lügner um?

Einfache Aussage raussuchen; Fälle Lügner/Wahrheitssager durchprobieren:

1. Fall: Dave sagt Wahrheit  $\Rightarrow$  Elsa sagt die Wahrheit und Carol lügt

.

## Wie geht man mit Lügner um?

Einfache Aussage raussuchen; Fälle Lügner/Wahrheitssager durchprobieren:

1. Fall: Dave sagt Wahrheit  $\Rightarrow$  Elsa sagt die Wahrheit und Carol lügt

1. Unterfall: Bob sagt die Wahrheit. Dann sagen drei Leute die Wahrheit. Widerspruch.

.

## Wie geht man mit Lügner um?

Einfache Aussage raussuchen; Fälle Lügner/Wahrheitssager durchprobieren:

1. Fall: Dave sagt Wahrheit  $\Rightarrow$  Elsa sagt die Wahrheit, Carol lügt und Bob lügt

.

## Wie geht man mit Lügner um?

Einfache Aussage raussuchen; Fälle Lügner/Wahrheitssager durchprobieren:

1. Fall: Dave sagt Wahrheit  $\Rightarrow$  Elsa sagt die Wahrheit,  
Carol lügt und Bob lügt  
 $\Rightarrow$  Alice sagt die Wahrheit.

Kein Widerspruch für die Annahme dieser Ehrlichkeiten.

.

Wie geht man mit Lügner um?

Einfache Aussage raussuchen; Fälle Lügner/Wahrheitssager durchprobieren:

2. Fall: Dave lügt.

.

Wie geht man mit Lügneren um?

Einfache Aussage raussuchen; Fälle Lügner/Wahrheitssager durchprobieren:

2. Fall: Dave lügt  $\Rightarrow$  Elsa lügt.

.

## Wie geht man mit Lügner um?

Einfache Aussage raussuchen; Fälle Lügner/Wahrheitssager durchprobieren:

2. Fall: Dave lügt  $\Rightarrow$  Elsa lügt  $\Rightarrow$  Bob sagt Wahrheit und Alice lügt.

.

## Wie geht man mit Lügner um?

Einfache Aussage raussuchen; Fälle Lügner/Wahrheitssager durchprobieren:

2. Fall: Dave lügt  $\Rightarrow$  Elsa lügt  $\Rightarrow$  Bob sagt Wahrheit und Alice lügt  
 $\Rightarrow$  Carol lügt.

.

## Wie geht man mit Lügneren um?

Einfache Aussage raussuchen; Fälle Lügner/Wahrheitssager durchprobieren:

2. Fall: Dave lügt  $\Rightarrow$  Elsa lügt  $\Rightarrow$  Bob sagt Wahrheit und Alice lügt

$\Rightarrow$  Carol lügt  $\Rightarrow$  vier Lügner  $\Rightarrow$  Bob lügt. Widerspruch.

.

Wie geht man mit Lügner um?

Einfache Aussage raussuchen; Fälle Lügner/Wahrheitssager durchprobieren:

Also: Alice, Dave und Elsa sagen die Wahrheit, die anderen lügen.

.

Wie geht man mit Lügneren um?

Hinweis: Wahrheitstabellen auch gerne so:

.

$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	Formel
f	f	f	f	f	?
f	f	f	f	w	?
f	f	f	w	f	?
f	f	f	w	w	?
f	f	w	f	f	?
f	f	w	f	w	?
f	f	w	w	f	?
f	f	w	w	w	?
f	w	f	f	f	?
f	w	f	f	w	?
f	w	f	w	f	?
f	w	f	w	w	?
f	w	w	f	f	?
f	w	w	f	w	?
f	w	w	w	f	?
f	w	w	w	w	?

Wie geht man mit Lügneren um?

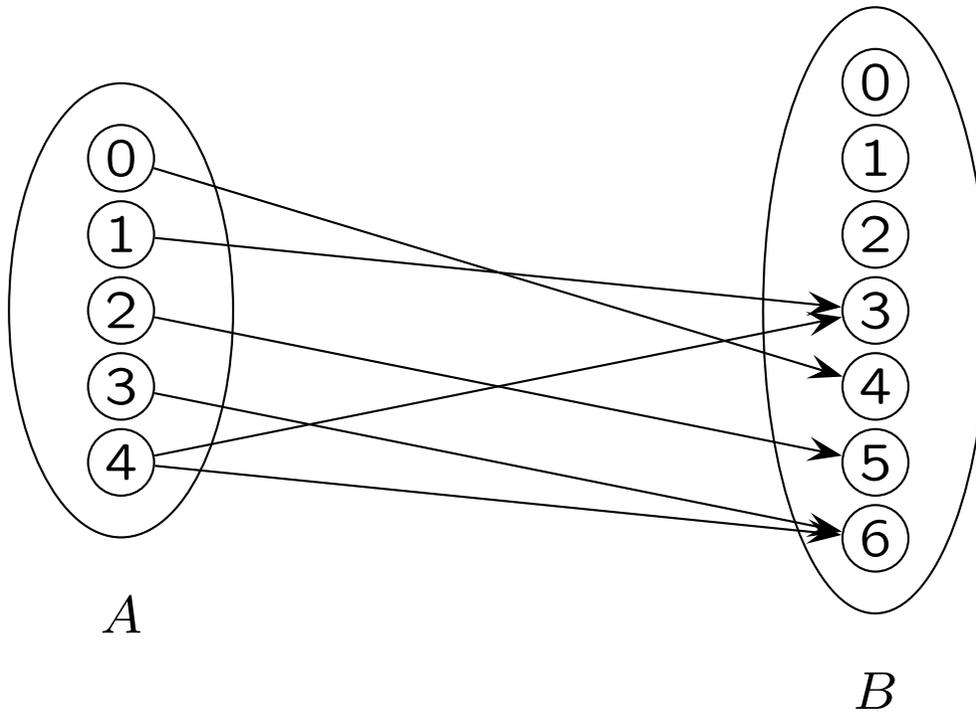
Oder so:

.

$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	Formel
0	0	0	0	0	?
0	0	0	0	1	?
0	0	0	1	0	?
0	0	0	1	1	?
0	0	1	0	0	?
0	0	1	0	1	?
0	0	1	1	0	?
0	0	1	1	1	?
0	1	0	0	0	?
0	1	0	0	1	?
0	1	0	1	0	?
0	1	0	1	1	?
0	1	1	0	0	?
0	1	1	0	1	?
0	1	1	1	0	?
0	1	1	1	1	?

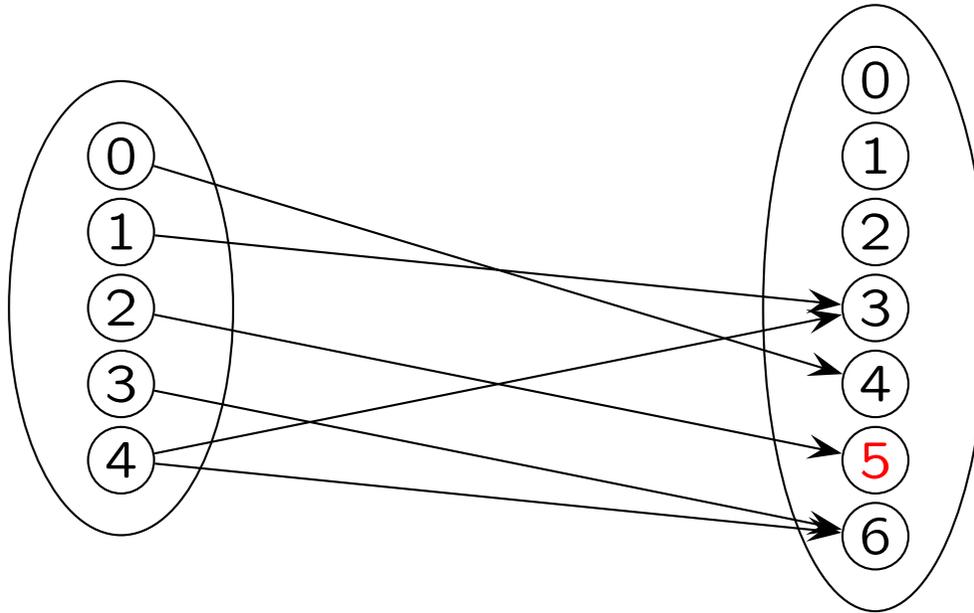
# Relationen

$$R \subseteq A \times B:$$



## Relationen

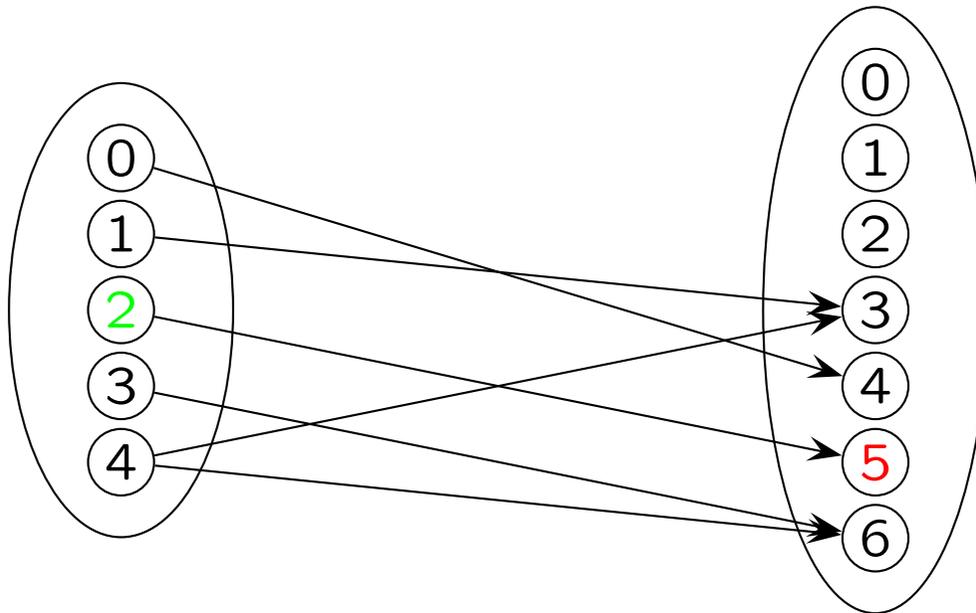
$$R \subseteq A \times B:$$



Linkseindeutig: Wähle rechten Partner  $\Rightarrow$  linker Partner eindeutig!

## Relationen

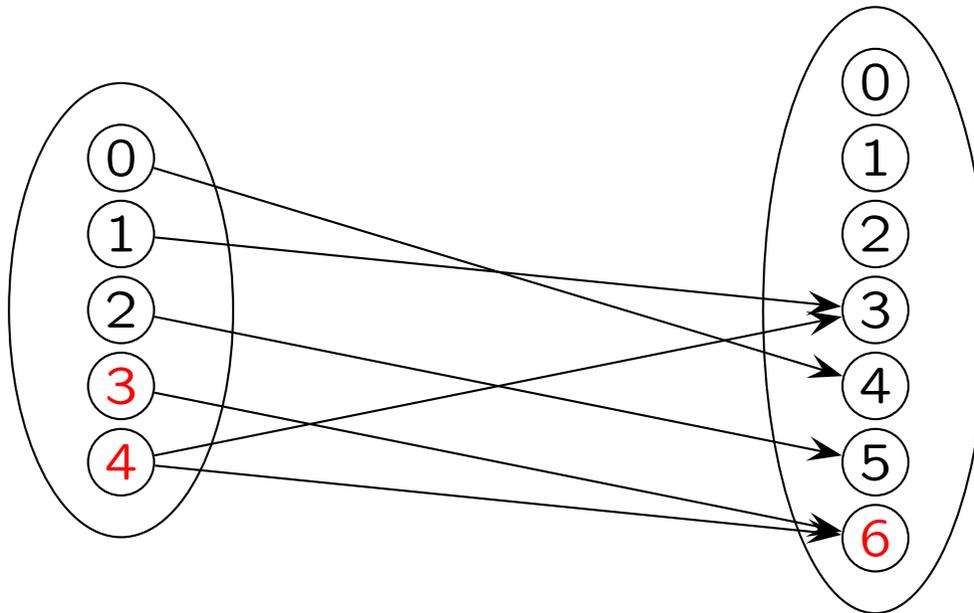
$$R \subseteq A \times B:$$



Linkseindeutig: Wähle rechten Partner  $\Rightarrow$  linker Partner eindeutig!

## Relationen

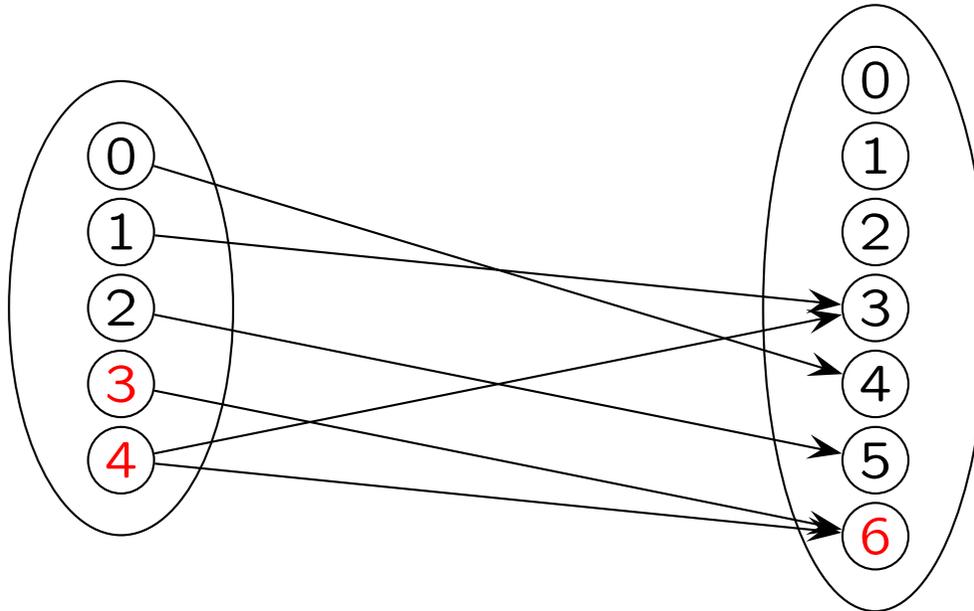
$$R \subseteq A \times B:$$



Linkseindeutig: Wähle rechten Partner  $\Rightarrow$  linker Partner eindeutig!

## Relationen

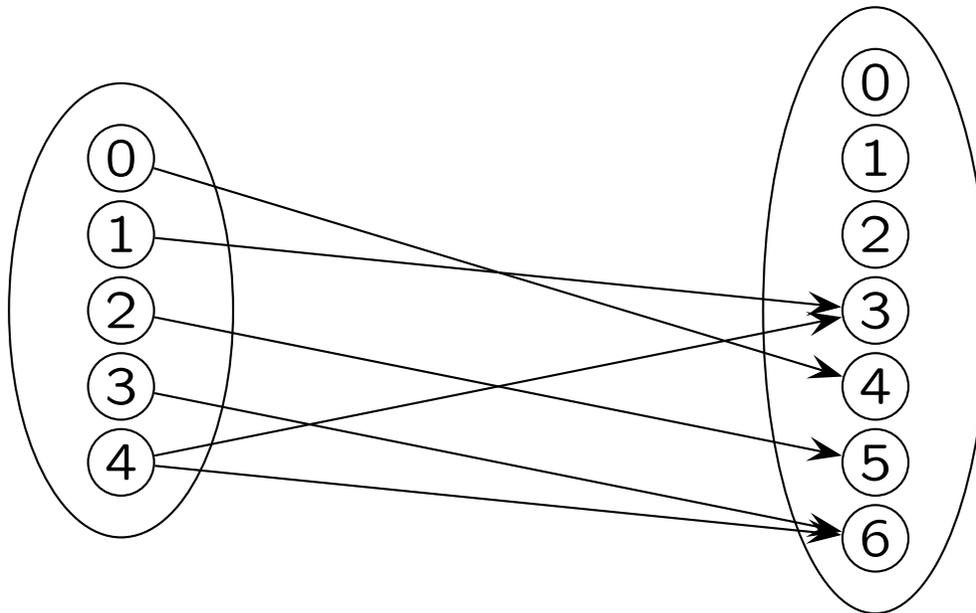
$$R \subseteq A \times B:$$



Gilt hier nicht für **jeden** rechten Partner  $\Rightarrow$  Nicht linkseindeutig.

## Relationen

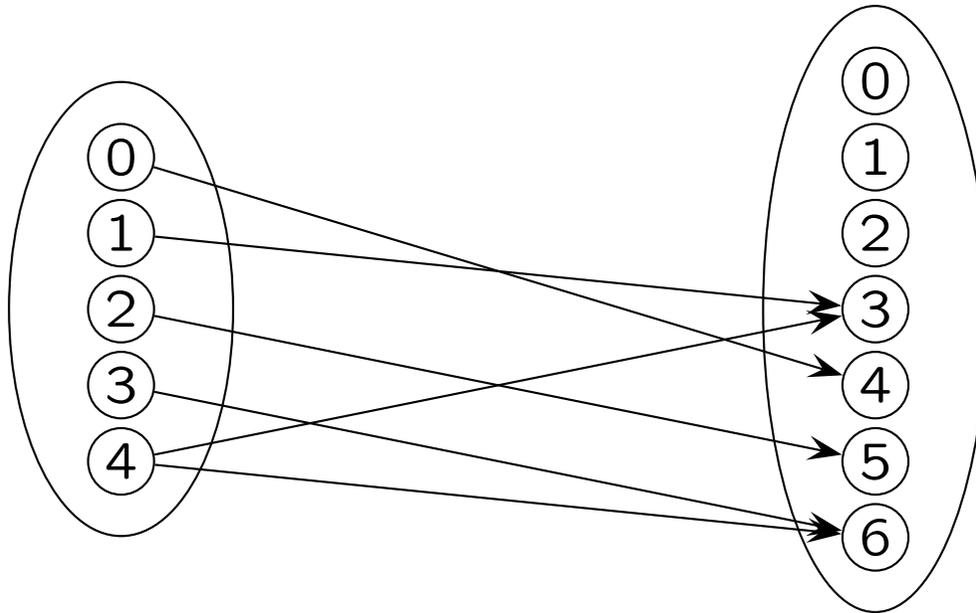
$$R \subseteq A \times B:$$



Linkstotal: Jedes linke Element ist linker Partner.

## Relationen

$R \subseteq A \times B$ :



Linkstotal: Jedes linke Element ist linker Partner.  
 $\Rightarrow$  Relation linkstotal!

## Ankündigungen!

- Ausweichtermin für die Studierenden, die Freitag, 9:45 Uhr keine Zeit haben:  
Siehe <http://gbi.ira.uka.de> (Im Laufe des Tages)
- Tutorium Nr. 10, dienstags 14:00 Raum 148  
ist in Gebäude 50.20 (Kinderklinik)!