15. und letzte Übung

Karlsruher Institut für Technologie

Matthias Janke, Gebäude 50.34, Raum 249
email: matthias.janke ät kit.edu

Matthias Schulz, Gebäude 50.34, Raum 247
email: schulz ät ira.uka.de

Endspurt

Die Klausur rückt in greifbare Nähe.

Resultat Nachklausur WS09/10:

2.0	2.3	2.7	3	3.3	3.7	4		4.7	5
2	5	6	4	12	10	8		26	12

Unterschätzen Sie die Klausur nicht! ;)

ϵ im Alphabet?

- ϵ beschreibt das leere Wort der Länge 0!
- Aus welchen Zeichen ϵ gebildet wird, ist egal!
- Es kann sogar aus einem leeren Alphabet gebildet werden!
- ϵ selbst ist nicht im Alphabet enthalten!

Beweisverfahren

Unterschiedliche Beweisverfahren, die wir in GBI verwendet haben:

- Beweis durch vollständige/strukturelle Induktion
- Widerlegen durch Gegenbeispiel
- Indirekter Beweis:
  1. Negieren der Behauptung
  2. Das ganze weiterführen zu einem Widerspruch (z.B: $0 = 1$)
  3. Da alle Schritte korrekt waren, muss Annahme falsch gewesen sein und die ursprüngliche Behauptung korrekt.
- Zeige: $A \Rightarrow B$, indem ich annehme A gilt und daraus B folgere.
- $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$

Unterschiedliche Beweisverfahren, die wir in GBI verwendet haben:

- Beweis durch vollständige/strukturelle Induktion
- Widerlegen durch Gegenbeispiel
- Indirekter Beweis:
  1. Negieren der Behauptung
  2. Das ganze weiterführen zu einem Widerspruch (z.B: $0 = 1$)
  3. Da alle Schritte korrekt waren, muss Annahme falsch gewesen sein und die ursprüngliche Behauptung korrekt.

  Achtung bei den einzelnen Schritten!

  Beispiel: Behauptung: 42 ist die größte natürliche Zahl!

Achtung bei den einzelnen Schritten!

Beispiel: Behauptung: 42 ist die größte natürliche Zahl!

indirekter Beweis: Annahme: Die Behauptung ist falsch, also es gibt eine andere größte Zahl y.

$$
\begin{aligned}
42 &< y \\
42y &< y^2 \\
y &< \frac{y^2}{42}
\end{aligned}
$$

Das ist aber Widerspruch, da y größte Zahl ist!
$\Rightarrow$ 42 ist größte natürliche Zahl!
DAS IST FALSCH!!!!

Beispiel: Behauptung: 42 ist die größte natürliche Zahl!

indirekter Beweis: Annahme: Die Behauptung ist falsch, also es gibt eine andere größte Zahl y.

$$\begin{aligned} 42 &< y \\ 42y &< y^2 \\ y &< \frac{y^2}{42} \end{aligned}$$

Das ist aber Widerspruch, da y größte Zahl ist!
$\Rightarrow$ 42 ist größte natürliche Zahl!
DAS IST FALSCH!!!!
Fehler in der Negation der Behauptung!
Richtig wäre: 42 ist nicht die größte natürliche Zahl!

Es sei $G = (N, T, S, P)$ eine kontextfreie Grammatik mit der Eigenschaft, dass für jede Produktion $X \to w \in P$ gilt:

$\exists Y \in N : \exists w_1, w_2 \in T^* : w = w_1 Y w_2 \wedge |w_1| = |w_2|$ oder $w \in T^*$.

1. Zeigen Sie durch Induktion über die Ableitungslänge:
   $S \Rightarrow^* w \wedge w \notin T^* \Rightarrow$
   $\exists v_1, v_2 \in T^* : \exists Y \in N : w = v_1 Y v_2 \wedge |v_1| = |v_2|$
2. Was „bedeutet“ diese Aussage umgangssprachlich?

Es sei $G = (N, T, S, P)$ eine kontextfreie Grammatik mit der Eigenschaft, dass für jede Produktion $X \to w \in P$ gilt:

$\exists Y \in N : \exists w_1, w_2 \in T^* : w = w_1 Y w_2 \wedge |w_1| = |w_2|$ oder $w \in T^*$.

1.
2. Was „bedeutet“ diese Aussage umgangssprachlich?

Es sei $G = (N, T, S, P)$ eine kontextfreie Grammatik mit der Eigenschaft, dass für jede Produktion $X \to w \in P$ gilt:

$\exists Y \in N : \exists w_1, w_2 \in T^* : w = w_1 Y w_2 \wedge |w_1| = |w_2|$ oder $w \in T^*$.

1.
2. Was „bedeutet" diese Aussage umgangssprachlich?
    - Nach jedem Schritt einer Ableitung aus S gibt es höchstens ein Nichtterminalsymbol; falls es eines gibt, steht dieses in der Mitte des Wortes.

$\exists Y \in N: \ \exists w_1, w_2 \in T^* : w = w_1 Y w_2 \land |w_1| = |w_2|$ oder $w \in T^*$.

1. Zeigen Sie durch Induktion über die Ableitungslänge:
   $S \Rightarrow^* w \land w \notin T^* \Rightarrow$
   $\exists v_1, v_2 \in T^* : \ \exists Y \in N : w = v_1 Y v_2 \land |v_1| = |v_2|$

- Induktionsanfang: $S \Rightarrow^0 w \Rightarrow w = S$ und es gilt $w = \epsilon S \epsilon$.

$\exists Y \in N: \ \exists w_1, w_2 \in T^* : w = w_1 Y w_2 \wedge |w_1| = |w_2|$ oder $w \in T^*$.

1. Zeigen Sie durch Induktion über die Ableitungslänge:
   $S \Rightarrow^* w \wedge w \notin T^* \Rightarrow$
   $\exists v_1, v_2 \in T^* : \ \exists Y \in N : w = v_1 Y v_2 \wedge |v_1| = |v_2|$

- Induktionsvoraussetzung: Für ein festes aber beliebiges $n \in \mathbb{N}_0$ gilt:
  $S \Rightarrow^n w \Rightarrow w \in T^* \vee \exists Y \in N : \exists w_1, w_2 \in T^* : w = w_1 Y w_2 \wedge |w_1| = |w_2|$.

$\exists Y \in N: \ \exists w_1, w_2 \in T^* : w = w_1 Y w_2 \wedge |w_1| = |w_2|$ oder $w \in T^*$.

1. Zeigen Sie durch Induktion über die Ableitungslänge:
   $S \Rightarrow^* w \wedge w \notin T^* \Rightarrow$
   $\exists v_1, v_2 \in T^* : \ \exists Y \in N : w = v_1 Y v_2 \wedge |v_1| = |v_2|$

- Induktionsschritt: Sei $S \Rightarrow^{n+1} w$ und $w \notin T^*$.

  Dann gibt es $w' \notin T^*$ mit $S \Rightarrow^n w' \Rightarrow w$.

$\exists Y \in N : \ \exists w_1, w_2 \in T^* : w = w_1 Y w_2 \wedge |w_1| = |w_2|$ oder $w \in T^*$.

1. Zeigen Sie durch Induktion über die Ableitungslänge:
   $S \Rightarrow^* w \wedge w \notin T^* \Rightarrow$
   $\exists v_1, v_2 \in T^* : \ \exists Y \in N : w = v_1 Y v_2 \wedge |v_1| = |v_2|$

- Induktionsschritt: Sei $S \Rightarrow^{n+1} w$ und $w \notin T^*$.

  Dann gibt es $w' \notin T^*$ mit $S \Rightarrow^n w' \Rightarrow w$.

  Nach Induktionsvoraussetzung gibt es ein $Y' \in N$ und Wörter $w_1', w_2' \in T^*$ mit $w' = w_1' Y' w_2'$ und $|w_1'| = |w_2'|$.

$\exists Y \in N : \ \exists w_1, w_2 \in T^* : w = w_1 Y w_2 \wedge |w_1| = |w_2|$ oder $w \in T^*$.

1. Zeigen Sie durch Induktion über die Ableitungslänge:
   $S \Rightarrow^* w \wedge w \notin T^* \Rightarrow$
   $\exists v_1, v_2 \in T^* : \ \exists Y \in N : w = v_1 Y v_2 \wedge |v_1| = |v_2|$

- Induktionsschritt: Sei $S \Rightarrow^{n+1} w$ und $w \notin T^*$.

  Dann gibt es $w' \notin T^*$ mit $S \Rightarrow^n w' \Rightarrow w$.

  Nach Induktionsvoraussetzung gibt es ein $Y' \in N$ und Wörter $w_1', w_2' \in T^*$ mit $w' = w_1' Y' w_2'$ und $|w_1'| = |w_2'|$.

  Dann muss im letzten Schritt Y' durch ein Wort v ersetzt worden sein mit $Y' \to v \in P$ und $v \notin T^*$.

$\exists Y \in N: \ \exists w_1, w_2 \in T^* : w = w_1 Y w_2 \wedge |w_1| = |w_2|$ oder $w \in T^*$.

1. Zeigen Sie durch Induktion über die Ableitungslänge:
   $S \Rightarrow^* w \wedge w \notin T^* \Rightarrow$
   $\exists v_1, v_2 \in T^* : \ \exists Y \in N : w = v_1 Y v_2 \wedge |v_1| = |v_2|$

- Somit muss es $v_1, v_2 \in T^*$ und ein $Y \in N$ geben, so dass $v = v_1 Y v_2$ und $|v_1| = |v_2|$ gilt (wegen der Forderung an die Produktionenmenge).

  Wir erhalten $w = w_1' v_1 Y v_2 w_2'$, und es gilt $|w_1' v_1| = |w_1'| + |v_1| = |v_2| + |w_2'| = |v_2 w_2'|$ und $w_1' v_1, v_2 w_2' \in T^*$.
- Setzt man $w_1 = w_1' v_1$ und $w_2 = v_2 w_2'$, hat man die Behauptung gezeigt.

Strukturelle Induktion als Verallgemeinerung der vollständigen Induktionsanfang

- Man zeigt im Induktionsanfang, dass die Aussage für alle atomaren Einheiten gilt.
- Im Induktionsschritt zeigt man, dass die Aussage auch für die zusammengesetzten Einheiten gilt

formale Sprache L gegeben durch:

- $\{\mathtt{ab}, \mathtt{ba}\} \subseteq L$
- $\forall w_1, w_2 \in L : w_1 w_2 \in L$
- keine anderen Wörter liegen in L

Zeigen Sie durch strukturelle Induktion, dass jedes Wort $w \in L$ ebenso viele $\mathtt{a}$ wie $\mathtt{b}$ enthält.

Induktionsanfang:

- $w = ab$: $N_{\mathsf{a}}(w) = N_{\mathsf{b}}(w) = 1.\checkmark$
- $w = ba$: $N_{\mathsf{b}}(w) = N_{\mathsf{a}}(w) = 1.\checkmark$

- Induktionsvoraussetzung: Für beliebige aber feste $w_1, w_2 \in L$ gilt $N_{\mathtt{a}}(w_1) = N_{\mathtt{b}}(w_1)$ und $N_{\mathtt{a}}(w_2) = N_{\mathtt{b}}(w_2)$

- Induktionsvoraussetzung: Für beliebige aber feste $w_1, w_2 \in L$ gilt $N_{\mathtt{a}}(w_1) = N_{\mathtt{b}}(w_1)$ und $N_{\mathtt{a}}(w_2) = N_{\mathtt{b}}(w_2)$
- Induktionsschritt: Wir zeigen, dass auch für $w = w_1 w_2$ gilt: $N_{\mathtt{a}}(w) = N_{\mathtt{b}}(w)$

- Induktionsvoraussetzung: Für beliebige aber feste $w_1, w_2 \in L$ gilt $N_a(w_1) = N_b(w_1)$ und $N_a(w_2) = N_b(w_2)$
- Induktionsschritt: Wir zeigen, dass auch für $w = w_1 w_2$ gilt: $N_a(w) = N_b(w)$

$$w = w_1 w_2 \Rightarrow N_a(w) = N_a(w_1) + N_a(w_2) \overset{IV}{=} N_b(w_1) + N_b(w_2) = N_b(w). \checkmark$$

Beispiel-Aufgabentypen:

- Zeigen Sie: $f(n) \in O(g(n))$.
- Zeigen Sie: $f(n) \notin O(g(n))$.

Beispiel-Aufgabentypen:

- Zeigen Sie: $f(n) \in O(g(n))$.
- Zeigen Sie: $f(n) \notin O(g(n))$.

In jedem Fall Definition des O-Kalküls lernen!

$$f(n) \in O(g(n)) \Leftrightarrow \exists n_0 \in \mathbb{N}_0 : \exists c > 0 : \forall n \geq n_0 : f(n) \leq cg(n))$$

Für $n \in \mathbb{N}_0$ sei $f(n)$ die größte Primzahl, die n teilt.
Zeigen Sie: $f(n) \notin O(\sqrt{n})$

Für $n \in \mathbb{N}_0$ sei $f(n)$ die größte Primzahl, die n teilt.
Zeigen Sie: $f(n) \notin O(\sqrt{n})$
Angenommen, für $n_0 \in \mathbb{N}_0$ und $c > 0$ gilt:
$\forall n \geq n_0 : f(n) \leq c\sqrt{n}$

Für $n \in \mathbb{N}_0$ sei $f(n)$ die größte Primzahl, die n teilt.
Zeigen Sie: $f(n) \notin O(\sqrt{n})$
Angenommen, für $n_0 \in \mathbb{N}_0$ und $c > 0$ gilt:
$\forall n \geq n_0 : f(n) \leq c\sqrt{n}$
Idee: Wir suchen $n > n_0$ so, dass $f(n)$ verglichen mit $\sqrt{n}$ möglichst groß ist.

Für $n \in \mathbb{N}_0$ sei $f(n)$ die größte Primzahl, die n teilt.
Zeigen Sie: $f(n) \notin O(\sqrt{n})$
Angenommen, für $n_0 \in \mathbb{N}_0$ und $c > 0$ gilt:
$\forall n \geq n_0 : f(n) \leq c\sqrt{n}$
Idee: Wir suchen $n > n_0$ so, dass $f(n)$ verglichen mit $\sqrt{n}$ möglichst groß ist.
Also: n Primzahl $> n_0$ (gibt es immer!)

Für $n \in \mathbb{N}_0$ sei $f(n)$ die größte Primzahl, die n teilt.
Zeigen Sie: $f(n) \notin O(\sqrt{n})$
Angenommen, für $n_0 \in \mathbb{N}_0$ und $c > 0$ gilt:
$\forall n \geq n_0 : f(n) \leq c\sqrt{n}$
n Primzahl $> n_0$ (gibt es immer!)
Dann ist $f(n) = n = \sqrt{n} \cdot \sqrt{n}$.

Für $n \in \mathbb{N}_0$ sei $f(n)$ die größte Primzahl, die n teilt.
Zeigen Sie: $f(n) \notin O(\sqrt{n})$
Angenommen, für $n_0 \in \mathbb{N}_0$ und $c > 0$ gilt:
$\forall n \geq n_0 : f(n) \leq c\sqrt{n}$
n Primzahl $> n_0$ (gibt es immer!)
Dann ist $f(n) = n = \sqrt{n} \cdot \sqrt{n}$.
Wenn $\sqrt{n} > c$ ist, haben wir Widerspruch.

Für $n \in \mathbb{N}_0$ sei $f(n)$ die größte Primzahl, die n teilt.
Zeigen Sie: $f(n) \notin O(\sqrt{n})$
Angenommen, für $n_0 \in \mathbb{N}_0$ und $c > 0$ gilt:
$\forall n \geq n_0 : f(n) \leq c\sqrt{n}$

Sei n Primzahl $> \max(n_0, c^2)$.
Dann gilt $f(n) = n = \sqrt{n} \cdot \sqrt{n} > \sqrt{c^2}\sqrt{n} = c\sqrt{n}$, im Widerspruch zur Annahme.

$f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ und $g : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ seien zwei Funktionen.
a) Zeigen oder widerlegen Sie:
$f(n) \notin O(g(n)) \Rightarrow \exists n \in \mathbb{N}_0 : f(n) > g(n)$.
b) Zeigen oder widerlegen Sie:
$\exists n \in \mathbb{N}_0 : f(n) > g(n) \Rightarrow f(n) \notin O(g(n))$.

a) Zeigen oder widerlegen Sie:
$f(n) \notin O(g(n)) \Rightarrow \exists n \in \mathbb{N}_0 : f(n) > g(n)$.

- $f(n) \notin O(g(n)) \Rightarrow \neg(\exists n_0 \in \mathbb{N}_0 : \exists c > 0 : \forall n \geq n_0 : f(n) \leq cg(n))$

a) Zeigen oder widerlegen Sie:
$f(n) \notin O(g(n)) \Rightarrow \exists n \in \mathbb{N}_0 : f(n) > g(n)$.

- $f(n) \notin O(g(n)) \Rightarrow \neg(\exists n_0 \in \mathbb{N}_0 : \exists c > 0 : \forall n \geq n_0 : f(n) \leq cg(n))$
- $\Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 : \forall c > 0 : \exists n \geq n_0 : f(n) > cg(n)$

a) Zeigen oder widerlegen Sie:
$f(n) \notin O(g(n)) \Rightarrow \exists n \in \mathbb{N}_0 : f(n) > g(n)$.

- $f(n) \notin O(g(n)) \Rightarrow \neg(\exists n_0 \in \mathbb{N}_0 : \exists c > 0 : \forall n \geq n_0 : f(n) \leq cg(n))$
- $\Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 : \forall c > 0 : \exists n \geq n_0 : f(n) > cg(n)$
- Wähle $n_0 = 0$ und $c = 1$: $\exists n > 0 : f(n) > g(n)$, also ist die Aussage korrekt.

b) Zeigen oder widerlegen Sie:
$\exists n \in \mathbb{N}_0 : f(n) > g(n) \Rightarrow f(n) \notin O(g(n))$.

b) Zeigen oder widerlegen Sie:
$\exists n \in \mathbb{N}_0 : f(n) > g(n) \Rightarrow f(n) \notin O(g(n))$.

- Sei $f(n) = 2(n+1)$ und $g(n) = n+1$.

b) Zeigen oder widerlegen Sie:
$\exists n \in \mathbb{N}_0 : f(n) > g(n) \Rightarrow f(n) \notin O(g(n))$.

- Sei $f(n) = 2(n+1)$ und $g(n) = n+1$.
- Dann gilt $\forall n \in \mathbb{N}_0 : f(n) \leq 2g(n)$ und $\forall n \in \mathbb{N}_0 : f(n) > g(n)$.

b) Zeigen oder widerlegen Sie:
$\exists n \in \mathbb{N}_0 : f(n) > g(n) \Rightarrow f(n) \notin O(g(n))$.

- Sei $f(n) = 2(n+1)$ und $g(n) = n+1$.
- Dann gilt $\forall n \in \mathbb{N}_0 : f(n) \leq 2g(n)$ und $\forall n \in \mathbb{N}_0 : f(n) > g(n)$.
- Es gilt also $f(n) \in O(g(n))$, obwohl $\exists n \in \mathbb{N}_0 : f(n) > g(n)$ gilt. Die Aussage ist somit widerlegt.

Die Turingmaschine T mit Bandalphabet $\{0,1,\square\}^*$ und Anfangszustand r sei gegeben durch folgende Tabelle:

	r	r_0	r_1	d	l
0	$(r_0,0,1)$	$(r_0,0,1)$	$(r_1,0,1)$	$(d,1,-1)$	$(l,0,-1)$
1	$(r_1,1,1)$	$(r_1,1,1)$	$(r_1,1,1)$	$(l,0,-1)$	$(l,1,-1)$
$\square$	-	-	$(d,\square,-1)$	-	$(r,\square,1)$

Was passiert z.B. bei Eingabe $w=10$?

Die Turingmaschine T mit Bandalphabet $\{0, 1, \square\}^*$ und Anfangszustand r sei gegeben durch folgende Tabelle:

	r	r_0	r_1	d	l
0	$(r_0, 0, 1)$	$(r_0, 0, 1)$	$(r_1, 0, 1)$	$(d, 1, -1)$	$(l, 0, -1)$
1	$(r_1, 1, 1)$	$(r_1, 1, 1)$	$(r_1, 1, 1)$	$(l, 0, -1)$	$(l, 1, -1)$
$\square$	-	-	$(d, \square, -1)$	-	$(r, \square, 1)$

Was passiert z.B. bei Eingabe $w = 10$?

$(r)10 \Rightarrow 1(r_1)0 \Rightarrow 10(r_1)\square \Rightarrow 1(d)0 \Rightarrow (d)11 \Rightarrow (l)\square 01 \Rightarrow$
$(r)01 \Rightarrow 0(r_0)1 \Rightarrow 01(r_1)\square \Rightarrow 0(d)1 \Rightarrow (l)00 \Rightarrow (l)\square 00 \Rightarrow$
$(r)00 \Rightarrow 0(r_0)0 \Rightarrow 00(r_0)\square$

Die Turingmaschine T mit Bandalphabet $\{0, 1, \square\}^*$ und Anfangszustand r sei gegeben durch folgende Tabelle:

	r	r_0	r_1	d	l
0	$(r_0, 0, 1)$	$(r_0, 0, 1)$	$(r_1, 0, 1)$	$(d, 1, -1)$	$(l, 0, -1)$
1	$(r_1, 1, 1)$	$(r_1, 1, 1)$	$(r_1, 1, 1)$	$(l, 0, -1)$	$(l, 1, -1)$
$\square$	-	-	$(d, \square, -1)$	-	$(r, \square, 1)$

Schätzen Sie ab, wie viele Schritte T bei Eingabe des Wortes $w \in \{0, 1\}^+$ macht. Vernachlässigen Sie konstante Faktoren.

Die Turingmaschine T mit Bandalphabet $\{0, 1, \square\}^*$ und Anfangszustand r sei gegeben durch folgende Tabelle:

	r	r_0	r_1	d	l
0	$(r_0, 0, 1)$	$(r_0, 0, 1)$	$(r_1, 0, 1)$	$(d, 1, -1)$	$(l, 0, -1)$
1	$(r_1, 1, 1)$	$(r_1, 1, 1)$	$(r_1, 1, 1)$	$(l, 0, -1)$	$(l, 1, -1)$
$\square$	-	-	$(d, \square, -1)$	-	$(r, \square, 1)$

Schätzen Sie ab, wie viele Schritte T bei Eingabe des Wortes $w \in \{0, 1\}^+$ macht. Vernachlässigen Sie konstante Faktoren.

- w wird $Num_2(w)$ mal um 1 verringert. Jedes Verringern braucht dabei etwa $2|w|$ Schritte.
- T macht also abgeschätzt $|w| \cdot Num_2(w)$ Schritte.

Gegeben ist die formale Sprache $L_1 = \{a^n b a^m | n \leq m \leq 2n\}$ und $L_2 = \{a^n b a^m | n < m < 2n\}$

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G_1 an, die L_1 erzeugt.
2. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G_2 an, die L_2 erzeugt.
3. Geben Sie für ihr G_1 eine Ableitung für das Wort *aaabaaaa* an.
4. Geben Sie für ihr G_2 einen Ableitungsbaum für das Wort *aaabaaaa* an.

Gegeben ist die formale Sprache $L_1 = \{a^n ba^m | n \leq m \leq 2n\}$ und $L_2 = \{a^n ba^m | n < m < 2n\}$

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G_1 an, die L_1 erzeugt.
   - $G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, S, \{S \Rightarrow aSa|aSaa|b\})$

Gegeben ist die formale Sprache $L_1 = \{a^n b a^m | n \leq m \leq 2n\}$ und $L_2 = \{a^n b a^m | n < m < 2n\}$

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G_1 an, die L_1 erzeugt.
2. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G_2 an, die L_2 erzeugt.

Gegeben ist die formale Sprache $L_1 = \{a^n b a^m | n \leq m \leq 2n\}$ und $L_2 = \{a^n b a^m | n < m < 2n\}$

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G_1 an, die L_1 erzeugt.
2. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G_2 an, die L_2 erzeugt.
   - $G_2 = (\{S, X, Y\}, \{a, b\}, S,$ $\{S \Rightarrow aXa, X \Rightarrow aYaa, Y \Rightarrow aYa | aYaa | b\})$

Gegeben ist die formale Sprache $L_1 = \{a^n ba^m | n \leq m \leq 2n\}$ und $L_2 = \{a^n ba^m | n < m < 2n\}$

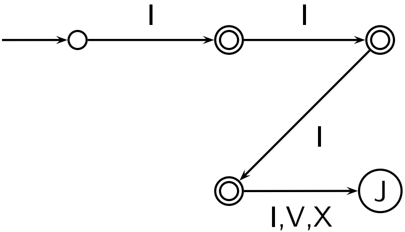
1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G_1 an, die L_1 erzeugt.
2. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G_2 an, die L_2 erzeugt.
   - $G_2 = (\{S, X, Y\}, \{a, b\}, S,$
     $\{S \Rightarrow aXa, X \Rightarrow aYaa, Y \Rightarrow aYa | aYaa | b\})$
     oder etwas kürzer:
     $\{S \Rightarrow aaYaaa, Y \Rightarrow aYa | aYaa | b\})$

Zum Üben:

- Geben Sie einen vollständigen Akzeptor A mit maximal 7 Zuständen an, der die römischen Zahlen von 1 bis 10 akzeptiert.

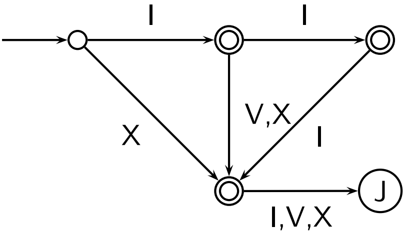
Zum Üben:

- Geben Sie einen vollständigen Akzeptor A mit maximal 7 Zuständen an, der die römischen Zahlen von 1 bis 10 akzeptiert.



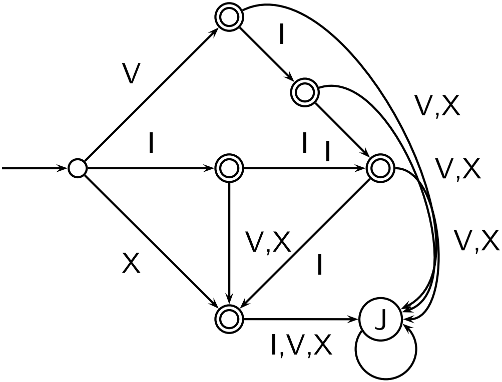
Zum Üben:

- Geben Sie einen vollständigen Akzeptor A mit maximal 7 Zuständen an, der die römischen Zahlen von 1 bis 10 akzeptiert.



Zum Üben:

- Geben Sie einen vollständigen Akzeptor A mit maximal 7 Zuständen an, der die römischen Zahlen von 1 bis 10 akzeptiert.



Danke für die Aufmerksamkeit

Viel Erfolg in der Klausur!