Übung "Grundbegriffe der Informatik"

Karlsruher Institut für Technologie

Matthias Schulz, Gebäude 50.34, Raum 247

email: schulz@ira.uka.de

Matthias Janke, Gebäude 50.34, Raum 249

email: matthias.janke@kit.edu

Huffman-Codierung

Länge des Wortes $w + x + y + z$, $w \le x \le y \le z$;

a	b	c	d
w	x	y	z

Huffman-Baum erstellen!

.

Huffman-Codierung

Länge des Wortes $w + x + y + z$, $w \leq x \leq y \leq z$;

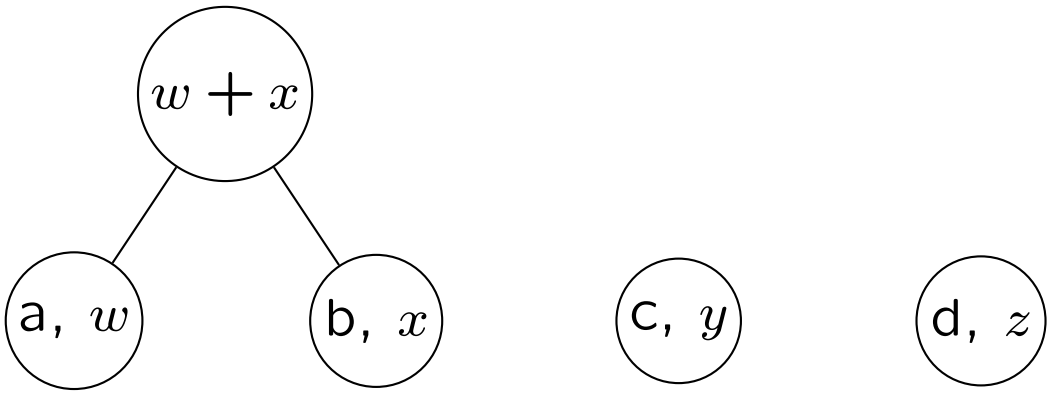
a	b	c	d
w	x	y	z

Huffman-Baum erstellen!

1. Schritt: Klar! w und x zusammenfassen

.

Huffman-Codierung



Huffman-Codierung

Länge des Wortes $w + x + y + z$, $w \leq x \leq y \leq z$;

a	b	c	d
w	x	y	z

Huffman-Baum erstellen!

2. Schritt: Kommt drauf an ...

.

Huffman-Codierung

Länge des Wortes $w + x + y + z$, $w \leq x \leq y \leq z$;

a	b	c	d
w	x	y	z

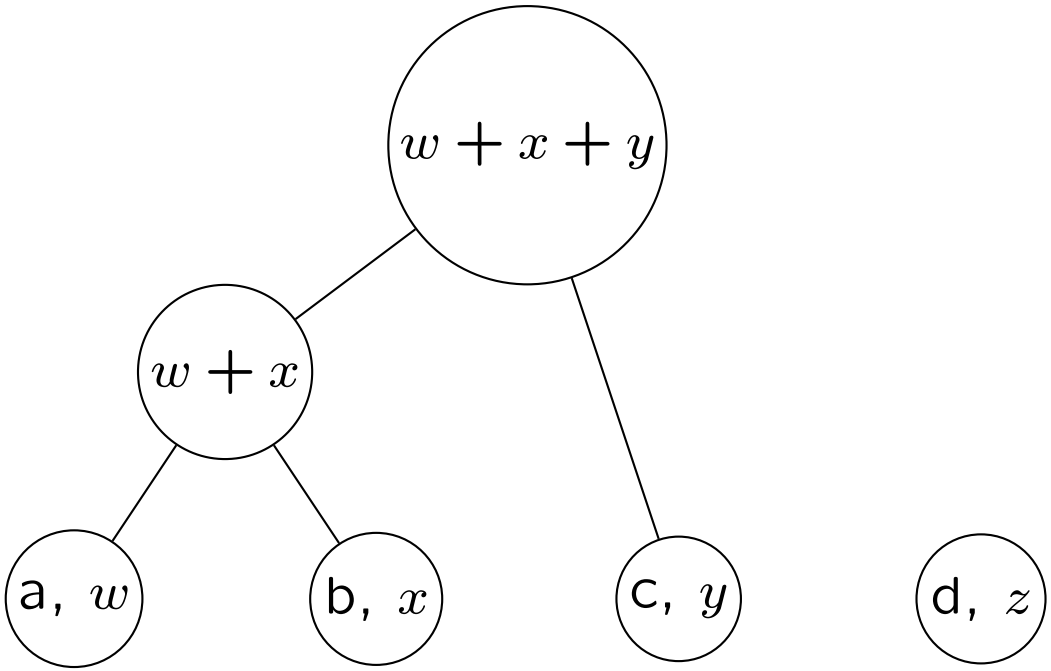
Huffman-Baum erstellen!

1. Fall: $w + x \leq z$

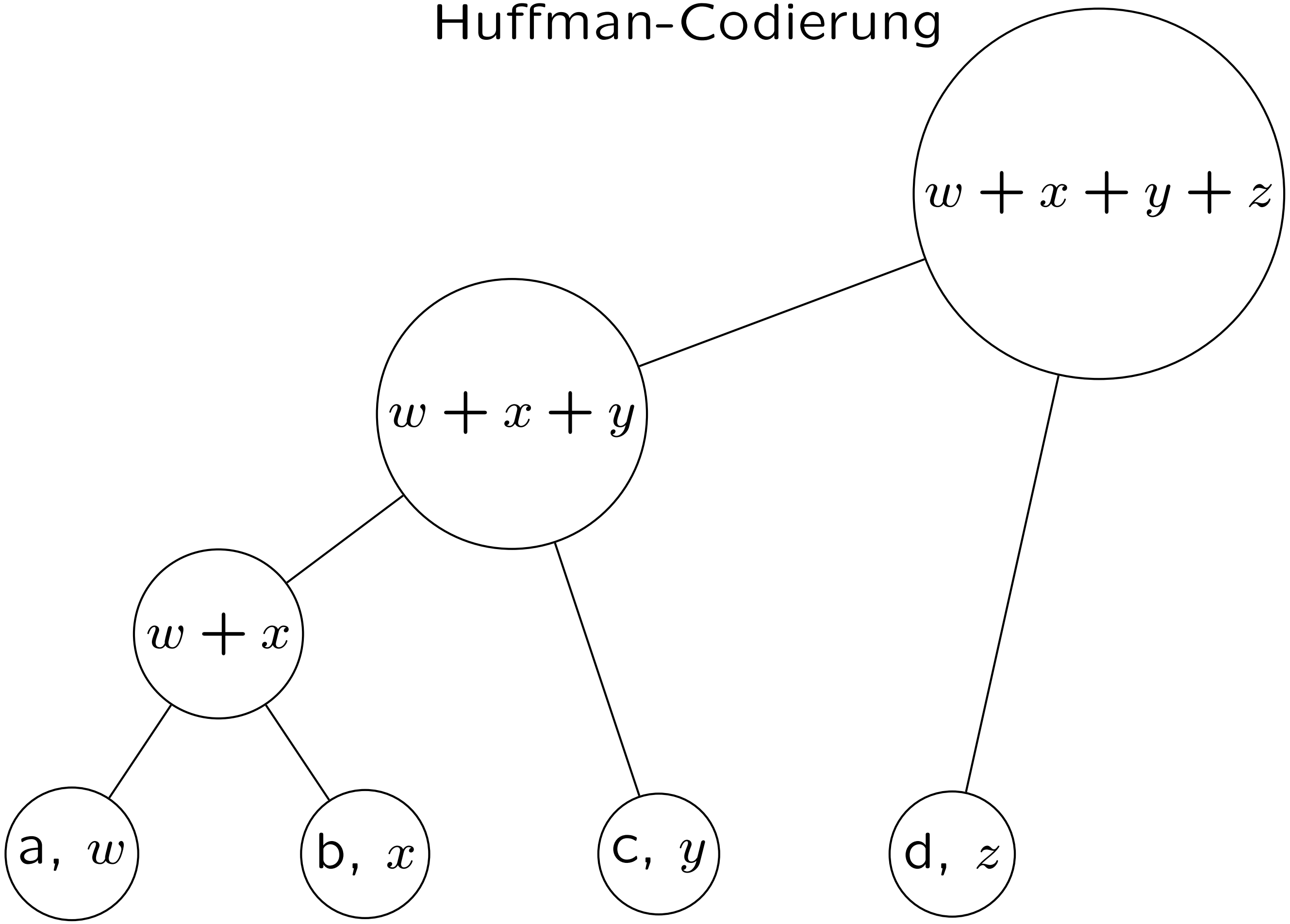
Dann y und $w + x$ die kleinsten Häufigkeiten!

.

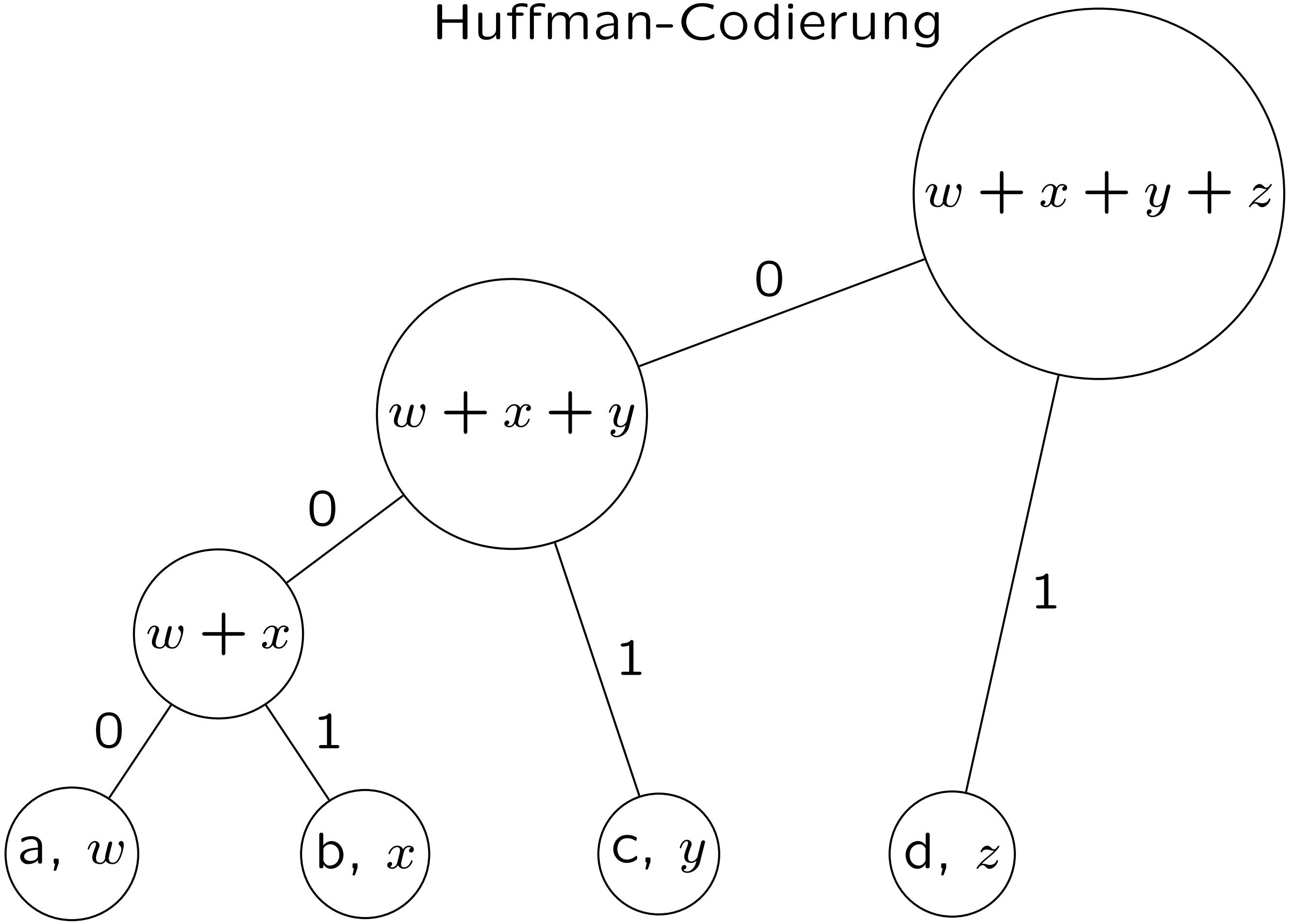
Huffman-Codierung



Huffman-Codierung



Huffman-Codierung



Huffman-Codierung

Länge des Wortes $w + x + y + z$, $w \leq x \leq y \leq z$;

a	b	c	d
w	x	y	z

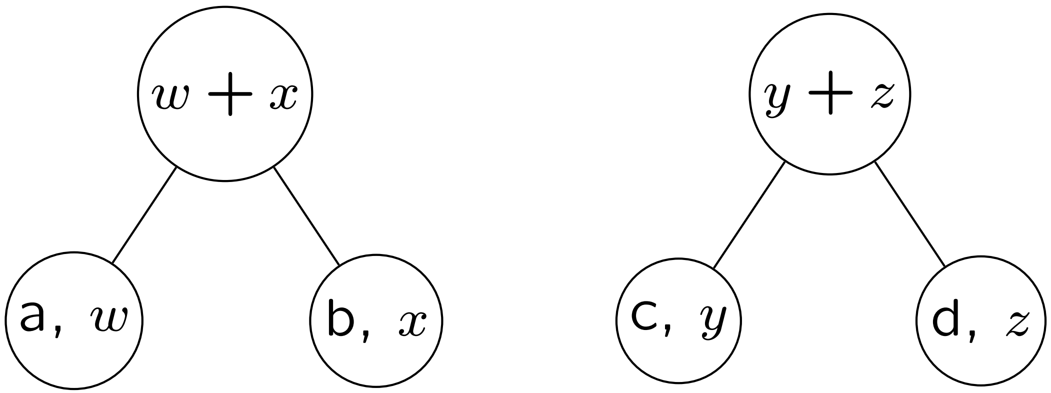
Huffman-Baum erstellen!

2. Fall: $w + x > z$

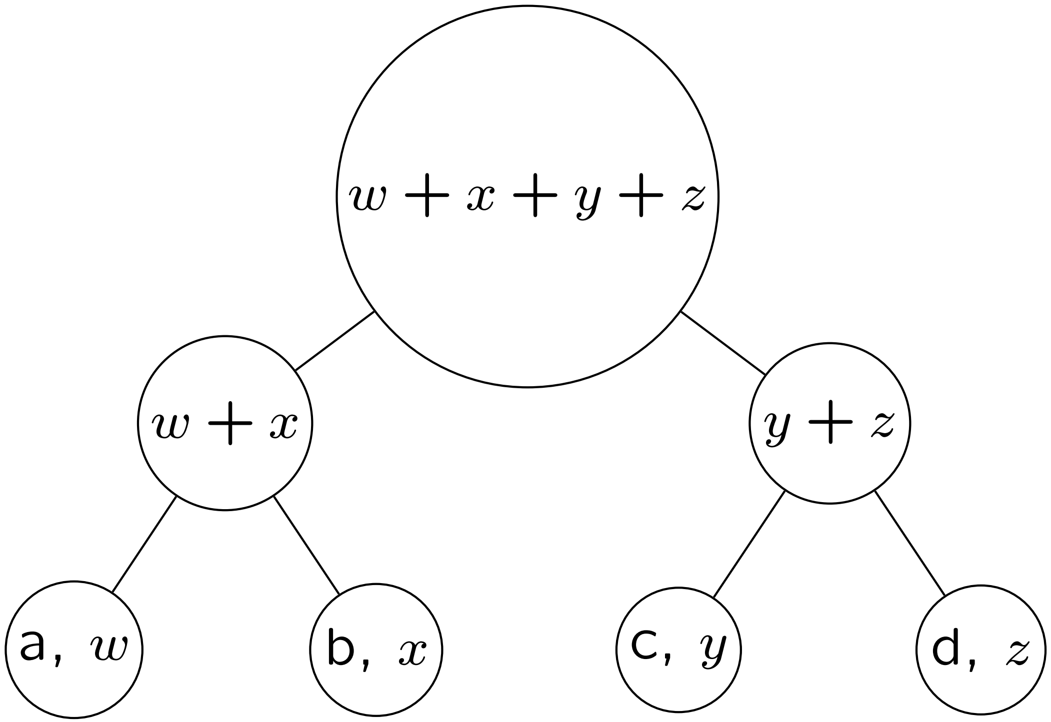
Dann y und z die kleinsten Häufigkeiten!

.

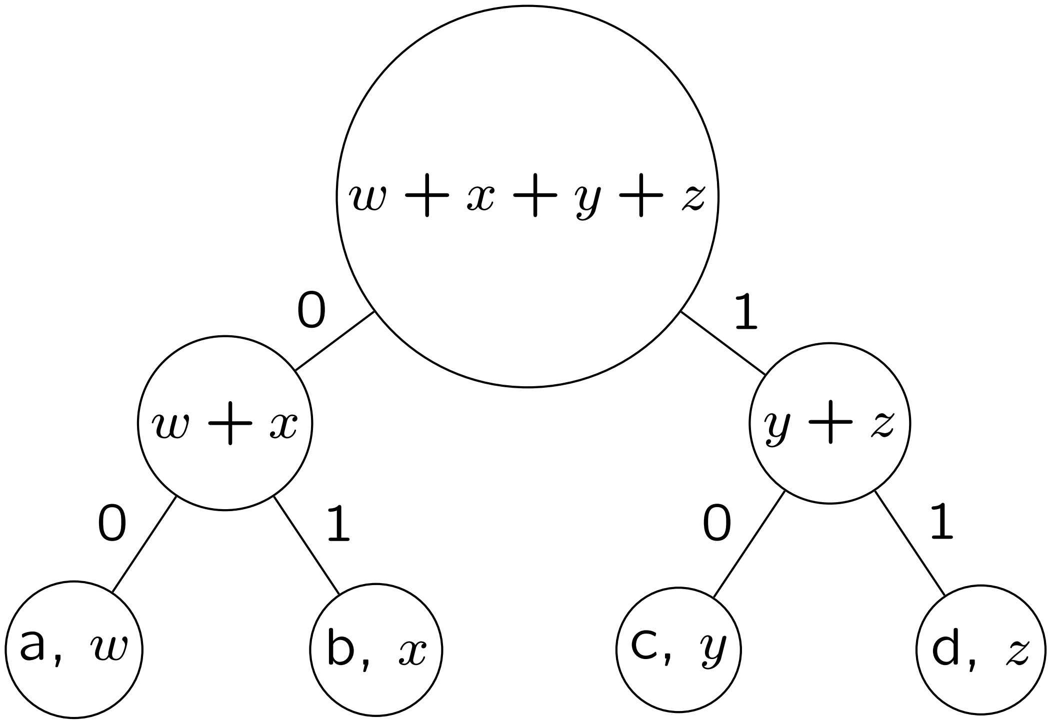
Huffman-Codierung



Huffman-Codierung



Huffman-Codierung



Huffman-Codierung

Länge des Wortes $w + x + y + z$, $w \leq x \leq y \leq z$;

a	b	c	d
w	x	y	z

Länge des Codewortes?

.

Huffman-Codierung

Länge des Wortes $w+x+y+z$, $w \leq x \leq y \leq z$;

a	b	c	d
w	x	y	z

Länge des Codewortes?

$2(w+x+y+z)$ im zweiten Fall.

.

Huffman-Codierung

Länge des Wortes $w + x + y + z$, $w \leq x \leq y \leq z$;

a	b	c	d
w	x	y	z

Länge des Codewortes?

$3w+3x+2y+z = 2(w+x+y)+(w+x)+z \leq 2(w+x+y+z)$
im ersten Fall.

.

Huffman-Codierung

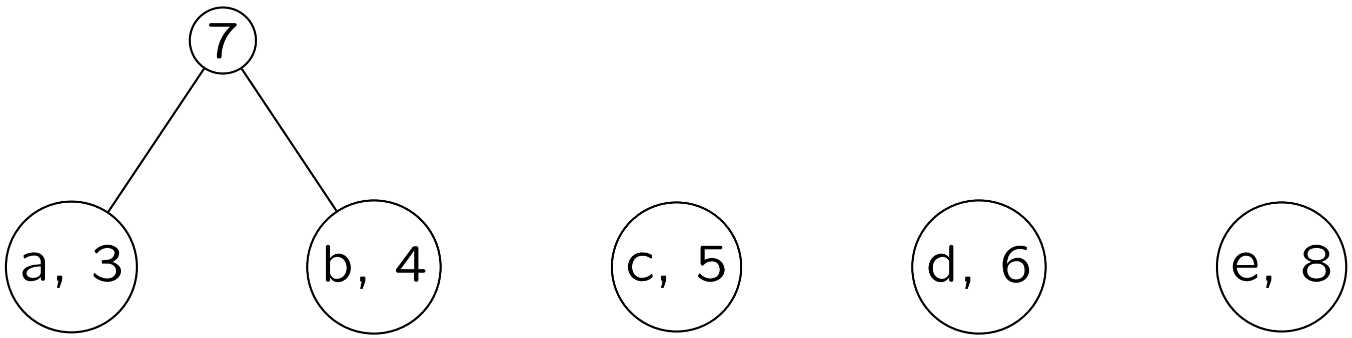
Bemerkung: Zeichen in Reihenfolge aufsteigender Häufigkeiten in Linie schreiben oft hilfreich!

Gegenbeispiel:

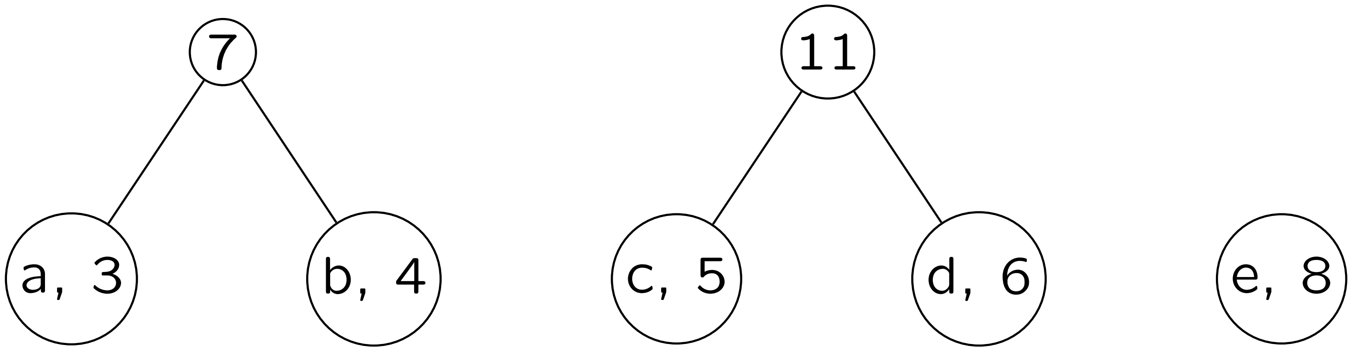
a	b	c	d	e
3	4	5	6	8

.

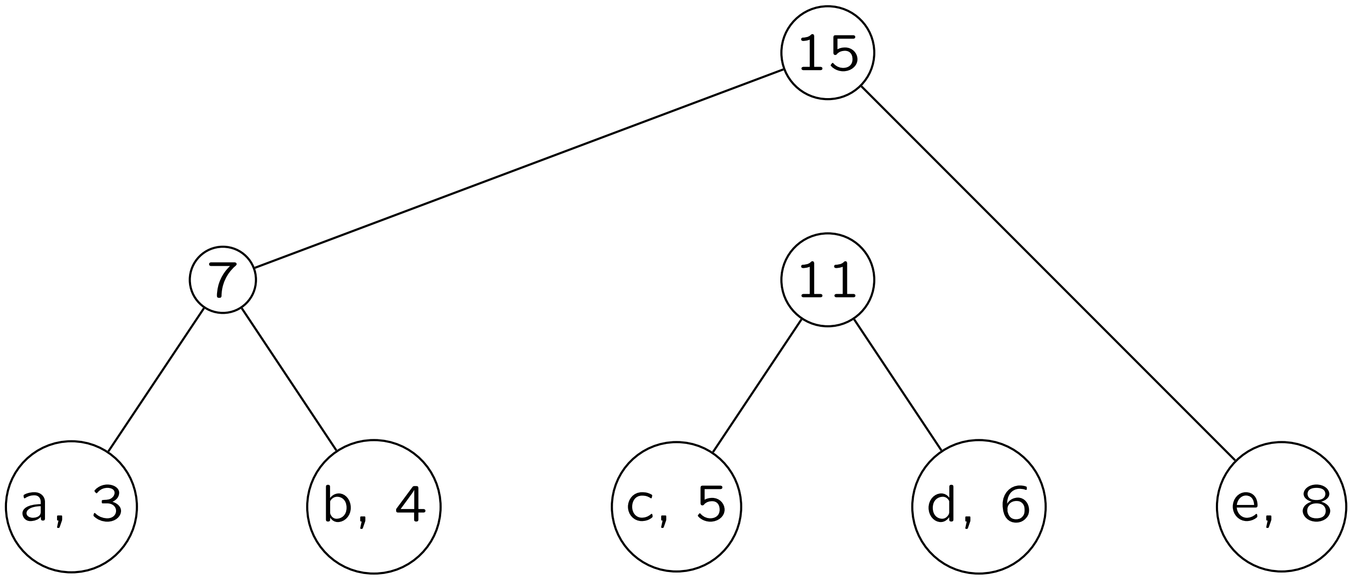
Huffman-Codierung



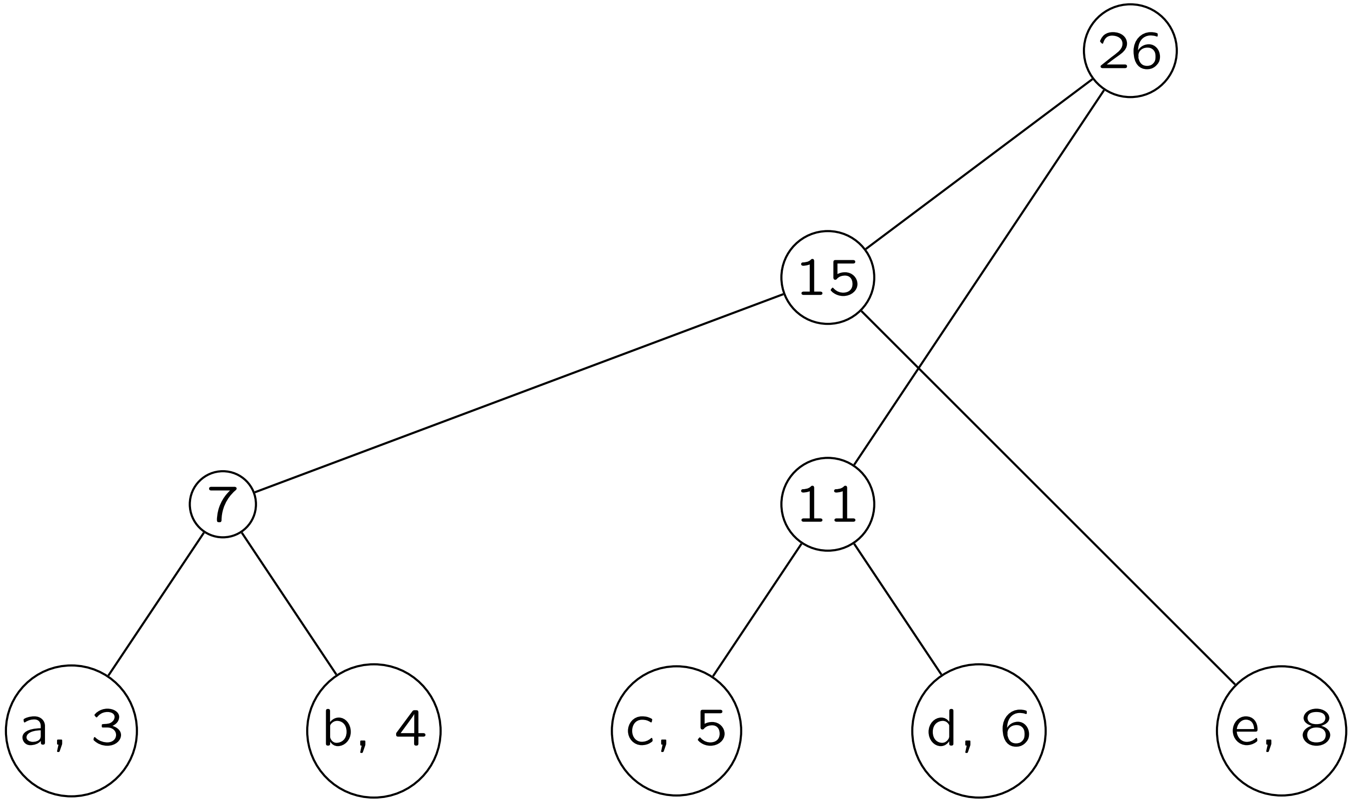
Huffman-Codierung



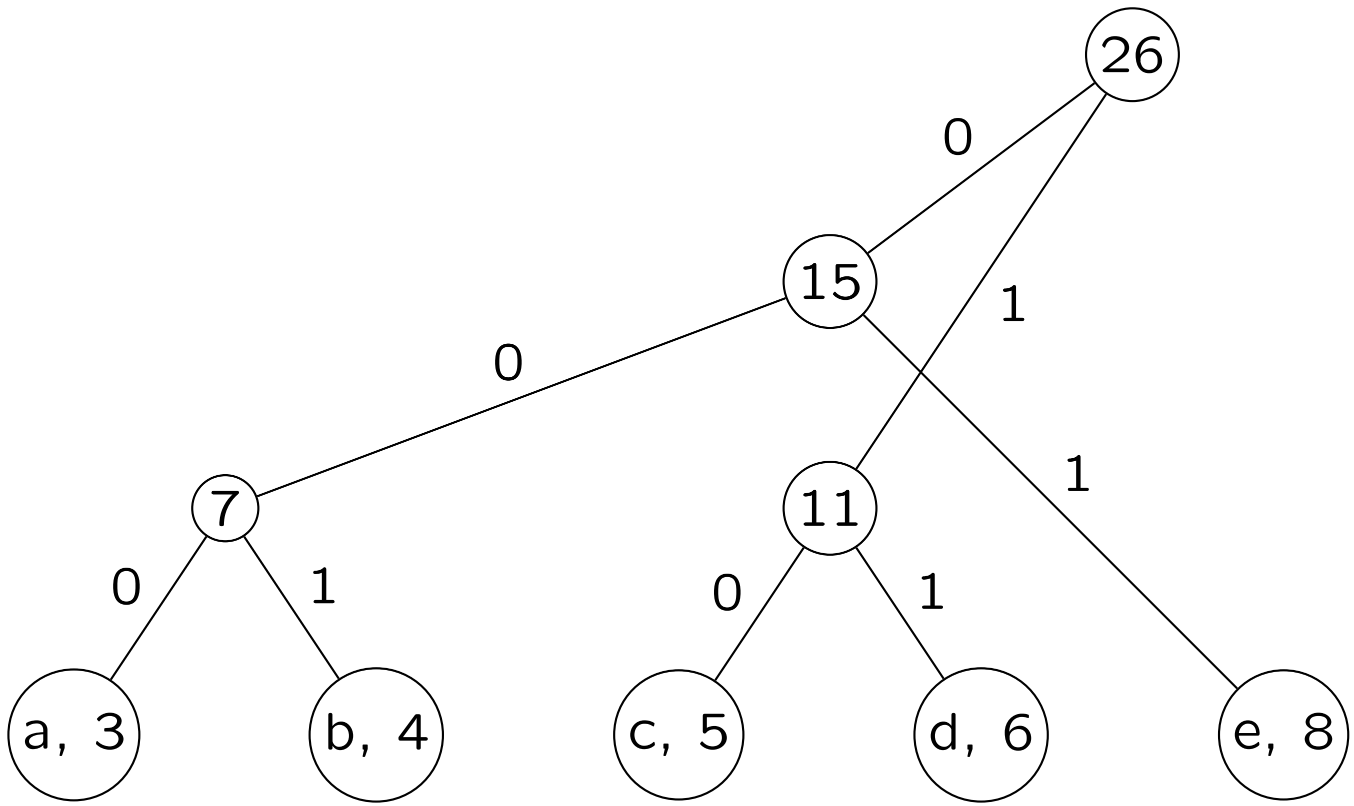
Huffman-Codierung



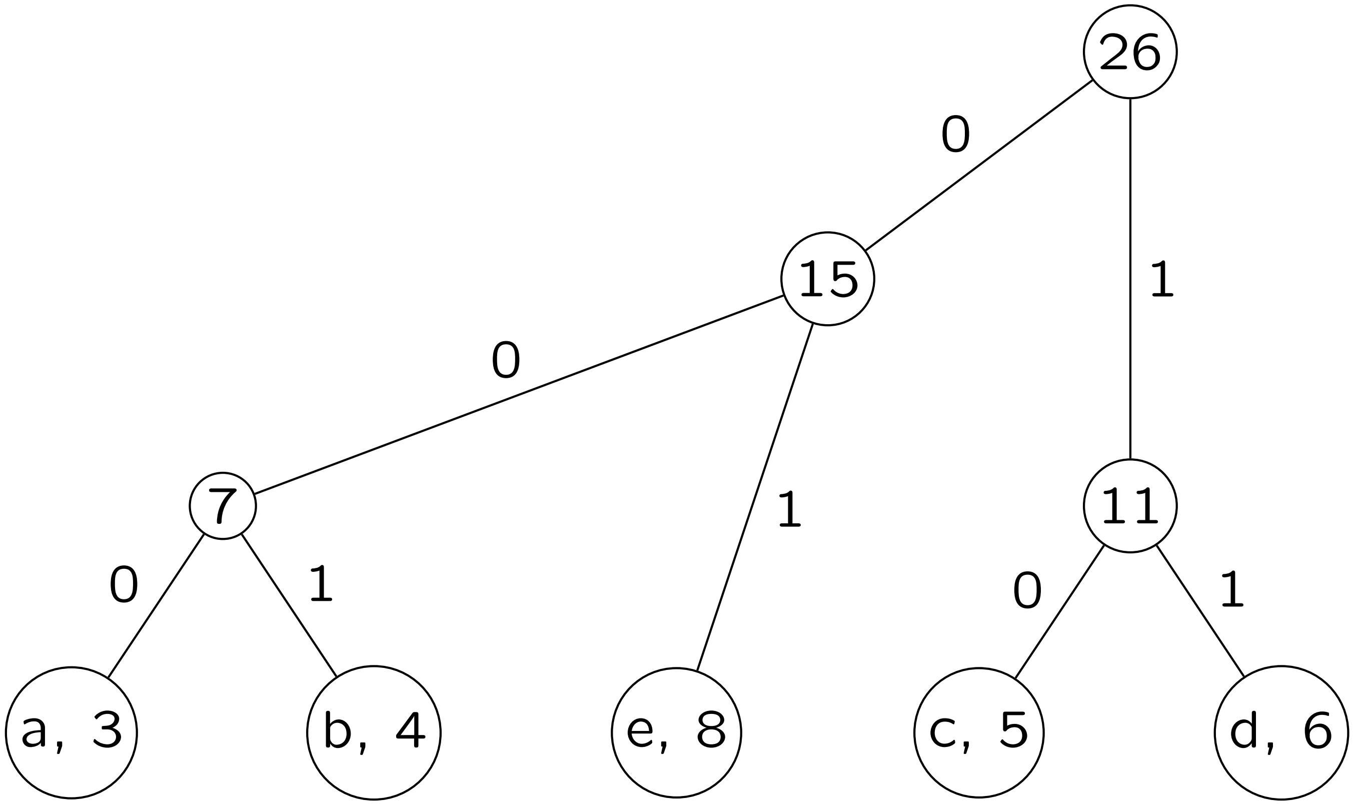
Huffman-Codierung



Huffman-Codierung



Huffman-Codierung



Bäume

Wir erinnern uns: $T = (V, E)$ ist gerichteter Baum falls
$\exists r \in V : \forall v \in V$: Es gibt genau einen Weg von r nach v.

.

Bäume

Wir erinnern uns: $T = (V, E)$ ist gerichteter Baum falls
$\exists r \in V : \forall v \in V$: Es gibt genau einen Weg von r nach v.

In Einklang bringen mit “intuitivem Verständnis”.

.

Bäume

Wir erinnern uns: $T = (V, E)$ ist gerichteter Baum falls
$\exists r \in V : \forall v \in V$: Es gibt genau einen Weg von r nach v.

In Einklang bringen mit "intuitivem Verständnis".

Zeige: $\forall v \in V : d^{-}(v) \leq 1$

.

Annahme: $\exists v \in V : d^{-}(v) \geq 2$
$\Rightarrow |\{y \mid (y, v) \in E\}| \geq 2$
$\Rightarrow \exists x, y \in V : x \neq y \wedge (x, v) \in E \wedge (y, v) \in E.$

.

Nach Definition gibt es Weg von v nach x und von v nach y.
$\Rightarrow$ Es gibt Weg von r nach v, dessen vorletzter Knoten x ist
und es gibt Weg von r nach v, dessen vorletzter Knoten y ist.

$\Rightarrow$ Es gibt mindestens zwei Wege von r nach v, im Widerspruch zur Definition.

.

Ein bisschen was zu Summen ...

M **endliche** Menge, $c : M \to \mathbb{R}$ Funktion, $T \subseteq M$.

$$\sum_{x \in T} c(x)$$

.

Ein bisschen was zu Summen ...

M **endliche** Menge, $c : M \to \mathbb{R}$ Funktion, $T \subseteq M$.

$$\sum_{x \in T} c(x)$$

Rekursive Definition!

.

Ein bisschen was zu Summen ...

M **endliche** Menge, $c : M \to \mathbb{R}$ Funktion, $T \subseteq M$.

$$\sum_{x \in \{\}} c(x) = 0$$

$$\forall T \subseteq M : \forall y \in M \setminus T : \sum_{x \in T \cup \{y\}} c(x) = \sum_{x \in T} c(x) + c(y)$$

.

Knotengrade

$G = (V, E)$ gerichteter Graph.

Zeige: $\sum_{v \in V} d^-(v) = \sum_{v \in V} d^+(v) = |E|$

.

Knotengrade

$G = (V, E)$ gerichteter Graph.

Zeige: $\sum_{v \in V} d^{-}(v) = \sum_{v \in V} d^{+}(v) = |E|$

Vollständige Induktion?
$\rightarrow$ Doof, wenn bei d^{-}, d^{+} nicht der Graph mit angegeben wird ...

.

Knotengrade

$G = (V, E)$ gerichteter Graph.

Zeige: $\sum_{v \in V} d^{-}(v) = \sum_{v \in V} d^{+}(v) = |E|$

$|E| = |\{(x, y) \mid (x, y) \in E\}|$

Unterteilen nach erstem Knoten!

.

Knotengrade

$G = (V, E)$ gerichteter Graph.

Zeige: $\sum_{v \in V} d^{-}(v) = \sum_{v \in V} d^{+}(v) = |E|$

$|E| = |\{(x, y) \mid (x, y) \in E\}|$
$= |\bigcup_{x \in V} \{(v, y) \mid (v, y) \in E \wedge v = x\}|$

.

Knotengrade

$G = (V, E)$ gerichteter Graph.

Zeige: $\sum_{v \in V} d^{-}(v) = \sum_{v \in V} d^{+}(v) = |E|$

$|E| = |\{(x, y) \mid (x, y) \in E\}|$
$= |\bigcup_{x \in V} \{(v, y) \mid (v, y) \in E \wedge v = x\}|$
$= \sum_{x \in V} |\{(v, y) \mid (v, y) \in E \wedge v = x\}|$

.

Knotengrade

$G = (V, E)$ gerichteter Graph.

Zeige: $\sum_{v \in V} d^-(v) = \sum_{v \in V} d^+(v) = |E|$

$|E| = |\{(x, y) \mid (x, y) \in E\}|$
$= |\bigcup_{x \in V} \{(v, y) \mid (v, y) \in E \wedge v = x\}|$
$= \sum_{x \in V} |\{(v, y) \mid (v, y) \in E \wedge v = x\}|$
$= \sum_{x \in V} |\{y \mid (x, y) \in E\}|$

.

Knotengrade

$G = (V, E)$ gerichteter Graph.

Zeige: $\sum_{v \in V} d^-(v) = \sum_{v \in V} d^+(v) = |E|$

$|E| = |\{(x, y) \mid (x, y) \in E\}|$
$= |\bigcup_{x \in V} \{(v, y) \mid (v, y) \in E \wedge v = x\}|$
$= \sum_{x \in V} |\{(v, y) \mid (v, y) \in E \wedge v = x\}|$
$= \sum_{x \in V} |\{y \mid (x, y) \in E\}|$
$= \sum_{x \in V} d^+(x)$

.

Knotengrade

$G = (V, E)$ gerichteter Graph.

Zeige: $\sum_{v \in V} d^-(v) = \sum_{v \in V} d^+(v) = |E|$

$|E| = |\{(x, y) \mid (x, y) \in E\}|$
$= |\bigcup_{y \in V}\{(x, v) \mid (x, v) \in E \wedge v = y\}|$

liefert Aussage für d^-.

.

Nochmal Bäume

$T = (V, E)$ gerichteter Baum.

Zeige: $\exists v \in V : d^+(v) = 0$.

.

Nochmal Bäume

$T = (V, E)$ gerichteter Baum.

Zeige: $\exists v \in V : d^{+}(v) = 0$.

Annahme: $\forall v \in V : d^{+}(v) \geq 1$

.

Nochmal Bäume

$T = (V, E)$ gerichteter Baum.

Zeige: $\exists v \in V : d^+(v) = 0$.

Annahme: $\forall v \in V : d^+(v) \geq 1$

$\Rightarrow \sum_{v \in V} d^+(v) \geq |V|$

.

Nochmal Bäume

$T = (V, E)$ gerichteter Baum.

Zeige: $\exists v \in V : d^+(v) = 0$.

Annahme: $\forall v \in V : d^+(v) \geq 1$

$\Rightarrow \sum_{v \in V} d^+(v) \geq |V|$

Andererseits gilt $\sum_{v \in V} d^-(v) \leq \sum_{v \in V} 1 \leq |V|$

.

Nochmal Bäume

$T = (V, E)$ gerichteter Baum.

Zeige: $\exists v \in V : d^+(v) = 0$.

Annahme: $\forall v \in V : d^+(v) \geq 1$

$\Rightarrow \sum_{v \in V} d^+(v) \geq |V|$

Andererseits gilt $\sum_{v \in V} d^-(v) \leq \sum_{v \in V} 1 \leq |V|$

Geht nur, wenn $\sum_{v \in V} d^-(v) = |V|$ gilt und $\forall v \in V : d^-(v) = 1$

.

Nochmal Bäume

$T = (V, E)$ gerichteter Baum.

Zeige: $\exists v \in V : d^{+}(v) = 0$.

Annahme: $\forall v \in V : d^{+}(v) \geq 1$

$\Rightarrow \sum_{v \in V} d^{+}(v) \geq |V|$

Andererseits gilt $\sum_{v \in V} d^{-}(v) \leq \sum_{v \in V} 1 \leq |V|$

Geht nur, wenn $\sum_{v \in V} d^{-}(v) = |V|$ gilt und $\forall v \in V : d^{-}(v) = 1$

$d^{-}(r)$ muss jedoch 0 sein!

.

Nochmal Bäume

$T = (V, E)$ gerichteter Baum.

Zeige: $\exists v \in V : d^{+}(v) = 0$.

Annahme: $\forall v \in V : d^{+}(v) \geq 1$

$\Rightarrow \sum_{v \in V} d^{+}(v) \geq |V|$

Andererseits gilt $\sum_{v \in V} d^{-}(v) \leq \sum_{v \in V} 1 \leq |V|$

Geht nur, wenn $\sum_{v \in V} d^{-}(v) = |V|$ gilt und $\forall v \in V : d^{-}(v) = 1$

$d^{-}(r)$ muss jedoch 0 sein! **Widerspruch!**

.