

Grundbegriffe der Informatik

Aufgabenblatt 12

Matr.nr.:

Nachname:

Vorname:

Tutorium: Nr. Name des Tutors:

Ausgabe: 19. Januar 2012

Abgabe: 27. Januar 2012, 12:30 Uhr
im Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 12: / 19

Blätter 1 – 12: / 239

Aufgabe 12.1 (4 Punkte)

Die Menge $M \subseteq \mathbb{Z}^2$ sei wie folgt definiert:

- $(3, 2) \in M$
- Wenn $(m, n) \in M$, dann ist auch $(3m - 2n, m) \in M$
- Keine anderen Elemente liegen in M .

Zeigen Sie durch strukturelle Induktion, dass alle Elemente aus M folgende Form haben: $(2^{k+1} + 1, 2^k + 1)$, mit $k \in \mathbb{N}_0$.

Aufgabe 12.2 (4+1+2 Punkte)

Die Turingmaschine T mit Anfangszustand S_0 sei gegeben durch

	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4
0	$(S_1, \square, 1)$	$(S_2, x, 1)$	$(S_3, 0, 1)$	$(S_2, x, 1)$	$(S_4, 0, -1)$
x	—	$(S_1, x, 1)$	$(S_2, x, 1)$	$(S_3, x, 1)$	$(S_4, x, -1)$
\square	—	$(e, \square, 1)$	$(S_4, \square, -1)$	—	$(S_1, \square, 1)$

Im Zustand e macht die Turingmaschine gar nichts mehr.

Der Kopf der Turingmaschine stehe anfangs auf dem ersten Symbol des Eingabewortes.

- Geben Sie für die Eingaben 00000 und 000000 jeweils die Anfangskonfiguration, die Endkonfiguration und jede weitere Konfiguration an, die sich während der Berechnung nach einer Änderung der Bandbeschriftung ergibt.
- Geben Sie zwei verschiedene Eingabeworte $w_1, w_2 \in \{0\}^*$ an, so dass T bei Eingabe von w_1 und bei Eingabe von w_2 irgendwann in den Zustand e kommt.
- Für welche Wörter $w \in \{0\}^*$ endet die Turingmaschine in Zustand e ?

Aufgabe 12.3 (1+3+4 Punkte)

Gegeben sei ein Alphabet $A = \{a, b\}$ und eine Funktion $f : A^* \rightarrow A^*$, die folgendermaßen definiert ist:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon) &= \varepsilon \\ f(aw) &= f(w) \\ f(bw) &= bf(w) \end{aligned}$$

- Was berechnet die Funktion f ? Geben Sie eine möglichst präzise, kurze Beschreibung in eigenen Worten an.
- Erklären Sie, wie eine Turingmaschine vorgehen könnte, die ein Eingabewort $w \in \{a, b\}^*$ durch $f(w)$ auf dem Band ersetzt und im Zustand e hält.
- Geben Sie eine Turingmaschine $T = (Z, z_0, X, f, g, m)$ mit höchstens 10 Zuständen an, die ein Eingabewort $w \in \{a, b\}^*$ durch $f(w)$ auf dem Band ersetzt und im Zustand e hält.

Hinweis: Es gibt eine solche Turingmaschine mit 6 Zuständen inkl. Zustand e