

5. Übungsblatt

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Wintersemester 2022/23

25. November 2022

Aufgabe 17:

- (i) Es sei (a_n) eine Folge, sodass für jedes $p \in \mathbb{N}$ gilt:

$$a_{p+n} - a_n \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty).$$

Ist die Folge (a_n) dann konvergent?

- (ii) Es sei (a_n) eine Folge und $q \in (0, 1)$ mit

$$|a_{n+1} - a_n| < q^n$$

für alle $n \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie, dass die Folge (a_n) konvergiert.

Aufgabe 18 (K):

- (i) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und geben Sie gegebenenfalls den Reihenwert an:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}},$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 3n + 2},$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{\sqrt[n]{n}}},$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \left(-\frac{1}{4}\right)^k \right).$

- (ii) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz, absolute Konvergenz und Divergenz:

(a) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n+1}}{n},$

(b) $\sum_{n=-1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(n+2)^2}.$

Aufgabe 19:

- (i) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \binom{2n}{n},$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2 + n}{n^3 + 1}.$

- (ii) Es sei (a_n) eine monoton fallende Folge und die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ sei konvergent. Zeigen Sie:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot a_n = 0.$$

Aufgabe 20:

Es sei (a_n) eine reelle Folge. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ist konvergent $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ ist konvergent.

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ ist konvergent $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ist konvergent.

(iii) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ist absolut konvergent $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ ist konvergent.

Informationen

Alle weiteren Informationen bezüglich der Themen **Übungsbetrieb**, **Scheinkriterien**, **Tutorien**, **Prüfung**, **Skript** und **Literaturhinweise** finden Sie auf der ILIAS-Seite der Vorlesung.

https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_1896358&client_id=produktiv

Übungsschein

Jede (K)-Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer auf den Übungsblättern 1-7 und 8-14 **jeweils** mindestens 35 Punkte (50 % der möglichen Punktzahl) erzielt. Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im CAS-Portal. Diese ist ab sofort und noch bis zum **19.02.2023** möglich.