

14. Übungsblatt

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Wintersemester 2022/23

10. Februar 2023

Abgabe bis 17. Februar 2023, 13:00 Uhr

Aufgabe 53:

- (i) Untersuchen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren oder divergieren. Beweisen Sie Ihre Behauptung:

(a) $\int_2^4 \frac{\sin(x)}{(x-2)^{\frac{2}{3}}} dx,$

(b) $\int_0^\infty e^{-x} \log(1+x) dx.$

- (ii) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, welche die folgende Gleichung lösen.

$$e^z = \sqrt{12} + 2i.$$

- (iii) Es seien $n \in \mathbb{N}$ und $p(z) = \sum_{j=0}^n a_j z^j$ ($z \in \mathbb{C}$) ein Polynom mit $a_j \in \mathbb{R}$ für alle $j \in \{0, \dots, n\}$. Zeigen Sie: Ist $z \in \mathbb{C}$ eine Nullstelle von p , so ist auch $\bar{z}$ eine Nullstelle von p .

Aufgabe 54 (K):

- (i) Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale jeweils auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls deren Werte.

(a) $\int_{-\infty}^\infty e^{-2|x|} dx,$

(b) $\int_0^\infty e^{sx} \cos(tx) dx, \quad s < 0, t \in \mathbb{R}.$

- (ii) Untersuchen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren oder divergieren. Beweisen Sie Ihre Behauptung.

(a) $\int_{-\infty}^\infty e^{-x^2} dx,$

(b) $\int_2^\infty \frac{\log(x)}{x} dx.$

- (iii) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, welche die folgende Gleichung lösen:

$$z^2 - 2\bar{z} + 1 = 0$$

Aufgabe 55:

- (i) Skizzieren Sie die folgenden Mengen in der komplexen Zahlenebene.

(a) $D_1 := \{z \in \mathbb{C} : |z + 2 + i| = |z - i|\},$ (b) $D_2 := \{z \in \mathbb{C} : 1 < \operatorname{Im}(iz) < 2\}.$

- (ii) Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil sowie den Betrag der folgenden komplexen Zahlen.

(a) $z_1 := \frac{3 + 5i}{2 - i},$

(b) $z_2 := \frac{1}{(1 + i)^2},$

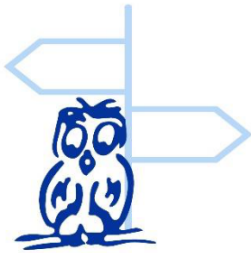
(c) $z_3 := (1 - i\sqrt{3})^{3n}$ für $n \in \mathbb{N},$

(d) $z_4 := \sum_{k=0}^{26} (2i)^k.$

Hinweis zu c): Sie dürfen verwenden, dass $\sin(-\frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ und $\cos(-\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ gilt.

Aufgabe 56:

Die 2π -periodische Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist durch $f(x) = |x|^3$ für $x \in (-\pi, \pi]$ definiert. Berechnen Sie die Fourierreihe von f .



Orientierungsveranstaltung – Mit Schwung ins zweite Semester

Du bist gerade im ersten Semester Mathematik oder Informatik und willst Tipps zu der kommenden Prüfungsphase und dem zweiten Semester? Dann komm einfach zur Orientierungsveranstaltung der Fachschaft Mathe/Info am

14.02. um 17:30 Uhr in Raum -101 (Info) und -102 (Mathe) im Infobau (50.34).

Dort beantworten wir Fragen wie:

Wie bereite ich mich auf Klausuren vor? Was mache ich, wenn ich eine Klausur/einen Übungsschein nicht bestanden habe? Was mache im zweiten Semester? Welche Möglichkeiten zur Unterstützung gibt es?

Außerdem sind viele Fachschaftler anwesend, die dir weitere Fragen persönlich beantworten können.

Wir freuen uns auf dich!

Informationen

Alle weiteren Informationen bezüglich der Themen **Übungsbetrieb**, **Scheinkriterien**, **Tutorien**, **Prüfung**, **Skript** und **Literaturhinweise** finden Sie auf der ILIAS-Seite der Vorlesung.

https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_1896358&client_id=produktiv

Übungsschein

Jede (K)-Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer auf den Übungsblättern 1-7 und 8-14 **jeweils** mindestens 35 Punkte (50 % der möglichen Punktzahl) erzielt. Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im CAS-Portal. Diese ist ab sofort und noch bis zum **19.02.2023** möglich.