

Ferien-Übungsblatt

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Wintersemester 2022/23

17. Februar 2023

Aufgabe 57:

Berechnen Sie jeweils für die 2π -periodischen Funktionen f die Fourierkoeffizienten. Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, in denen die zugehörige Fourierreihe konvergiert. In welchen Punkten wird die Funktion f durch die zugehörige Fourierreihe dargestellt?

(i) $f(x) := \begin{cases} 0, & x \in (-\pi, 0], \\ x, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$ (ii) $f(x) := |x| \ (x \in (-\pi, \pi]).$

Aufgabe 58:

(i) Zeigen Sie, dass

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(nx)}{n^2} = \left(\frac{x-\pi}{2}\right)^2 - \frac{\pi^2}{12}$$

für alle $x \in [0, 2\pi]$ gilt.

(ii) Es seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und $g \in C^1([a, b])$. Zeigen Sie mithilfe partieller Integration, dass gilt:

$$\int_a^b g(x) \sin(nx) \, dx \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \quad \text{und} \quad \int_a^b g(x) \cos(nx) \, dx \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0.$$

Aufgabe 59:

(i) Es sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die 2π -periodische Funktion, welche durch

$$f(x) := \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{2}(x-\pi)\right), & x \in (0, 2\pi), \\ 0, & x = 2\pi. \end{cases}$$

definiert ist. Bestimmen Sie die Fourierreihe von f .

(ii) Berechnen Sie den Reihenwert von

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{(1-4k^2)^2}.$$

Hinweis: Parsevalsche Gleichung.

Aufgabe 60:

Es seien $l, m, n \in \mathbb{N}$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $B \in \mathbb{R}^{n \times l}$. Zeigen Sie, dass dann gilt:

$$\|A \cdot B\| \leq \|A\| \cdot \|B\|,$$

wobei $\|\cdot\|$ die in der Vorlesung definierte Frobeniusnorm für Matrizen bezeichnet, das heißt

$$\|A\| := \left(\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n a_{jk}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{für} \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Informationen

Alle weiteren Informationen bezüglich der Themen **Übungsbetrieb**, **Scheinkriterien**, **Tutorien**, **Prüfung**, **Skript** und **Literaturhinweise** finden Sie auf der ILIAS-Seite der Vorlesung.

https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_1896358&client_id=produktiv

Übungsschein

Jede (K)-Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer auf den Übungsblättern 1-7 und 8-14 **jeweils** mindestens 35 Punkte (50 % der möglichen Punktzahl) erzielt. Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im CAS-Portal. Diese ist ab sofort und noch bis zum **19.02.2023** möglich.