

Aufgabe 1 (*)

(8 Punkte)

Zeigen Sie, dass $\emptyset \neq R \subseteq \mathbb{R}^n$ genau dann ein affiner Unterraum ist, wenn zu je zwei Punkten $x \neq y \in R$ die Gerade

$$\{\lambda x + (1 - \lambda)y \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$$

durch x und y in R liegt.

Aufgabe 2

Es sei $M := \{v_1, \dots, v_n\} \subseteq \mathbb{R}^m$. Zeigen Sie, dass der folgende Algorithmus zur Bestimmung einer Basis von $\text{LH}(M)$ immer eine Basis liefert.

(I) Bilde die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} - & v_1 & - \\ - & v_2 & - \\ & \vdots & \\ - & v_n & - \end{pmatrix}$$

deren Zeilen aus den Vektoren in M besteht.

(II) Führe Schritt (I) des Gauß-Algorithmus durch.

(III) Die Nichtnullzeilen in der Matrix bilden nun eine Basis für $\text{LH}(M)$.

Aufgabe 3 (*)

(8 Punkte)

Es sei

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie den Rang von A und eine Basis von $\text{Bild}(A)$.

Aufgabe 4

Es sei

$$M := \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \subseteq \mathbb{R}^3$$

Bestimmen Sie eine Basis von $\text{LH}(M)$ und prüfen Sie ob

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}$$

in $\text{LH}(M)$ liegen.

Die Fachschaft Mathematik veranstaltet einen

Bücherflohmarkt

dieses Wintersemester, an dem ihr günstig Mathebücher kaufen könnt.

Wann:	28. November 2023 9:30 - 17:30
	29. November 2023 9:30 - 16:00
Wo:	Atrium im Mathebau (Geb. 20.30)
Was:	gebrauchte Mathe- und Infobücher
Preis:	1 Euro/cm Buchrücken

Abgabe: Die Abgabe für dieses Blatt erfolgt

- (i) entweder bis Freitag, 24.11.2023, um 12:00 Uhr im Abgabekasten ihres Tutors
- (ii) oder am Montag, 27.11.2023, direkt vor der Übung beim Übungsleiter
- (iii) oder bis Montag, 27.11.2023, um 8:00 Uhr bei Ihrem Tutor per E-Mail (oder per Abgabekasten in der ILIAS-Gruppe ihres Tutoriums, falls ihr Tutor einen eingerichtet hat).