Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Angewandte und Numerische Mathematik

PD Dr. F. Hettlich
Dr. L. Fink

(K) A13	(K) A14	Σ

Abgabegruppe

Karlsruhe, den 14. November 2025

Matr.-Nr.: .... Matr.-Nr.: .... Matr.-Nr.: ....

3. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik III für MACH, CIW, BIW, MWT und MIT

Aufgabe 11: Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$x(y(x))^2 + y(x) - xy'(x) = 0, \quad y(1) = 2.$$

Geben Sie dabei die Lösung in impliziter und expliziter Form an.

Hinweis: Es gibt einen Eulerschen Multiplikator, der nur von y abhängt.

Aufgabe 12: Bestimmen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$e^{-x^2} + \left(\frac{1}{y(x)} \int_0^x e^{-t^2} \, dt + 1\right) y'(x) = 0$$

in impliziter Form.

Hinweis: Es gibt einen Eulerschen Multiplikator, der nur von y abhängt.

Aufgabe 13: (K)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$1 + xy(x) + x^2 y'(x) = 0\,, \quad x > 0\,, \quad y(1) = 1\,,$$

in expliziter Form.

Hinweis: Es gibt einen Eulerschen Multiplikator, der nur vom Produkt xy abhängt.

Aufgabe 14: (K)

Zeigen Sie, dass durch die Gleichung

$$x\, e^{xy} - y + 1 = 0, \qquad x, y \in \mathbb{R}$$

in einer Umgebung des Punktes $(0,1)$ eine Funktion $y = \varphi(x)$ mit der Eigenschaft $\varphi(0) = 1$ implizit definiert ist. Berechnen Sie das Taylorpolynom 2. Grades dieser Funktion φ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

Aufgabe 15: Weisen Sie nach, dass sich die Gleichung

$$e^{x_2}\,(x_1^2 + x_2^2) - \sqrt{1 + x_2^2} = 0$$

in einer Umgebung des Punktes $(1,0)^\top$ lokal nach x_2 auflösen lässt, d.h. $x_2 = \varphi(x_1)$ mit einer geeigneten Funktion φ. Leiten Sie anschließend implizit nach x_1 ab und bestimmen Sie die Gleichung der Tangente T an φ im Punkt $x_1 = 1$.

Abgabe bis Montag, den 24. November 2025, 12:00 Uhr, in den Abgabekästen im Foyer des Kollegiengebäudes Mathematik (Geb. 20.30). Weitere Informationen zur Abgabe finden Sie im Ilias-Kurs unter *Übung*.