Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Angewandte und Numerische Mathematik

PD Dr. F. Hettlich
Dr. L. Fink

(K) A17	**(K)** A20	$\sum$

Abgabegruppe

Karlsruhe, den 21. November 2025

Matr.-Nr.: .... Matr.-Nr.: .... Matr.-Nr.: ....

4. Übungsblatt
zur Vorlesung Höhere Mathematik III für MACH, CIW, BIW, MWT und MIT

Aufgabe 16: Berechnen Sie alle kritischen Punkte der folgenden Funktionen

(a) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x, y) = 4e^{x^2+y^2} - x^2 - y^2,$

(b) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R},\ f(x, y, z) = -\ln(x^2 + y^2 + z^2 + 1).$

Handelt es sich dabei um lokale Minima oder Maxima?

Aufgabe 17: (K)

Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x^3 - 3x^2 + y^3 - 9y.$$

(a) Bestimmen Sie alle lokalen Extremstellen und Extremwerte von f. Begründen Sie dabei, dass es sich tatsächlich um solche handelt und dass es keine weiteren gibt.

(b) Hat f auch globale Extrema? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 18: In der Menge

$$M = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy^2 - x^2 + 2x - y^2 - 1 = 0\right\}$$

gibt es genau einen Punkt, der den geringsten Abstand vom Ursprung hat. Bestimmen Sie die Koordinaten dieses Punktes.

Aufgabe 19: Ermitteln Sie die Extremstellen und Extremwerte der Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \quad f(x, y, z) = 5x + y - 3z$$

unter den Nebenbedingungen

$$g_1(x, y, z) = x + y + z = 0 \qquad \text{und} \qquad g_2(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0.$$

Aufgabe 20: (K)

Bestimmen Sie mit Hilfe der Langrangeschen Multiplikatorenregel Minimum und Maximum der Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \quad f(x, y, z) = x^2$$

auf dem Schnitt der Kugeloberfläche $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ mit der Ebene $z = x$.

Abgabe bis Montag, den 1. Dezember 2025, 12:00 Uhr, in den Abgabekästen im Foyer des Kollegiengebäudes Mathematik (Geb. 20.30). Weitere Informationen zur Abgabe finden Sie im Ilias-Kurs unter *Übung*.