

(K) A62	(K) A65	$\Sigma$

Abgabegruppe
--------------

PD Dr. F. Hettlich  
Dr. L. Fink

Karlsruhe, den 6. Februar 2026

Matr.-Nr.: ..... Matr.-Nr.: ..... Matr.-Nr.: .....

### 13. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik III für MACH, CIW, BIW, MWT und MIT

**Aufgabe 61:** Auf jedem Aufgabenblatt befinden sich fünf voneinander unabhängige Aufgaben. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Aufgabe lösbar ist, sei  $\frac{4}{5}$ . Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

- (a) Genau  $k$  Aufgaben sind lösbar ( $k = 0, 1, \dots, 5$ ).
- (b) Mindestens  $k$  Aufgaben sind lösbar ( $k = 0, 1, \dots, 5$ ).

Im Wintersemester gibt es 13 voneinander unabhängige Aufgabenblätter. Berechnen Sie unter Verwendung der obigen Ergebnisse die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

- (c) Auf jedem Blatt sind mindestens 3 Aufgaben lösbar.
- (d) Auf mindestens 10 Blättern ist mindestens eine Aufgabe lösbar.
- (e) Mindestens 20% (80%) aller Aufgaben sind lösbar.

*Hinweis:* Es darf ein Taschenrechner verwendet werden.

#### **Aufgabe 62: (K)**

Eine Lieferung von 25 Geräten, die durch ihre Seriennummer unterschieden werden, enthält 4 defekte Geräte. Als *Stichprobe vom Umfang  $k$*  bezeichnet man die Entnahme von  $k$  Geräten ohne Zurücklegen.

- (a) Wie viele verschiedene Stichproben vom Umfang 5 sind möglich?
- (b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, Stichproben vom Umfang 5 mit
  - (i) genau zwei defekten
  - (ii) höchstens einem defekten
  - (iii) nur fehlerfreien
  - (iv) mindestens einem defekten

Gerät(en) zu ziehen?

- (c) Wie ändern sich die Wahrscheinlichkeiten, wenn die 5 Geräte nacheinander gezogen, getestet und gleich wieder zurückgelegt werden?
- (d) Welches der Experimente (b) und (c) ist ein Bernoulli-Experiment?

**Aufgabe 63:** Die Zuverlässigkeit von fünf Geräten wird hintereinander überprüft. Jedes Gerät wird nur dann überprüft, wenn das vorhergehende zuverlässig war.

- (a) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion der Anzahl  $X$  der nötigen Überprüfungen, wenn jedes der Geräte mit der Wahrscheinlichkeit 0.9 die Prüfung besteht.
- (b) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von  $X$ .

**Aufgabe 64:** Wir werfen eine gezinkte Münze (Wahrscheinlichkeit, dass Kopf erscheint =  $p \in (0, 1)$ ) solange, bis zum ersten Mal Zahl erscheint. Sei  $X$  die Anzahl der Würfe.

- (a) Berechnen Sie für  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$  die Wahrscheinlichkeit  $P(X = n)$ .

(b) Ist  $E(X) < \infty$ ?

(c) Berechnen Sie  $E(2^X)$ . Für welche  $p \in (0, 1)$  ist  $E(2^X) < \infty$ ?

**Aufgabe 65: (K)**

Es seien  $\alpha$  und  $\beta \in (0, \infty)$ . Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha+1} & , \quad x \geq \beta, \\ 0 & , \quad \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) Zeigen Sie, dass durch  $f$  eine Wahrscheinlichkeitsdichte gegeben ist.

Im Folgenden sei  $X$  eine Zufallsvariable, die mit der Dichte  $f$  stetig verteilt sei.

(b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von  $X$ .

(c) Geben Sie Bedingungen für  $\alpha$  und  $\beta$  an, unter denen der Erwartungswert von  $X$  existiert, und berechnen Sie diesen im Falle seiner Existenz.

(d) Geben Sie Bedingungen für  $\alpha$  und  $\beta$  an, unter denen die Varianz von  $X$  existiert, und berechnen Sie diese im Falle ihrer Existenz.