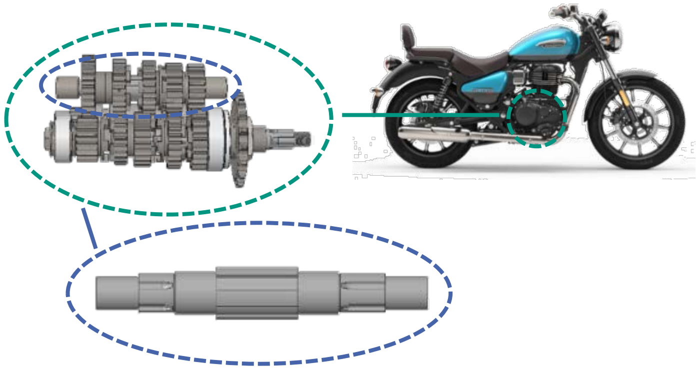
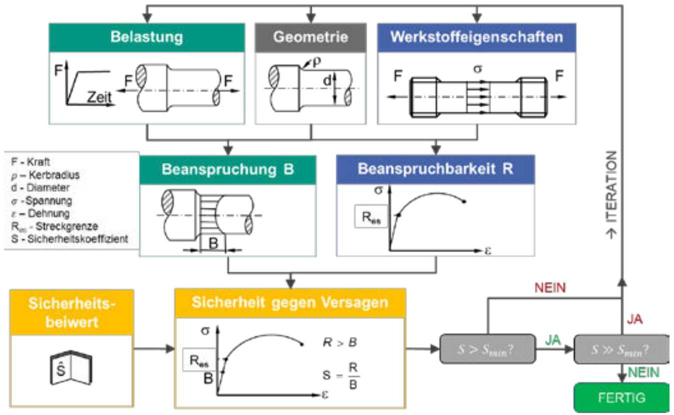
Dimensionierung II – Ermitteln der Grundgrößen der Dimensionierung

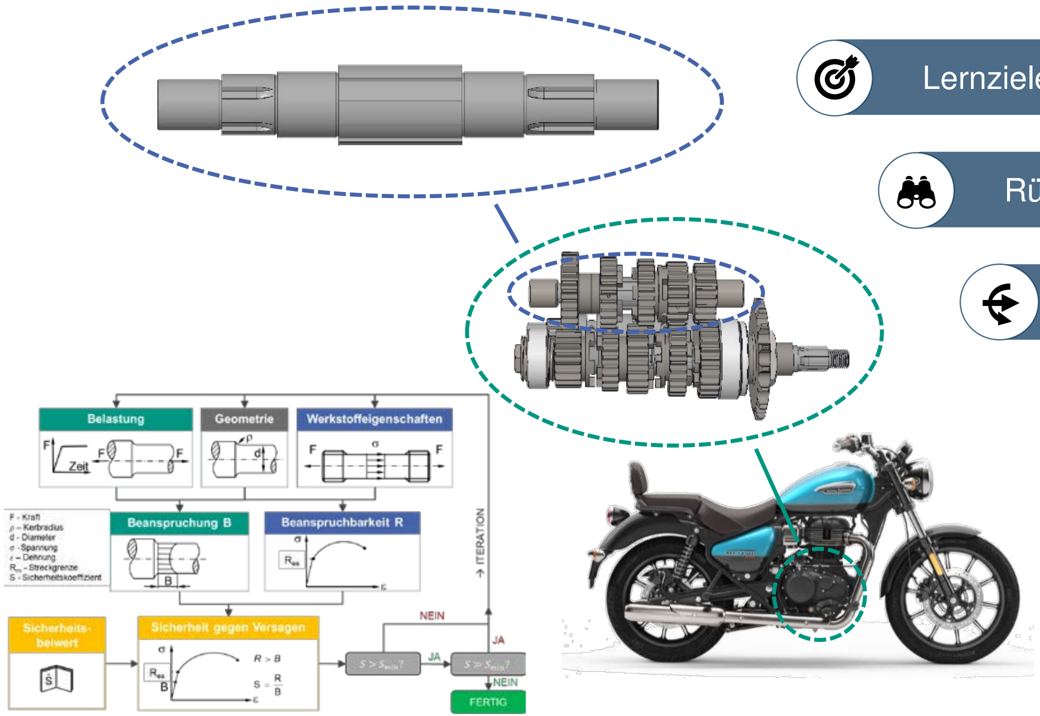
Vorlesung Maschinenkonstruktionslehre C – WS 25/26
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Tobias Düser | Univ.-Prof. Dr.-Ing. Sven Matthiesen



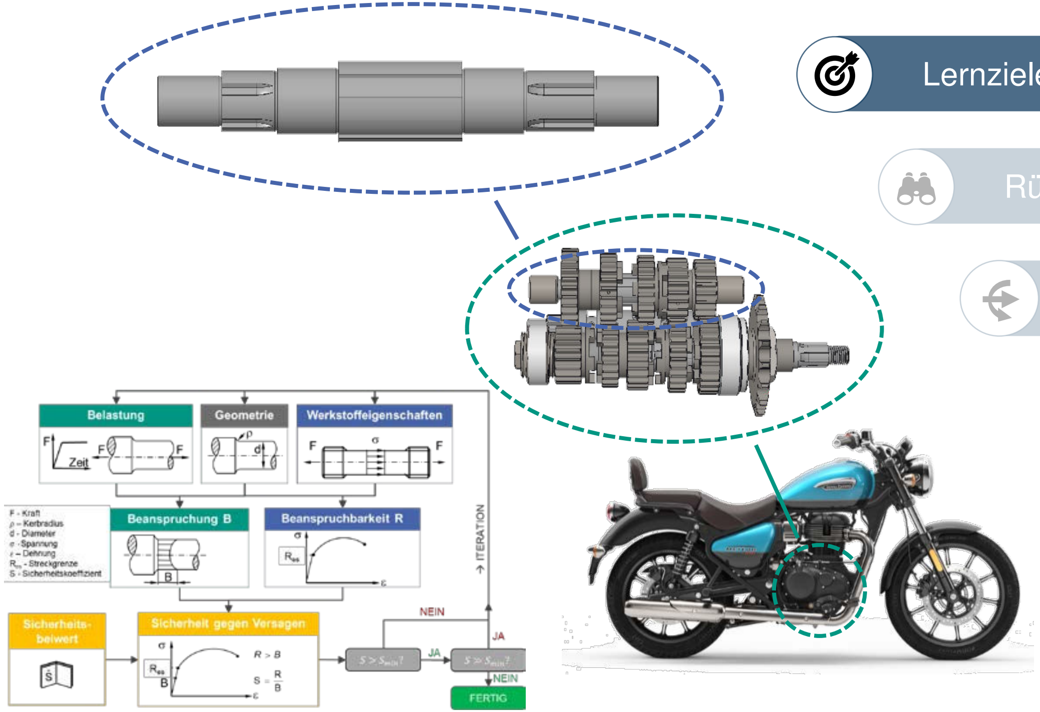


Maschinenkonstruktionslehre C – Dimensionierung II

Inhaltsverzeichnis



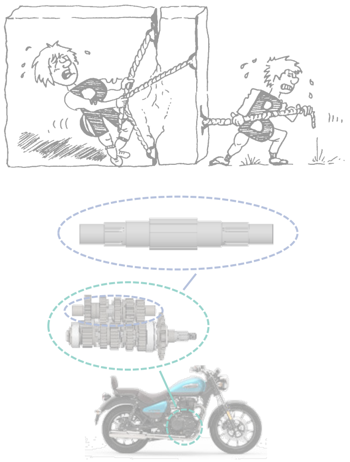
Maschinenkonstruktionslehre C – Dimensionierung II
Inhaltsverzeichnis



Dimensionierung – Lernziele

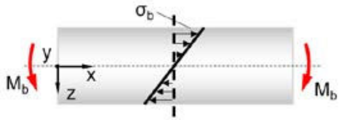
Übersicht Vorlesungen Dimensionierung

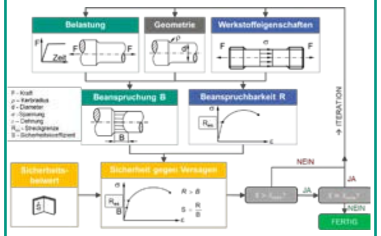
Vorlesung I



Einführung und Grundlagen

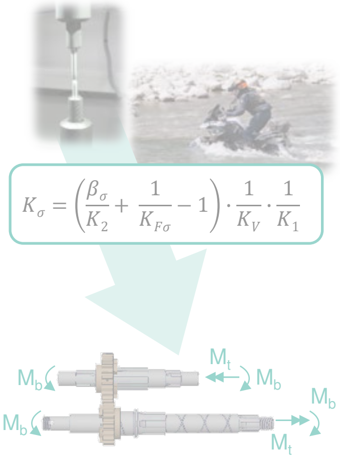
Vorlesung II





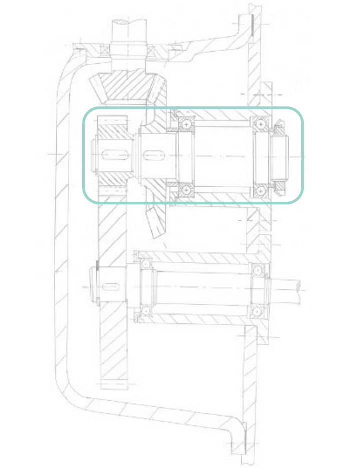
Ermitteln der Grundgrößen der Dimensionierung

Vorlesung III



Dimensionieren mit Einflussfaktoren

Übung



Dimensionieren nach DIN 743

Dimensionierung – Lernziele

Dimensionierung II: Ermittlung der Grundgrößen der Dimensionierung

Karlsruher Institut für Technologie

Problem

Zur **Dimensionierung** von Bauteilen, z.B. Getriebewelle, muss der/die Konstruktionsingenieur/in die **Beanspruchung** und die **Beanspruchbarkeit** des Bauteils korrekt ermitteln können.

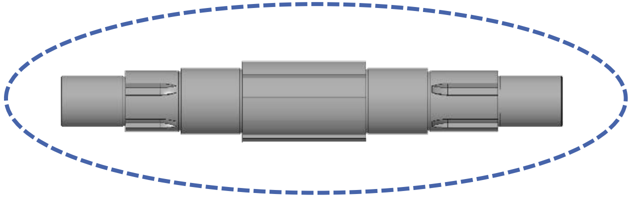
Ziele

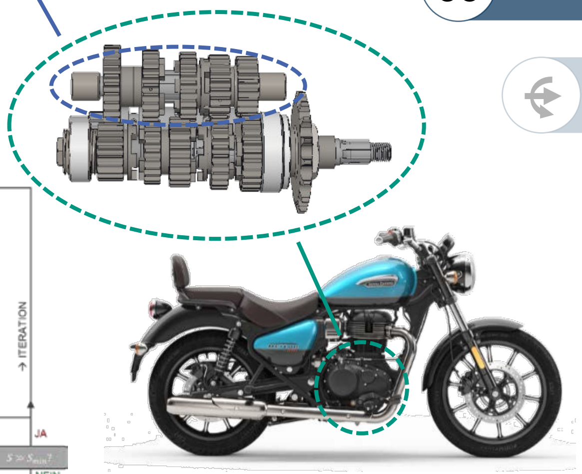
- **Prinzipiellen Ablauf** der **Dimensionierung** skizzieren und erklären können.
- Größen, aus denen die **Beanspruchung** eines Bauteils resultiert, nennen können und anhand der **Grundbelastungsfälle** erklären können, wie die Beanspruchung im jeweiligen Fall reduziert werden kann.
- **Teilplastische Dimensionierung** erklären und von **vollplastischer Dimensionierung** abgrenzen können, deren Potenzial gegenüber **rein elastischer Dimensionierung** erklären und ein **Anwendungsbeispiel** nennen und erklären können.
- **Festigkeitshypothesen** nennen und erklären sowie die zutreffende auswählen können.
- Erklären können, wie und aus welchen Größen die **Beanspruchbarkeit** bei **statischer** sowie bei **dynamischer Beanspruchung** mit und ohne zugrundeliegenden **Mittelspannungen** ermittelt werden kann.

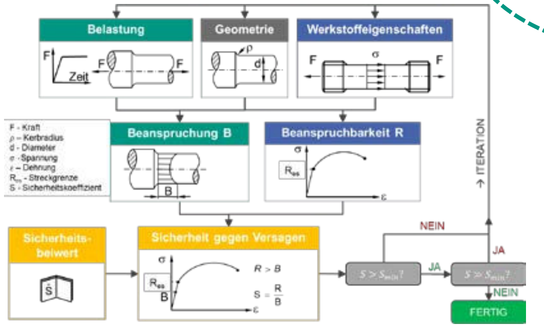
Fazit

Sie kennen den **prinzipiellen Ablauf** der **Dimensionierung** und können die **Grundgrößen** der **Dimensionierung**, die **Beanspruchung** und die **Beanspruchbarkeit**, auf Basis des Nennspannungskonzepts ermitteln.

Maschinenkonstruktionslehre C – Dimensionierung II
Inhaltsverzeichnis

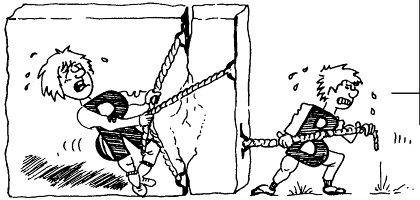


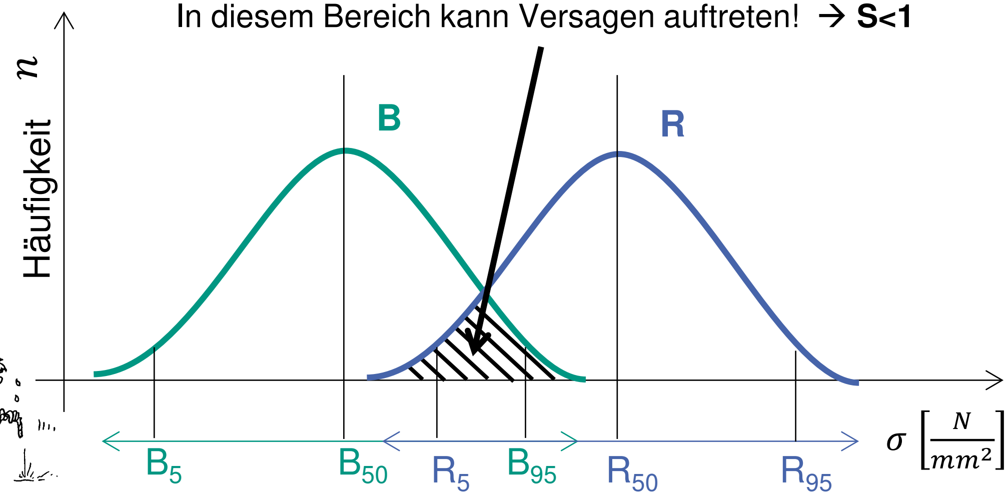




- Die **Beanspruchbarkeit R** des Bauteils muss mindestens um den durch die **Norm geforderten Sicherheitsfaktor $\hat{S}$** größer sein als die im schlimmsten zu berücksichtigenden Fall auftretende **Beanspruchung B**

$$\rightarrow R \geq \hat{S} \cdot B$$



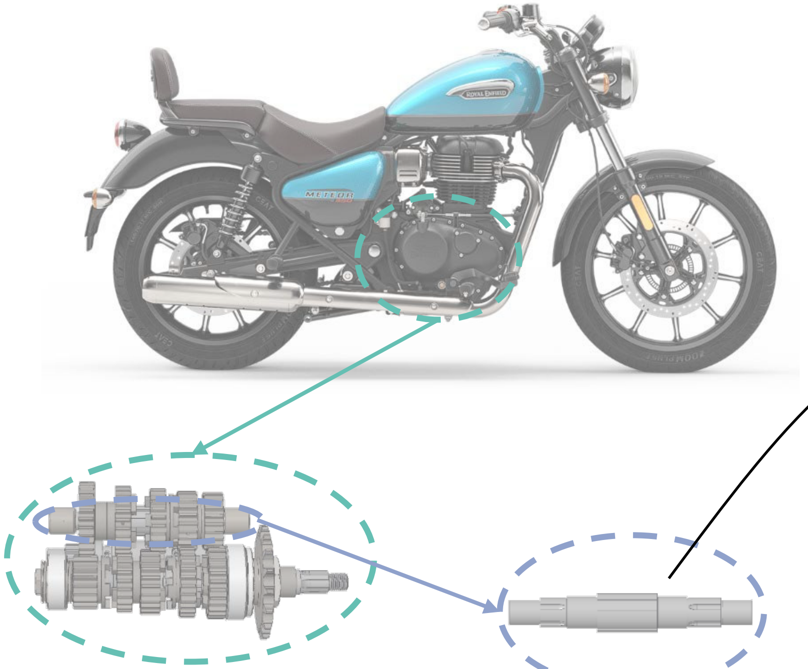


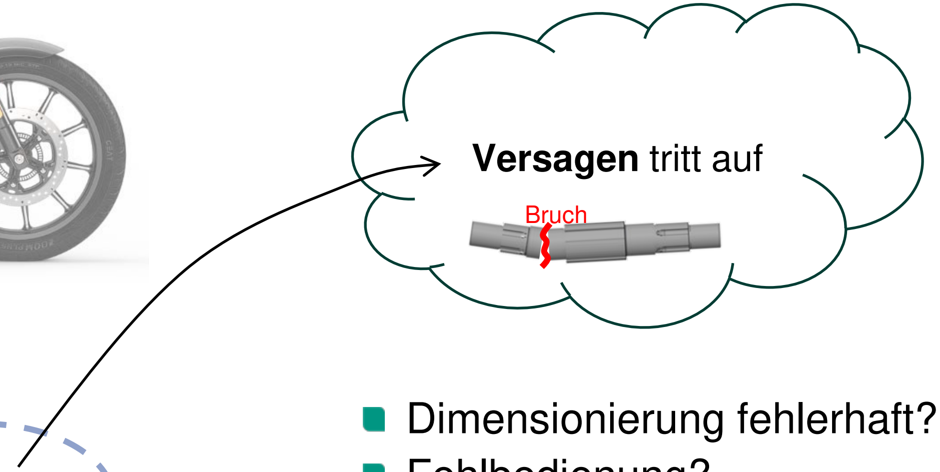
<u>Legende:</u>
R [MPa] ... Beanspruchbarkeit
$\hat{S}$ [ ] ... Durch Norm geforderter Sicherheitsfaktor
B [Mpa] ... Beanspruchung
σ [Mpa] ... Spannung
n [ ] ... Häufigkeit
B_5 [MPa] ... Beanspruchung 5. Perzentil
B_{50} [MPa] ... Beanspruchung 50. Perzentil
B_{95} [MPa] ... Beanspruchung 95. Perzentil
R_5 [MPa] ... Beanspruchbarkeit 5. Perzentil
R_{50} [MPa] ... Beanspruchbarkeit 50. Perzentil
R_{95} [MPa] ... Beanspruchbarkeit 95. Perzentil
S [ ] ... Sicherheitsfaktor

Beanspruchung und **Beanspruchbarkeit** sind **stochastische Größen** und unterliegen **Verteilungen**.

Dimensionierung – Motivation

Versagen einer Getriebewelle im Motorrad tritt auf – Ursache?



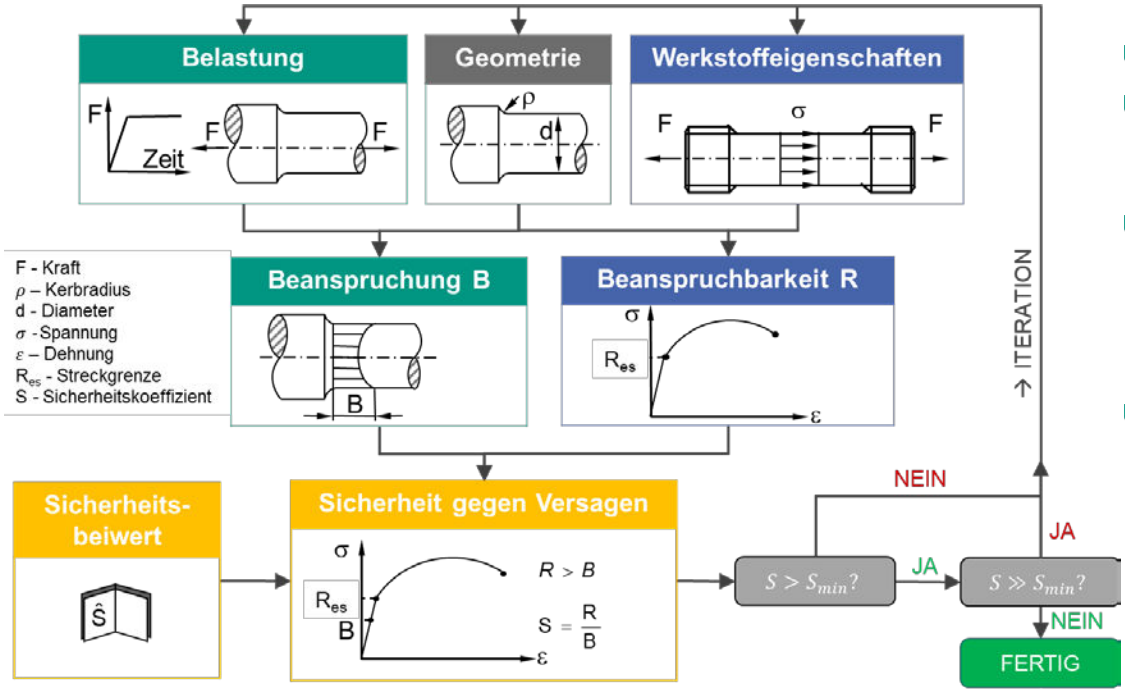


- Dimensionierung fehlerhaft?
- Fehlbedienung?

→ **Analyse erforderlich**

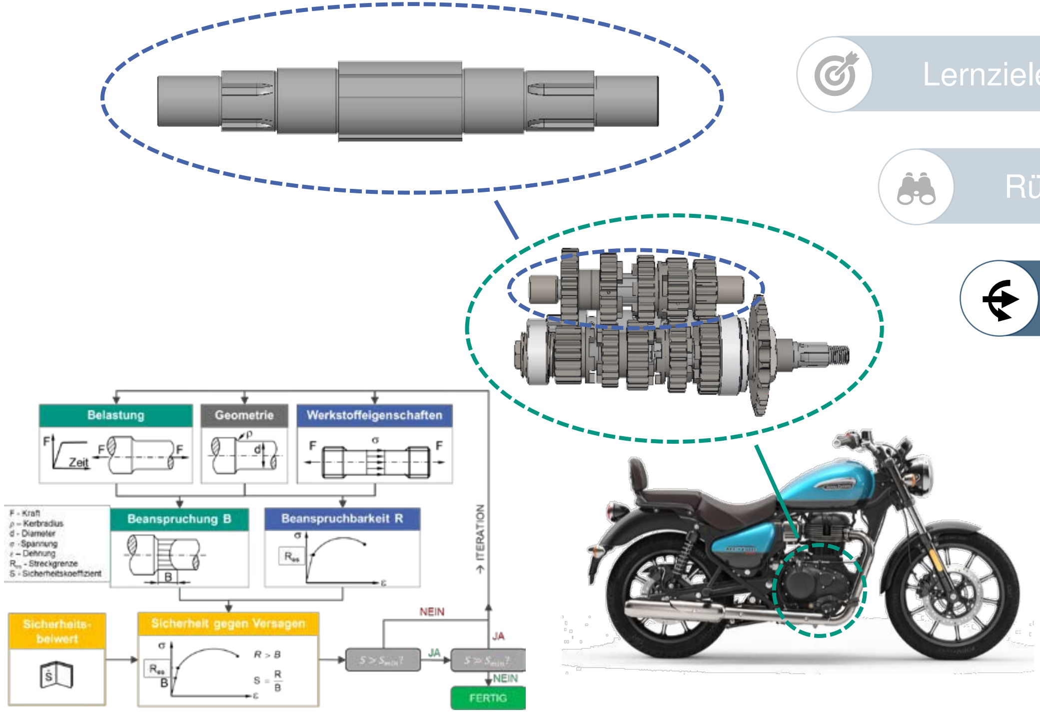
Dimensionierung – Motivation

Grundgleichung der Dimensionierung und prinzipieller Ablauf



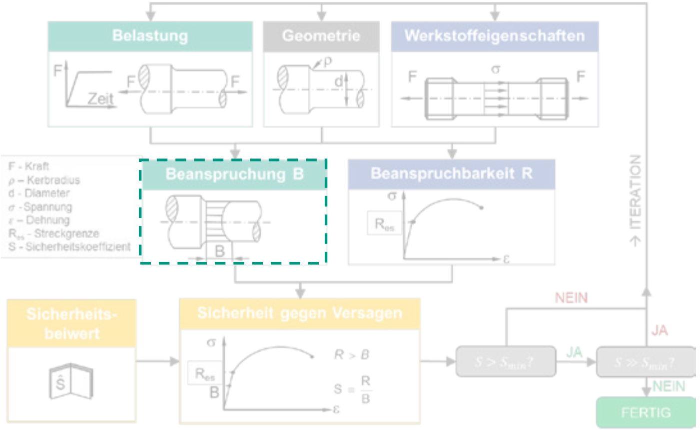
- **Dimensionierung** ist ein **iterativer Prozess**.
- Die bereits bekannten **Einflussgrößen** auf die Dimensionierung sind die **Belastungen**, die **Geometrie** und der **Werkstoff**.
- Auf Basis der Einflussgrößen wird die **Beanspruchung** und die **Beanspruchbarkeit** ermittelt.
  → Fokus dieser Vorlesung liegt hierauf in Verbindung mit dem Nennspannungskonzept
- Wird in der Grundgleichung der Dimensionierung der **geforderte Mindestsicherheitsbeiwert nicht erreicht**, muss das Bauteil iterativ umgestaltet werden, indem entweder die **Beanspruchung reduziert** oder die **Bauteilbeanspruchbarkeit erhöht** wird.

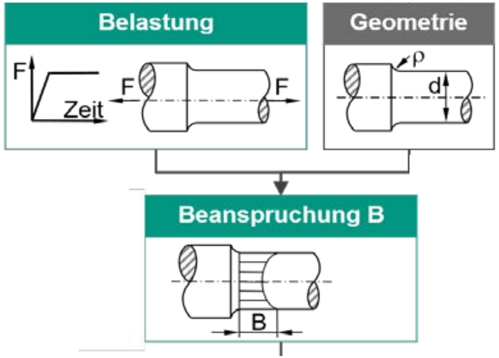
Maschinenkonstruktionslehre C – Dimensionierung II
Inhaltsverzeichnis



Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchung

Aus welchen Größen resultiert die Beanspruchung eines Bauteils?

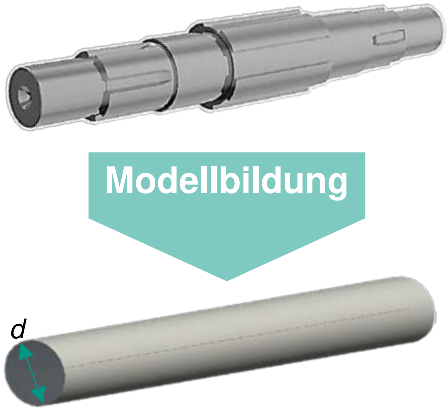


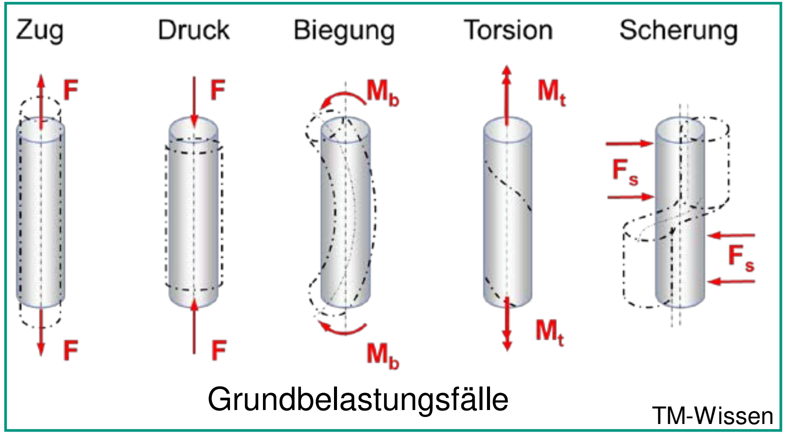


Kernaussage:

Die **Beanspruchung** eines **Bauteils** resultiert aus der **äußeren Belastung** (Kräfte, Momente, Temperaturdifferenz, usw.) und der **Geometrie** (Abmessungen, Form) des Bauteils.

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchung
Nennspannungskonzept zur überschlägigen Dimensionierung





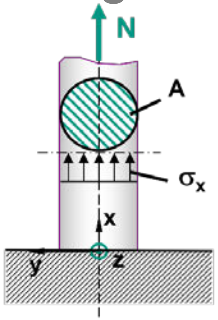
- Durch **Modellbildung** kann die **komplexe Geometrie** einer Getriebewelle zu einem Stab **vereinfacht** werden
- Dies **ermöglicht** die **Berechnung** der **Beanspruchung** mit bereits aus der **Technischen Mechanik** (TM) **bekannten Formeln** bezogen auf Grundbelastungsfälle

Legende:
d [mm] ... Durchmesser
F [N] ... Kraft
M_B [Nm] ... Biegemoment
M_t [Nm] ... Torsionsmoment
F_S [N] ... Scherkraft

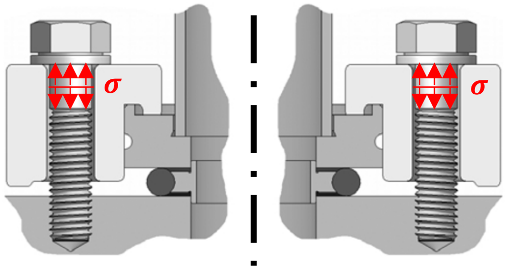
Kernaussage:

Die Ermittlung der Beanspruchung ist mit dem **Nennspannungskonzept** durch **Modellbildung** möglich.
Das Nennspannungskonzept dient als **Werkzeug** zur **überschlägigen Dimensionierung** gegen **statische** und **dynamische Beanspruchung**.

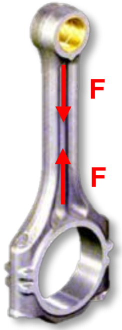
Dimensionierung – Nennspannungskonzept
Ermittlung der Beanspruchung bei Zug-/Druckbelastung

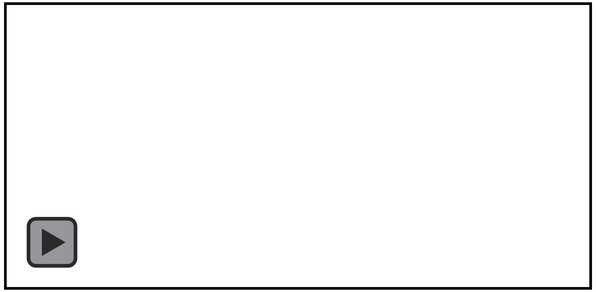


Zugstab mit fester Einspannung



Schrauben an Flansch
werden auf Zug beansprucht





Pleuel im Verbrennungsmotor
vor allem auf Druck belastet

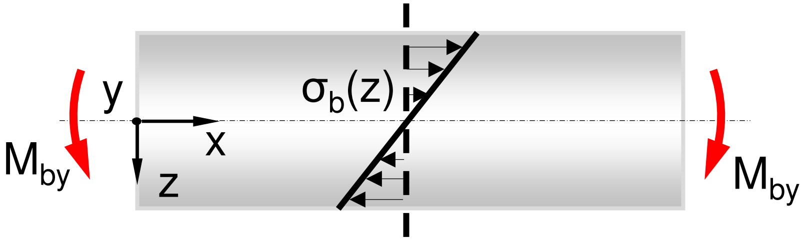
→ **Normalspannung** $\boxed{\sigma_x = \frac{N}{A}}$

- Die **Beanspruchung**, die sich aus der **Zug-** und der **Druckbelastung** ergibt, ist **nur von** der **Querschnittsfläche** und **nicht** der **Geometrie abhängig**
- Bei Druckbelastung ist in den meisten Fällen nicht das Druckfließen (plastische Verformung) versagensrelevant, sondern **Versagen** durch **Knicken** oder **Beulen**

Legende:
A $[\mathrm{mm}^2]$ ... Querschnittsfläche
N [N] ... Normalkraft (Schnittgröße)
F [N] ... Kraft
σ_x [MPa] ... Normalspannung in x-Richtung

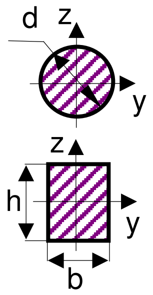
Kernaussage:
Zur **Reduzierung** der **Beanspruchung** bei Zug-/Druck-Belastung muss entweder der **Querschnitt erhöht** oder die **Belastung reduziert** werden.

Dimensionierung – Nennspannungskonzept
Ermittlung der Beanspruchung bei Biegebelastung



d ↑→ σ_b ↓

h ↑→ σ_b ↓



	I_y	I_z	W_{by}	W_{bz}
Kreis	$\frac{\pi \cdot d^4}{64}$	$= I_y$	$\frac{\pi \cdot d^3}{32}$	$= W_{by}$
Rechteck	$\frac{b \cdot h^3}{12}$	$\frac{h \cdot b^3}{12}$	$\frac{b \cdot h^2}{6}$	$\frac{h \cdot b^2}{6}$

Legende:
d [mm] ... Durchmesser
h [mm] ... Höhe
b [mm] ... Breite
σ_b [mm²] ... Biegespannung
σ_{zmax} [mm] ... Maximalspannung in z-Richtung
z_{max} [mm] ... Äußerste Bauteilstelle in z-Richtung
I_y [mm] ... Axiales Flächenträgheitsmoment y-Achse
I_z [mm⁴] ... Axiales Flächenträgheitsmoment z-Achse
M_{by} [Nm] ... Biegemoment bezgl. y-Achse
W_{by} [Nm] ... Widerstandsmoment gegen Biegung bzgl. y-Achse
W_{bz} [Nm] ... Widerstandsmoment gegen Biegung bzgl. z-Achse

→ **Biegenormalspannungen**

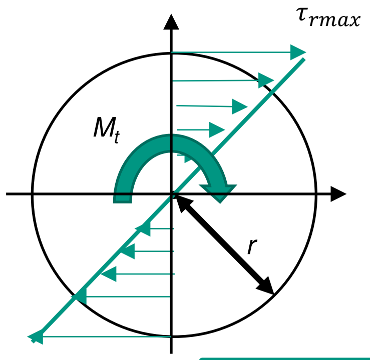
$$\sigma_b(z) = \frac{M_{by}}{I_y} \cdot z$$

- Die **Beanspruchung**, die sich aus der **Biegebelastung** ergibt, ist stark abhängig vom Durchmesser bzw. der Höhe des Biegebalkens, da diese das **Flächenträgheitsmoment** wesentlich mit einer 3er bzw. 4er Potenz beeinflussen

Kernaussage:

Zur **Reduzierung** der **Beanspruchung** bei Biegebelastung muss entweder das axiale **Flächenträgheitsmoment** durch eine Vergrößerung des Durchmessers oder der Balkenhöhe **erhöht** oder die **Belastung reduziert** werden.

Dimensionierung – Nennspannungskonzept
Ermittlung der Beanspruchung bei Torsionsbelastung



$$I_p = I_y + I_z$$

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

Anwendung: z.B. überschlägige Abschätzung Mindestwellendurchmesser:

$$d_{zul} \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot \tau_{max}}}$$

→ **Schubspannung** $\boxed{\tau_r = \frac{M_t}{I_p} \cdot r}$ $r = d/2$

Legende:
r [mm] ... Radius
d [mm] ... Durchmesser
d_{zul} [mm] ... Zulässiger Durchmesser
M_t Nm] ... Torsionsmoment
I_y [mm^4] ... Axiales Flächenträgheitsmoment y-Achse
I_z [mm^4] ... Axiales Flächenträgheitsmoment z-Achse
I_p [mm^4] ... Polares Flächenträgheitsmoment
τ_{max} [MPa] ... Maximal zulässige Schubspannung

- Die **Beanspruchung**, die sich aus der **Torsionsbelastung** ergibt, ist ähnlich wie bei Biegebelastung stark abhängig vom Durchmesser, da dieser das polare **Flächenträgheitsmoment** mit einer 4er Potenz beeinflusst

Kernaussage:

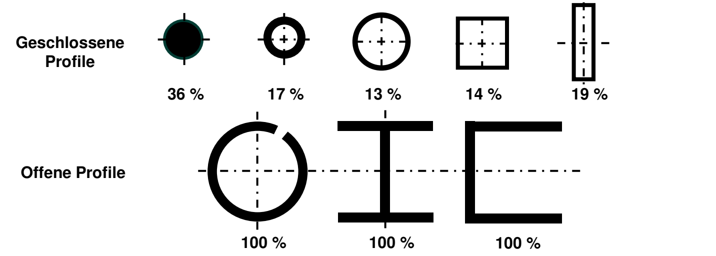
Zur **Reduzierung** der **Beanspruchung** bei Torsionsbelastung muss entweder das polare **Flächenträgheitsmoment** durch eine Vergrößerung des Durchmessers **erhöht** oder die **Belastung reduziert** werden.

Dimensionierung – Nennspannungskonzept

Welchen Einfluss hat die Form auf die Beanspruchung bei Torsionsbelastung?

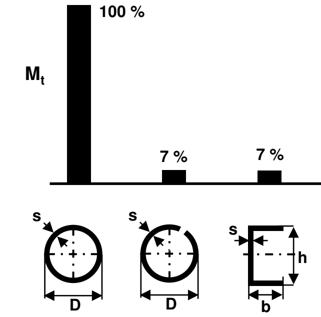
- Hohlprofile
  - **Material** kann eingespart **werden**
  - **Größerer Durchmesser** ist notwendig, wodurch mehr **Bauraum** benötigt wird
  - Spannungsfeld: **Leichtbau ↔ verfügbarer Bauraum**

	I_p	W_t
D	$\frac{\pi D^4}{32}$	$\frac{\pi D^3}{16}$
D, d	$\frac{\pi}{32}\left(D^4 - d^4\right)$	$\frac{\pi}{16}\left(\frac{D^4 - d^4}{D}\right)$



Benötigte Querschnittsfläche für gleiches W_t

- Längsgeschlitzte Profile
  - **Keine Schubspannungsübertragung** im Schnitt möglich
  - Gegenseitige **Verschiebung** der **Schnittflächen** und **Vorwölbung**
  - **Große Verformung**
  - Deutlich **geringere Federsteifigkeit** bei geschlitzten Profilen



$\frac{h}{b} = 2;\ h = 1{,}6\ D$

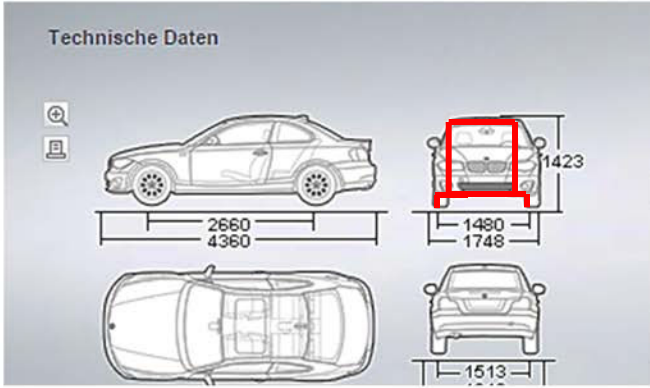
Profile gleicher Querschnitte und Schubspannung

Legende:
I_p [mm^4] ... Polares Flächenträgheitsmoment
W_t [Nm] ... Widerstandsmoment bei Torsion
M_t [Nm] ... Torsionsmoment
D [mm] ... Außendurchmesser
d [mm] ... Innendurchmesser
h [mm] ... Höhe
b [mm] ... Breite
s [mm] ... Wandstärke

> **Wenn** auf Torsion belastete Profile hohl und geschlossen gestaltet sind,
> **dann** ist die Beanspruchung geringer,
> **weil** das polare Flächenträgheitsmoment höher ist und die Schubspannungsübertragung ermöglicht wird.

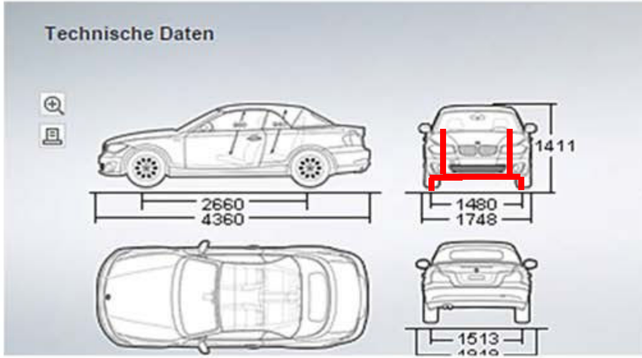
Dimensionierung – Nennspannungskonzept

Warum wiegt ein Cabrio mehr als ein Coupé, obwohl das Dach fehlt?



Gewicht	
Leergewicht EU in kg	1.375 [1.395]
Zulässiges Gesamtgewicht in kg	1.740 [1.760]
Zuladung in kg	440
Zulässige Achslast vorn/hinten in kg	840 / 990

Motordaten



Gewicht	
Leergewicht EU in kg	1.505 [1.535]
Zulässiges Gesamtgewicht in kg	1.870 [1.900]
Zuladung in kg	440
Zulässige Achslast vorn/hinten in kg	875 / 1.080

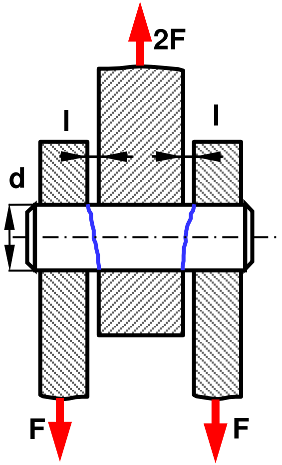
Motordaten

Analogie:
Fehlendes Dach im Cabrio wirkt wie **geschlitztes Profil**

→ **Mehr Material** an **anderen Stellen nötig** für gleiche Steifigkeit

Dimensionierung – Nennspannungskonzept

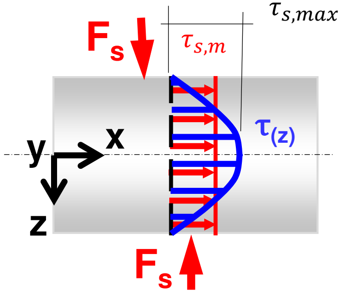
Ermittlung der Beanspruchung bei Scherung



→ **Schubspannung**

$$\tau(x,z) = -\frac{Q(x) * S(z)}{I_y * b(z)}$$

Näherung mit **mittlerer Schubspannung**



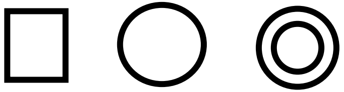
$$\tau_{s,m} = \frac{F_s}{A_s}$$

Überschlägige Abschätzung der **maximalen Schubspannung** möglich mit mittlerer Schubspannung und **Schubüberhöhungsfaktor** abhängig von der Querschnittsform

$$\tau_{s,max} = k \cdot \tau_{s,m}$$

k: Schubüberhöhungsfaktor

$k \approx 1{,}5$ $k \approx 1{,}33$ $k \approx 2{,}0$



Legende:
F [N] ... Kraft
d [mm] ... Durchmesser
l [mm] ... Länge
$Q(x)$ [N] ... Querkraft
$S(z)$ [Nm] ... Statisches Moment
I_y [mm⁴] ... Flächenträgheitsmoment
$b(z)$ [mm] ... Breite des Balkens
F_S [N] ... Scherkraft
$\tau_{S,m}(z)$ [MPa] ... Mittlere Schubspannung
$\tau_{S,max}$ [MPa] ... Maximale Schubspannung

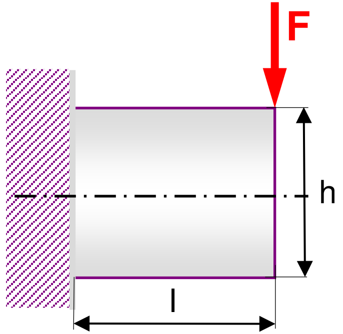
- Je **größer** die **Länge l** des auf **Scherung belasteten Bereichs** ist, desto **mehr Biegebelastung** tritt auf

→ Frage: Reicht es hier nur auf Scherung zu dimensionieren oder muss die Biegung auch berücksichtigt werden?

Dimensionierung – Nennspannungskonzept

Bei der Scherbelastung muss je nach Verhältnis der Länge zur Höhe des auf Scherung belasteten Bereichs auch die Biegung bei der Dimensionierung berücksichtigt werden

- **Scherspannungen** treten aufgrund von Querkräften **auch bei Biegung** auf, zusätzlich zur Normalspannung in Folge der Biegemomente.
- **Ausnahme**: Reine Belastung durch Biegemomente



- Scherspannungen müssen **nicht immer berücksichtigt** werden

a) l << h: Scherung dominierend, Biegung vernachlässigbar

b) l = (1...6) h: Scherung und Biegung müssen berücksichtigt werden

c) l >> h: Biegung dominierend, Scherung vernachlässigbar

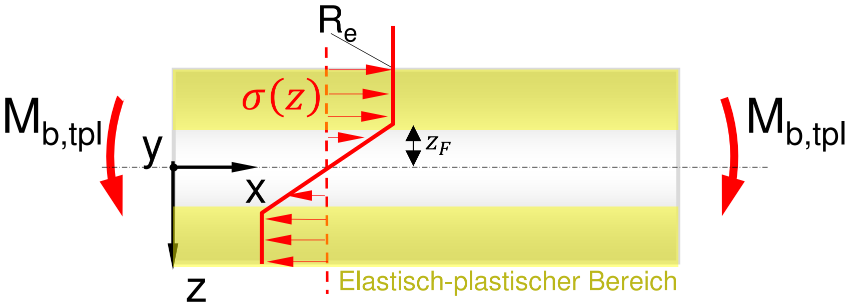
$$\frac{\tau_{zx,max}}{\sigma_{b,max}} = \frac{h}{4 * l}$$

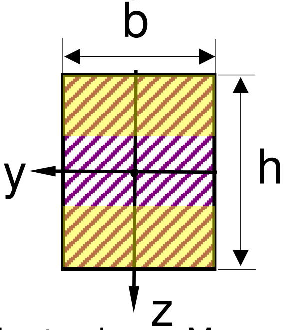
Legende:
l [mm] ... Länge
h [mm] ... Höhe
$\tau_{zx,max}$ [MPa] ... Maximale Scherspannung
$\sigma_{b,max}$ [MPa] ... Maximale Biegespannung

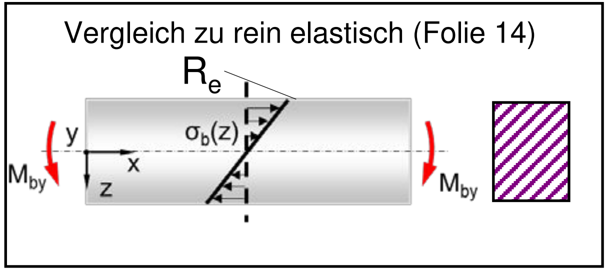
Für Niete, Laschenverbindungen und Bolzen ist die **Scherbeanspruchung** die **relevante Beanspruchungsart** für die Dimensionierung.

Dimensionierung – Nennspannungskonzept

Bisher wurde die rein elastische Dimensionierung betrachtet.
Welchen Vorteil bietet die teilplastische Dimensionierung anhand eines Biegebalkens?







Maximal elastisch übertragbares Moment:

$$M_{b,el,max} = R_e \cdot \frac{bh^2}{6} \quad [a]$$

wobei $\frac{bh^2}{6} = W_b$

Teilplastisch übertragbares Moment:

$$M_{b,tpl} = \int \sigma(z) \cdot z dA$$

$$M_{b,tpl} = 2b \cdot \int_0^{z_F} \frac{R_e}{z_F} z \cdot z dz + 2b \int_{z_F}^{\frac{h}{2}} R_e z \cdot dz$$

[Integrieren, Umstellen]

$$\boxed{M_{b,tpl} = R_e \frac{bh^2}{6} \left(\frac{3}{2} - 2\frac{z_F^2}{h^2}\right)}$$

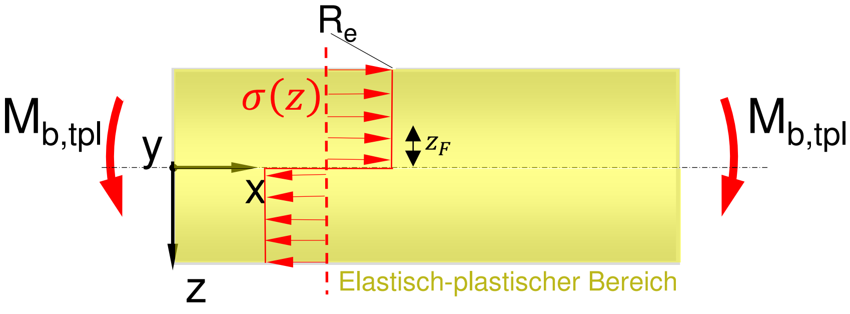
Legende:
$\sigma(z)$ [MPa] ... Biegespannung
M_b [Nm] ... Biegemoment
$M_{b,tpl}$ [Nm] ... Biegemoment mit teilweise plastischer Verformung
$M_{b,el,max}$ [Nm] ... Maximales Biegemoment, das rein elastisch ertragen werden kann
R_e [MPa] ... Streckgrenze
z_F [mm] ... Dicke des noch elastischen Bereichs in z-Richtung

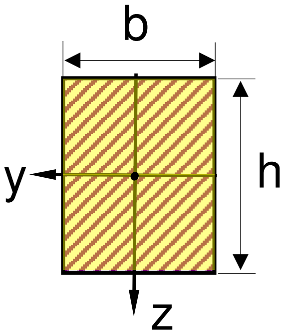
Kernaussage:

Bei **teilplastischer Dimensionierung** kann ein **größeres Biegemoment** als bei rein elastischer Dimensionierung übertragen werden. Je **größer** der **elastisch-plastische Bereich**, **desto größer** das übertragbare **Biegemoment**.

Dimensionierung – Nennspannungskonzept

Wie hoch ist das Biegemoment bei vollplastischer Dimensionierung?





Vollplastisch übertragbares Moment:

$$M_{b,tpl} = R_e \frac{bh^2}{6}\left(\frac{3}{2} - 2\frac{z_F^2}{h^2}\right) \text{ mit } z_F = 0 \text{ folgt:}$$

$$M_{b,vpl} = R_e \frac{bh^2}{6}\left(\frac{3}{2} - 0\right)$$

$$\boxed{M_{b,vpl} = \frac{3}{2} M_{b,el,max}}$$

Legende:
$\sigma(z)$ [MPa] ... Biegespannung
M_b [Nm] ... Biegemoment
$M_{b,tpl}$ [Nm] ... Biegemoment mit teilweise plastischer Verformung
$M_{b,el,max}$ [Nm] ... Maximales Biegemoment, das rein elastisch ertragen werden kann
R_e [MPa] ... Streckgrenze
z_F [mm] ... Dicke des noch elastischen Bereichs in z-Richtung

Kernaussage:

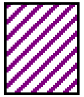
Mit **vollplastischer** Dimensionierung kann ein **Biegebalken** mit rechteckigem Querschnitt ein **50 % größeres Biegemoment** übertragen als mit rein elastischer Dimensionierung.

Dimensionierung – Nennspannungskonzept

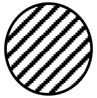
Von welchen Größen hängt der maximale „Gewinn“ bei der vollplastischen Dimensionierung ab?

- Mit **Umformen** erhält man: $M_{b,tpl} = M_{b,el,max}\left(\frac{3}{2} - 2\,\frac{z_F^2}{h^2}\right) = M_{b,el,max} \cdot n_{bpl}$ [b]
- „**Stützziffer**“ (für Biegung): n_{bpl}
  - Die Stützziffer gibt an, in welchem **Verhältnis** sich die **ertragbare Belastung abhängig** zum **plastischen Ausdehnungsbereich vergrößert**. Es gilt allgemein: ***$n_{b,pl}$ = f(Querschnittsform, Beanspruchungsart, Plastifizierungsgrad)***
  - Bei vollplastischer Verformung ($z_F = 0$) heißt der Wert **„plastische Formzahl“ $\tilde{\alpha}_{plb}$:**
  - $n_{bpl|z_F=0} \coloneqq \tilde{\alpha}_{plb}$
  - Beispielwerte

$\tilde{\alpha}_{plb} = 1{,}5$



$\tilde{\alpha}_{plb} = 1{,}7$



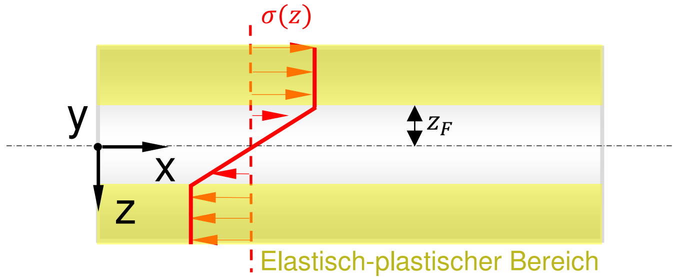
Legende:
α_{kb} [ ] ... Kerbformzahl für Biegung
$n_{b,pl}$ [ ] ... Stützziffer für Biegung
$\tilde{\alpha}_{plb}$ [ ] ... Plastische Formzahl bei Biegung
$M_{b,el,max}$ [Nm] ... Maximales rein elastisches ertragbares
. Biegemoment
$M_{b,tpl}$ [Nm] ... Biegemoment bei teilplastischer Verformung
h [mm] ... Balkenhöhe
z_f [mm] ... Dicke des noch elastischen Bereichs in z-Richtung

Kernaussage:

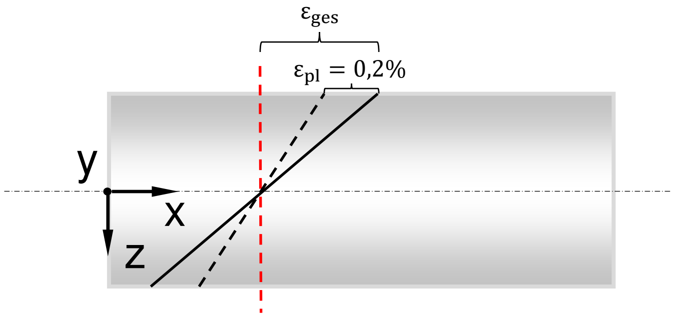
Die **plastische Formzahl** beschreibt das **Plastifizierungspotenzial** bei **vollplastischer Dimensionierung.** Diese ist neben der Beanspruchungsart auch von der **Querschnittsform abhängig**.

Dimensionierung – Nennspannungskonzept

Wie kann die zugelassene Plastifizierung festgelegt werden?



Im **plastischen Bereich** wird das **Bauteilverhalten** eine **Funktion** der **Bauteilfließkurve**.



Legende:
ε_{ges} [%] ... Gesamtdehnung
ε_{pl} [%] ... Plastische Dehnung
z_F [mm] ... Dicke des noch elastischen Bereichs in z-Richtung

z_F **schwierig** als **Angabe**, da **schwer übertragbar**

Kernaussage:

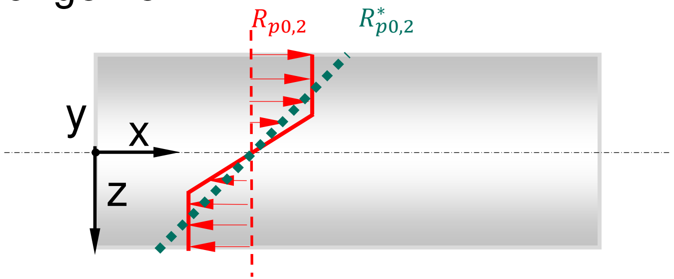
Am Rand darf **0,2% plastische Dehnung** vorliegen, wenn dadurch die Funktion des Bauteils nicht beeinträchtigt wird.

Dimensionierung – Nennspannungskonzept

Vereinfachtes Vorgehen zur Dimensionierung

Annahme: Spannungsverlauf im Querschnitt verläuft nach wie vor **linear**.

- Das heißt, es gilt $\mathrm{M_{b,pl,02}} = \mathrm{W_b} \cdot \mathrm{R^*_{p0,2}}$ [c], wobei $R^*_{p0,2}$ **„Formdehngrenze"** heißt und ein **fiktiver**, noch zu bestimmender **Werkstoffwiderstand** ist.
- Da bei Werkstoffen ohne ausgeprägte Fließgrenze statt der Streckgrenze R_e die **0,2-Dehngrenze** $R_{p0,2}$ verwendet wird, setzen wir auch $R_{p0,2}$ in den hier dargestellten Gleichungen ein.



Legende:

$M_{b,pl0,2}$ [Nm] ... Biegemoment bei 0,2% plastischer Verformung am Rand
W_b [Nm] ... Widerstandsmoment
R_e [MPa] ... Streckgrenze
$R_{p0,2}$ [MPa] ... 0,2%-Dehngrenze
$R^*_{p0,2}$ [MPa] ... Formdehngrenze

➔ **Frage: Wie kann $R^*_{p0,2}$ berechnet werden bzw. wie steht es mit** dem bekannten Werkstoffwiderstand $R_{p0,2}$ **in Verbindung?**

Dimensionierung – Nennspannungskonzept
Berechnung des fiktiven Werkstoffwiderstands

- Es soll gelten: $M_{b,pl0,2} = W_b \cdot R^*_{p0,2}$ [1] aus Folie 24 [c]
- Wir wissen aus **Stützziffer** und aus elastischem Grenzfall: $M_{b,pl0,2} = M_{b,el,max} \cdot n_{bpl0,2}$ [2] aus Folie 22 [b]
  $M_{b,el,max} = W_b \cdot R_{p0,2}$ [3] aus Folie 20 [a]
- Durch Auflösen nach $\mathrm{M_{b,el,max}}$ und Gleichsetzen folgt:
  [3] in [2] einsetzen:
  $M_{b,pl0,2} = W_b \cdot R_{p0,2} \cdot n_{bpl0,2}$ [4]
  [1] in [4] einsetzen:
  $\boldsymbol{R^*_{p0,2} = n_{bpl0,2} \cdot R_{p0,2}}$ [5]
- $\mathbf{n_{bpl0,2}}$ heißt auch **Formdehngrenzenverhältnis $\boldsymbol{\delta_{0,2b}}$**
- Es gilt: $1 < \delta_{0,2b} < \tilde{\alpha}_{plb}$. Das ergibt sich direkt aus der Stützziffer, die eine Funktion mit den Extremwerten 1 und $\tilde{\alpha}_{\mathrm{plb}}$ ist.

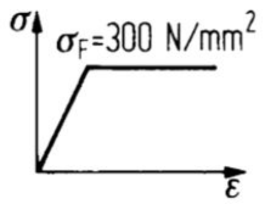
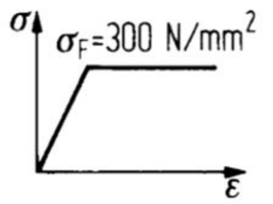
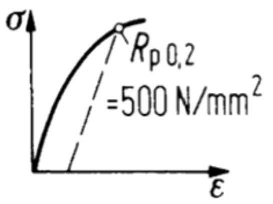
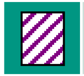
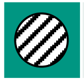
Legende:
$n_{bpl0,2}$ [ ] ... Stützziffer für Biegung bei 0,2% plastischer Randdehnung
$\tilde{\alpha}_{plb}$ [ ] ... Plastische Formzahl bei Biegung
$\delta_{0,2b}$ [ ] ... Formdehngrenzenverhältnis bei Biegung
$M_{b,el.max}$ [Nm] ... Maximal rein elastisch ertragbares Biegemoment
$M_{b,pl0,2}$ [Nm] ... Biegemoment bei 0,2% plastischer Verformung am Rand
W_b [Nm] ... Widerstandsmoment
$R_{p0,2}$ [MPa] ... 0,2%-Dehngrenze
$R^*_{p0,2}$ [MPa] ...Formdehngrenze

Kernaussage:

Das **Formdehngrenzenverhältnis** beschreibt das **Plastifizierungspotenzial** bei **teilplastischer Dimensionierung** .Dieses ist kleiner als die plastische Formzahl.

Dimensionierung – Nennspannungskonzept

Vergleich des Plastifizierungspotenzials von teil- und vollplastischer Dimensionierung

Querschnittsform	**Plastische Formzahl** für ideal elastisch-plastisch **(a)**	**Formdehngrenzenverhältnis** für ideal elastisch-plastisch **(b)**	**Formdehngrenzenverhältnis** für real elastisch-plastisch **(c)**
			
	1,5	1,4	1,3
	1,7	1,55	1,4

$$\sigma_{zul} = \frac{K}{S}$$

$$\boxed{\begin{aligned} K &= R^*_{0,2} \\ &= \delta_{0,2} \cdot \sigma_F \\ &= \delta_{0,2} \cdot R_{p0,2} \end{aligned}}$$

Dubbel (2014) C7 , Tabelle 1

<u>Legende:</u>

σ_F [MPa] ... Fließspannung (=Streckgrenze)
$R_{p0,2}$ [MPa] ... 0,2%-Dehngrenze
σ [MPa] ... Spannung
ε [%] ... Dehnung
$R^*_{0,2}$ [MPa] ... Formdehnungsgrenzspannung
K [MPa] ... Festigkeitswert
σ_{zul} [MPa] ... Zulässige Spannung bei ruhender Belastung
S [] ... Sicherheit gegen Verformen/Bruch/ Instabilität
$\delta_{0,2}$ [] ... Formdehngrenzenverhältnis (generisch, ohne Angabe eines Belastungsfalls)

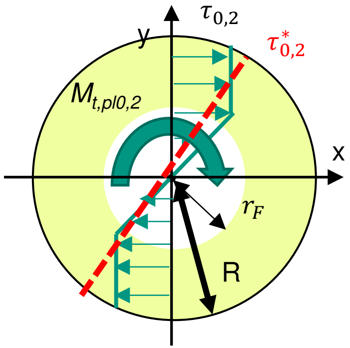
- Durch das **Zulassen** von nur **0,2 % plastischer Dehnung am Rand** kann das **zulässige Biegemoment** eines Biegebalkens mit Rechteckquerschnitt bereits um den **Faktor 1,4 für ideal elastisch-plastisch (b)** bzw. um **1,3 für real elastisch-plastisch (c)** gegenüber rein elastischer Dimensionierung **erhöht** werden.
- Diese **Faktoren** für die **teilplastische Dimensionierung** liegen **sehr nah** am **Faktor 1,5** für die **vollplastische Dimensionierung** für ideal elastisch-plastisch (a)

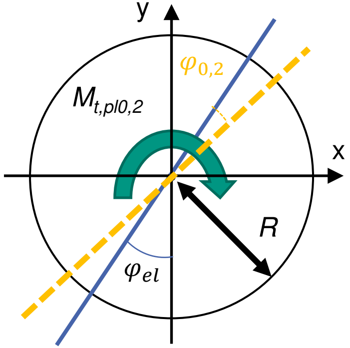
Kernaussage:

Durch das Zulassen von 0,2% plastischer Dehnung im Randbereich kann bereits ein hohes Plastifizierungspotenzial und damit eine Steigerung der Beanspruchbarkeit R erreicht werden.

Dimensionierung – Nennspannungskonzept

Die zulässige Plastifizierung kann bei Torsion analog zur Biegung festgelegt werden.





Vorgehen analog zur Biegung:

- 0,2% plastische Dehnung am Rand erlaubt, wenn keine Funktionsstörung ausgelöst wird
- **Annahme:** Spannungsverlauf im Querschnitt bleibt weiterhin linear
- Formschubdehngrenze $\tau^*_{0,2}$ bzw. Formdehngrenzenverhältnis $\delta_{0,2t}$
- Teilplastische Beanspruchung: **Stützwirkung**

➔ **Bessere Materialausnutzung: $M_{t,tpl} > M_{t,el,max}$**

$$\delta_{0,2t} \cdot \tau_{0,2} = \tau^*_{0,2}$$

$$\delta_{0,2t} = \frac{\tau^*_{0,2}}{\tau_{0,2}}$$

$$\tau^*_{0,2} = \frac{M_{t,pl0,2}}{W_t}$$

$$\boxed{M_{t,tpl} = \underbrace{\frac{\tau_F \cdot \pi \cdot R^3}{2}}_{= M_{t,el,max}} \cdot \underbrace{\left[\frac{4}{3} - \frac{r_F^3}{3R^3}\right]}_{n_{t,pl}}}$$

Legende:
$\delta_{0,2t}$ [] ... Formdehngrenzenverhältnis bei Torsion
φ_{el} [°] ... Elastische Verdrehung
$\varphi_{0,2}$ [°] ... 0,2% plastische Verdrehung
$M_{t,el,max}$ [Nm] ... Torsionsmoment bei teilplastischer Verformung
$M_{t,pl0,2}$ [Nm] ... Torsionsmoment bei 0,2% plastischer Randdehnung
$\tau_{0,2}$ [Nm] ... Schubspannung bei 0,2% bleibender plastischer Dehnung
$\tau^*_{0,2}$ [Nm] ... Formschubdehngrenze
r_F [mm] ... Dicke des noch elastischen Bereichs in radialer Richtung
$n_{t,pl}$ [] ... Stützziffer für Torsion

Bei **teilplastischer Dimensionierung** kann ähnlich wie bei Biegung ein **größeres Torsionsmoment** als bei rein elastischer Dimensionierung übertragen werden. Je **größer** der **elastisch-plastische Bereich**, **desto größer** das übertragbare **Torsionsmoment**.

Dimensionierung – Nennspannungskonzept

Brückenbau als Beispiel aus der Praxis für die teilplastische Dimensionierung

- In manchen Konstruktionsbereichen bietet sich die **teilplastische Dimensionierung von Komponenten** an, um deren zusätzliche Stützwirkung auszunutzen!
  - **Stahlträger** an **Brücken können teilplastisch** ausgelegt werden. Die bei **starken Spannungen** auftretenden **(zulässigen) teilplastischen Verformungen** sorgen für eine stärkere **Stützwirkung** der Bauteile und **generieren** eine zusätzliche **Widerstandsreserve** gegen **Spannungsspitzen**.

Kernaussage:

Als Konstruktionsingenieur oder Konstruktionsingenieurin kann man die **Stützwirkung** von **Werkstoffen** ausnutzen, wenn eine **zulässige Plastifizierung** in der **Dimensionierung** berücksichtigt wird. Das führt zu **leichteren Konstruktionen** und **Materialeinsparungen**.

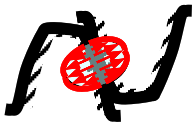
Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchung in WFP
Dimensionierung ist auch an Kontaktstellen wichtig

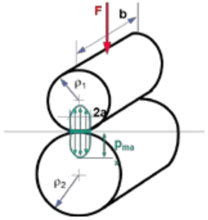
Die **Funktion** eines technischen Systems entsteht aus **Wechselwirkungen** seiner Elemente an den in Kontakt stehenden Flächen - den **Wirkflächenpaaren**.

Die **funktionsrelevante Gestalt** technischer Systeme kann durch die Elemente **Wirkflächenpaare** und die verbindende **Leitstützstrukturen** beschrieben werden.

Die **Beanspruchung durch Kräfte** in den Wirkflächenpaaren verursacht **lokale Spannungs- und Verformungszustände**, die bei der Dimensionierung berücksichtigt werden müssen, da **sie die Gestaltung** maßgeblich beeinflussen und die Lebensdauer und die Zuverlässigkeit bestimmen.

→ **MKL B, Geradverzahnung**



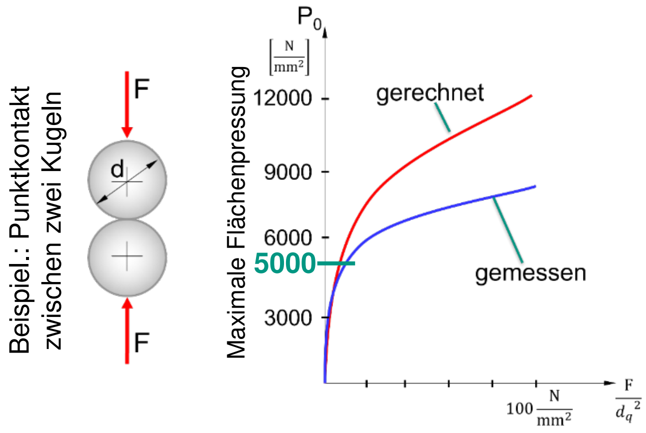


$$p_{max} = \sqrt{\frac{F \cdot E}{2 \cdot \pi \cdot b \cdot \rho \cdot (1 - \nu^2)}} < \frac{\sigma_{HG}}{S}$$

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchung in WFP
Dimensionierung an Kontaktstellen mit Hertz'scher Theorie

Folgende **Annahmen** werden getroffen:

- **Linear-elastische**, **homogene** und **isotrope** Werkstoffe
- Kontaktflächen **eben und klein** (gegenüber den Abmessungen der Körper)
- **Reibungsfreiheit**, d.h. im Kontakt nur Normalspannungen - keine Schubspannungen!
- Entstehende **Druckfläche eben** und **Achsen sehr klein** bezogen auf Krümmungsradien im Berührbereich
- Proportionalitätsgrenze des Werkstoffs wird nicht überschritten



Kraft relativ zur Druckfläche

Grenzen:

- In der **Praxis meistens:** $P_0 < 5000$ N/mm² = 5000 MPa
  - → In diesem **Bereich** ist Theorie **akkurat**!
  - → **Näherung** durch die Theorie ist für die **Praxis ausreichend**!

→ **Wie** sollten **WFP** von Wälzkörpern **gestaltet** sein, um die **maximale Flächenpressung** zu **reduzieren**?

Legende:
d [mm] ... Durchmesser
F [N] ... Einzelkraft
P_0 [MPs] ... Maximale Flächenpressung

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchung in WFP

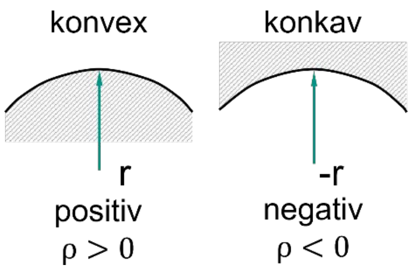
Hertz'sche Theorie – Wie sollten WFP von Wälzkörpern gestaltet sein, um die maximale Flächenpressung zu reduzieren?

- **Formel** für die **maximal vorliegende Pressung p_{max}**:

$$p_{max} = \frac{1{,}5 \cdot F}{A_{DF}} = \frac{1}{\xi \cdot \eta} \cdot \sqrt[3]{\frac{3F \cdot E^2 \cdot (\sum \boldsymbol{\rho})^2}{8\pi^3(1-\nu^2)^2}}$$

→ **Große Krümmungen** $\sum \rho$ der **Körper** (entspricht kleinen Radien) haben eine erhöhte p_{max} zur Folge

- Summe der Krümmungen in den Hauptkrümmungsebenen: $\sum \rho = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \rho_{ij} = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}$

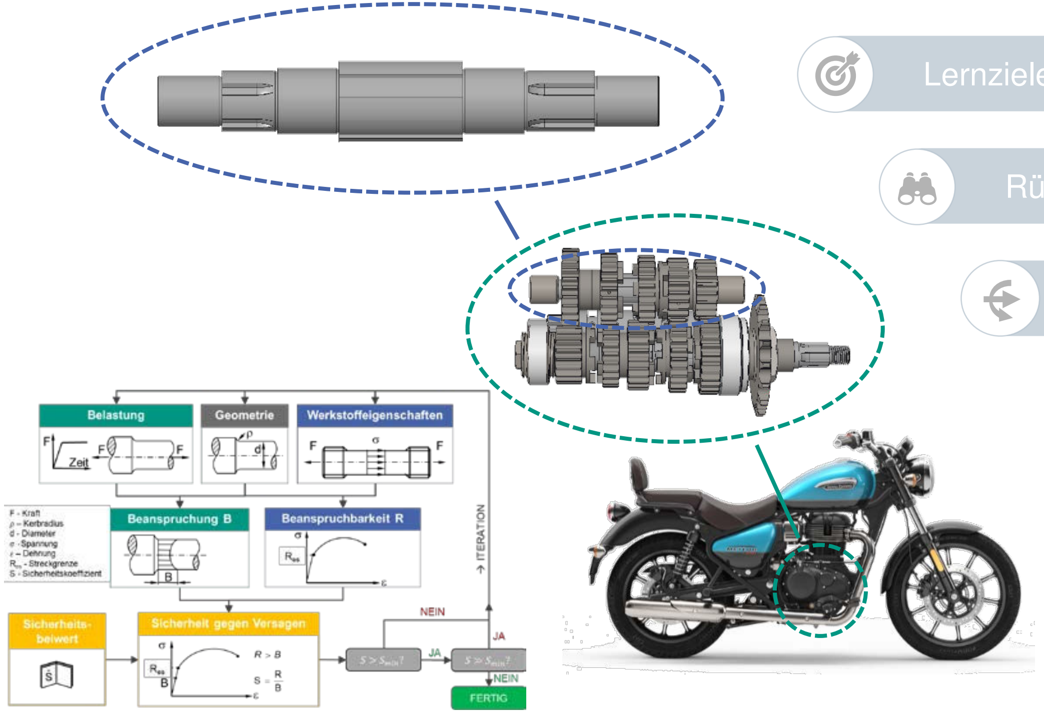


$$\rho = \frac{1}{r}$$

→ Durch die **Paarung** von **konvexen** mit **konkaven** Wälzkörpern, kann p_{max} **reduziert** werden.

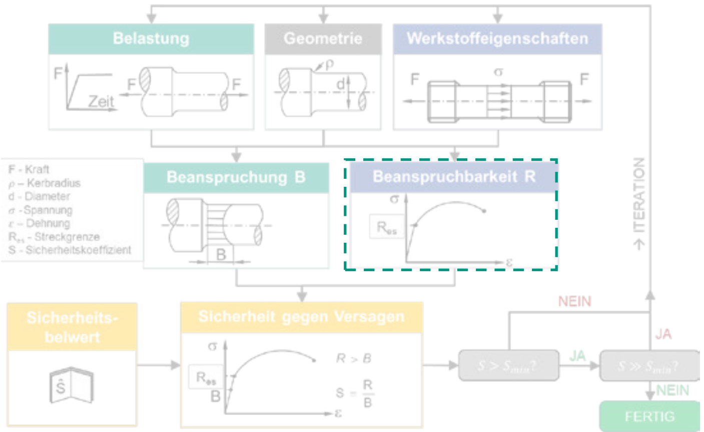
Legende:
F [N] ... Kraft zwischen den Körpern bzw. auf die Körper, parabolischer Druckverlauf über die Druckfläche
E [MPa] ... Ersatz-E-Modul
ν [] ... Poisson-Zahl
ξ,η [] ... Beiwerte nach Hertz für die Berührung gekrümmter Oberflächen
$\sum\rho$ [1/mm] ... Summe aller Krümmungen(ρ_{ij})
r [mm] ... Krümmungsradius
ρ [1/mm] ... Krümmung
HKE [] ... Hauptkrümmungsebene

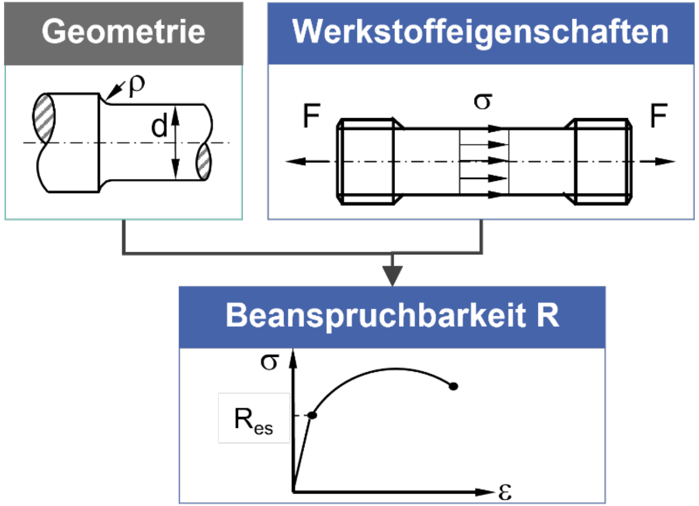
Maschinenkonstruktionslehre C – Dimensionierung II
Inhaltsverzeichnis



Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit

Aus welchen Größen resultiert die Beanspruchbarkeit eines Bauteils?





Kernaussage:

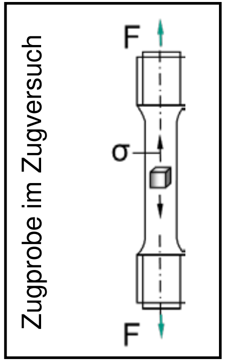
Die **Beanspruchbarkeit** des Bauteils resultiert aus der **Geometrie** und den **Werkstoffeigenschaften** des Bauteils.

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit
Bauteilbeanspruchbarkeit aus Werkstoffkennwerten

Werkstoffkennwerte werden für **definierte Beanspruchungen** ermittelt und auf Bauteilgeometrie und **Beanspruchungszustand** umgerechnet

- In der Praxis sehr häufiges Verfahren!
- Theoretisch durchführbar
- Kosten niedriger (aber mit modernen Verfahren z.T. auch sehr hoch!)
- Ohne Prototypen möglich → **Zeiteinsparung**

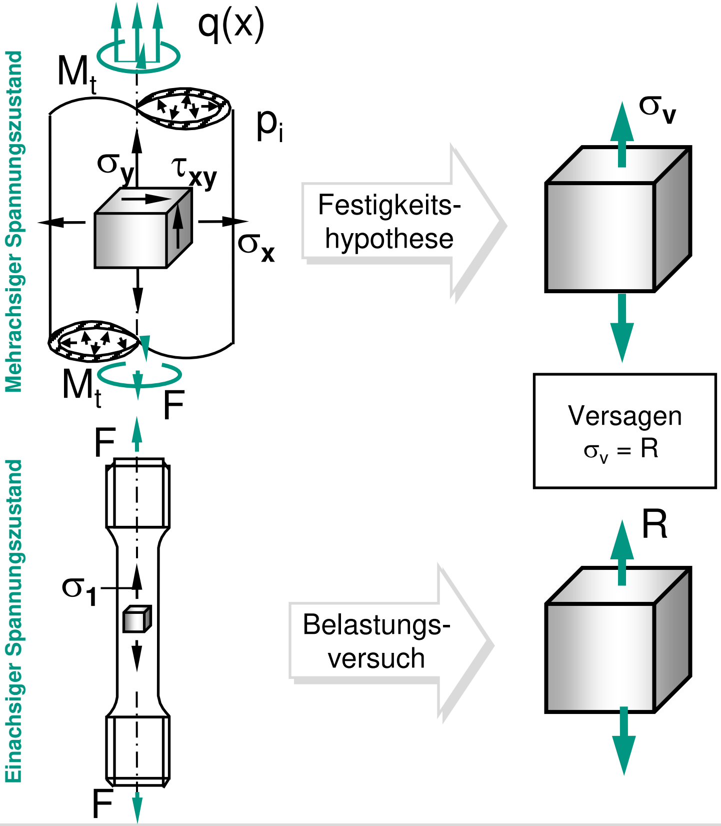
→ **Unsicherheiten** können jedoch infolge der Modellbildung vorliegen

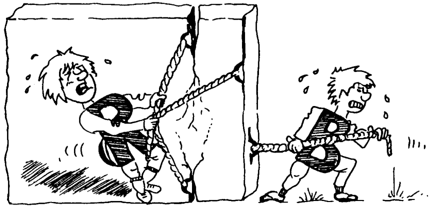


Legende:
F [N] ... Kraft
σ [MPa] ... Spannung

- In **Normen** ist die **Ermittlung** von **Werkstoffkennwerten** anhand von **genormten Proben** beschrieben. Beispiele bei statischer Belastung:
  - → Ermitteln der Zugfestigkeit von Metall mittels Zugversuch nach DIN EN ISO 6892-1
  - → Ermitteln der Biegefestigkeit von Metall mittels Biegeversuch nach DIN EN ISO 7438
- Im realen Bauteil liegen jedoch zumeist sich **überlagernde Lastfälle** vor, die einen **mehrachsigen Spannungszustand** zur Folge haben.
- Frage: Wie berechne ich die Beanspruchbarkeit eines Bauteils im mehrachsigen Spannungszustand, wenn die zugrundeliegenden Werkstoffkennwerte im einachsigen Spannungszustand ermittelt wurden?

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit
Festigkeitshypothesen bei mehrachsigem Spannungszustand





Legende:
q(x) [N/m] ... Streckenlast
p_i [MPa] ... Innendruck
σ_x [MPa] ... Normalspannung in x-Richtung
σ_y [MPa] ... Normalspannung in y-Richtung
τ_{xy} [MPa] ... Schubspannung in xy-Ebene
σ_V [MPa] ... Vergleichsspannung
R [MPa] ... Beanspruchbarkeit (Werkstoffkennwert)
F [N] ... Kraft
M_t [MPa] ... Torsionsmoment
σ_1 [MPa] ... 1. Hauptspannung

Kernaussage:

Liegen **mehrachsige Spannungszustände** vor, müssen diese auf eine **einachsige Vergleichsspannung zurückgeführt** werden, damit man die in **Versuchen ermittelten Beanspruchbarkeitswerte nutzen** kann. Dazu dienen **Festigkeitshypothesen**.

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit

Festigkeitshypothesen – Auswahl nach Schadensmechanismus

- Aus der **TM** ist bekannt, wie **Vergleichsspannungen** über Festigkeitshypothesen **berechnet** werden

- In **MKL** wird die **Auswahl einer passenden Festigkeitshypothese** betrachtet
  - Ermöglicht die Festigkeitsberechnung bei vorliegendem mehrachsigem Spannungszustand

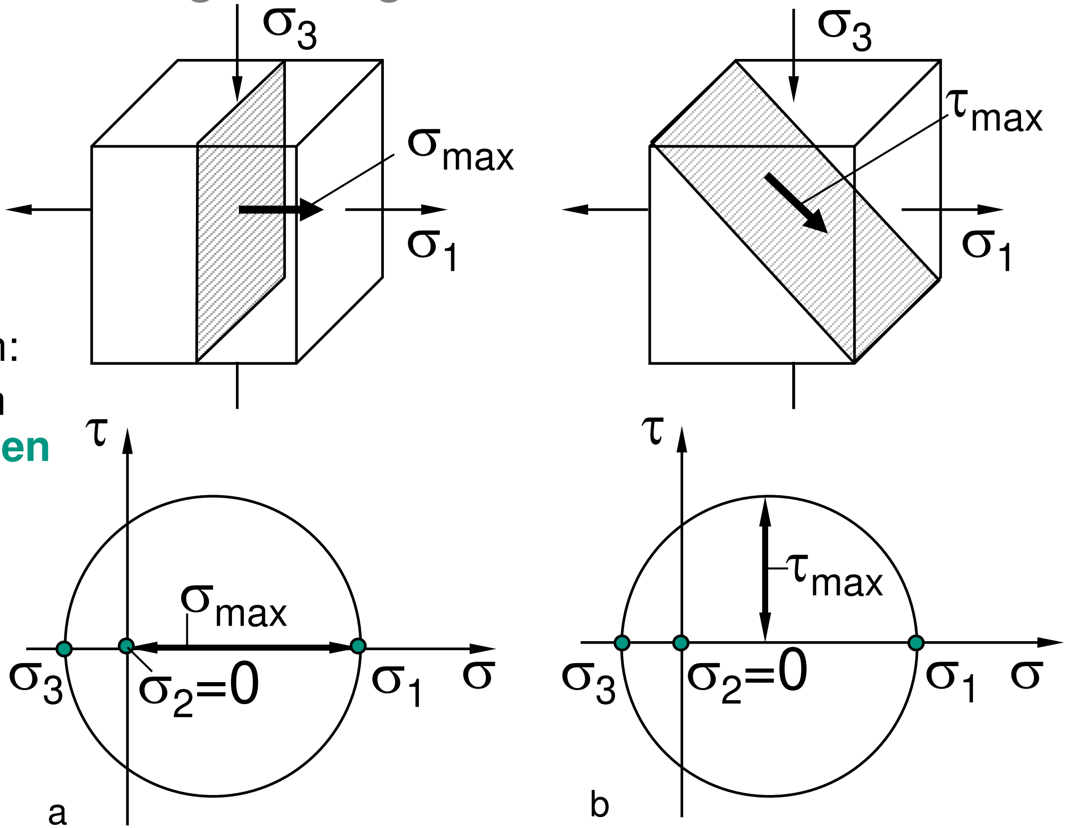
→ Die **Auswahl** der **richtigen Festigkeitshypothese** geschieht über den **Schädigungs- und Versagensmechanismus** des **Werkstoffs**.

Spröde Werkstoffe	Duktile Werkstoffe
Versagen aufgrund zu **hoher Normalspannungen** (Trennbeanspruchung)	Versagen aufgrund zu **hoher Schubspannungen** (Schiebung)
Bsp.: Keramik, Gusseisen, Hochfester Stahl	Bsp.: Baustahl, Stahl, Aluminium, Kupfer

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit

Werkstoffverhalten legt Versagensebene fest

Sprödes Werkstoffverhalten:
→ Versagen durch **Normalspannungen**



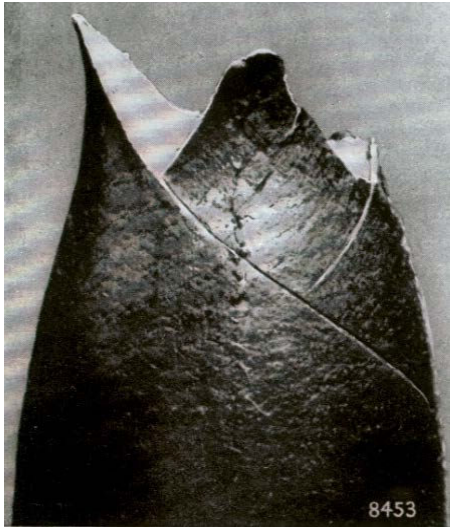
Duktiles Werkstoffverhalten:
→ Versagen durch **Schubspannungen**

Legende:
σ_{max} [MPa] ... Maximale Normalspannung
τ_{max} [MPa] ... Maximale Schubspannung
σ_1 [MPa] ... 1. Hauptspannung
σ_2 [MPa] ... 2. Hauptspannung
σ_3 [MPa] ... 3. Hauptspannung

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit

Versagen aufgrund zu hoher Normalspannungen bzw. zu hoher Schubspannungen

Warmsprödbruch einer Stiftschraube mit 32mm ∅ vom Ventilgehäuse einer Dampfturbine aufgrund zu hoher **Normalspannungen**



Spiralförmiger **Gleitbruch** eines Kupferstabes aufgrund zu hoher **Schubspannungen**

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit
Festigkeitshypothesen je nach Werkstoff

Vergleichsspannungshypothesen **für metallische Werkstoffe**:

- **Normalspannungshypothese** (NH) nach Rankine
  → Spröde Werkstoffe
- **Schubspannungshypothese** (SH) nach Tresca
  → Duktile Werkstoffe, Anwendung in USA
- **Gestaltänderungsenergiehypothese** (GEH) nach von Mises
  → Duktile Werkstoffe, Anwendung in Europa, sehr nah an SH

Für **Faserverbundwerkstoffe** gelten andere Versagenshypothesen und entsprechend andere Vergleichsspannungshypothesen/ Festigkeitskriterien:

- Puck
- Tsai-Hill
- Tsai-Wu
- Hashin

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit
Vergleichsspannungshypothesen für metallische Werkstoffe

		Spannungszustand	
		3-achsig mit $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$	2-achsig mit $\sigma_x = \sigma, \tau_{xy} = \tau, \sigma_y = 0$
Vergleichsspannung	Normalspannungs-hypothese	$\sigma_v = \sigma_1$	$\sigma_v = \frac{1}{2}\sigma + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$
	Schubspannungs-hypothese	$\sigma_v = \lvert\sigma_1 - \sigma_3\rvert = 2\tau_{max}$	$\sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + \mathbf{4}\tau^2}$
	Gestaltänderungs-energiehypothese	$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$	$\sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + \mathbf{3}\tau^2}$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ [MPa] … Normalspannungen in den Hauptachsenrichtungen
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ [MPa] … Spannungen im beliebigen, rechtwinkligen Koordinatensystem
σ_v [MPa] … Vergleichsspannung

- Je nach **Auswahl** der **Vergleichsspannungshypothese** sind die **Normal-** und **Schubspannungen** in der Vergleichsspannung **unterschiedlich stark gewichtet**.
- Welche **Hypothese** sollte für **duktile Werkstoffen**, die **hohen Schubspannungen** ausgesetzt sind, verwendet werden?

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit
Festigkeitshypothesen – Vergleich: SH und GEH

- Dimensionierung: $\sigma_V \leq \frac{R}{S}$ mit R (für NH: R_m und für SH/GEH: R_e, $R_{p0,2}$)

SH: $\sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$, $\tau_{zul} = \frac{\sigma_{zul}}{\sqrt{2}}$	GEH: $\sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$, $\tau_{zul} = \frac{\sigma_{zul}}{\sqrt{3}}$
+ konservative Abschätzung + anschaulicher	+ bessere Übereinstimmung mit Experiment + bessere Materialausnutzung ++ auch bei Schwingbeanspruchung

Legende:
σ [MPa] ... Normalspannung
σ_{zul} [MPa] ... zul. Normalspannung
τ [MPa] ... Schubspannung
τ_{zul} [MPa] ... zul. Schubspannung
σ_V [MPa] ... Vergleichsspannung
R [MPa] ... Beanspruchbarkeit (Werkstoffkennwert)
S [] ... Sicherheit
R_m [MPa] ... Zugfestigkeit
R_e [MPa] ... Streckgrenze
$R_{p0,2}$ [MPa] ... 0,2-%-Dehngrenze

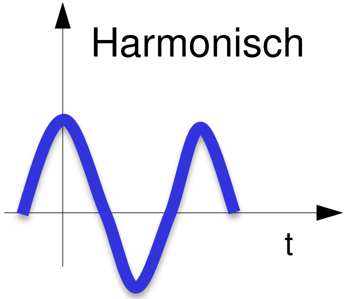
- Die **SH gewichtet τ stärker als die GEH**, was bei Vorhandensein von τ und $\tau \gg \sigma$ zu bis zu 15,5% höheren Vergleichsspannungen nach SH führt

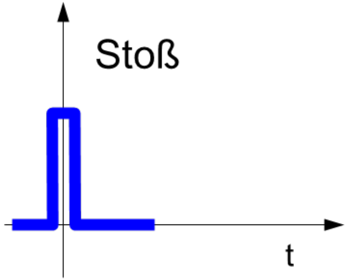
→ Zur **Sicherheit** sollte für den **Fall $\tau \gg \sigma$** die **SH** für **duktile Werkstoffe** ausgewählt werden, die eine konservative Abschätzung der Vergleichsspannung beinhaltet

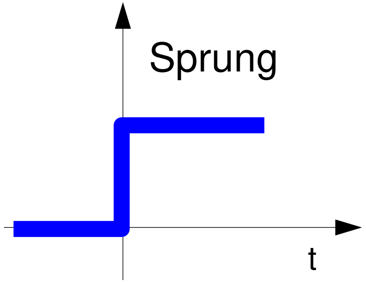
Versagensursache:
Es wurde nur nach GEH ausgelegt obwohl $\tau \gg \sigma$, wodurch eine geringe Überlast bereits zum Versagen geführt hat.

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit

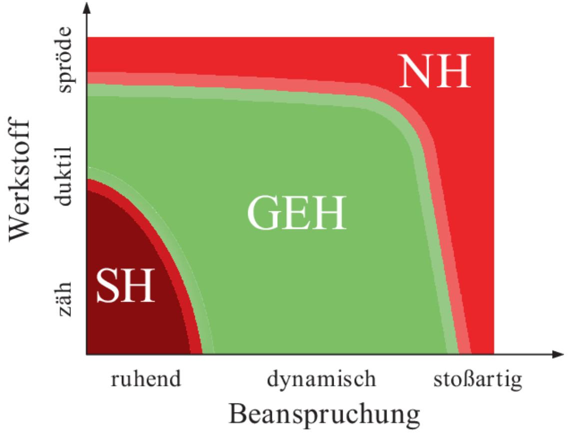
Bauteile werden zumeist nicht zur statisch sondern auch dynamisch belastet







- Harmonische Fremdanregung, Stoß und Sprung haben einen **Einfluss** auf die **Auswahl** der **Festigkeitshypothese**
  - Bei **stoßartiger Belastung** sollte die **NH verwendet** werden
  - Bei **dynamischer Beanspruchung** sollte für **duktile** und **zähe Werkstoffe** die **GEH** und für **spröde** die **NH verwendet** werden



→ Welche Spannungskennwerte werden bei der Dimensionierung mit dynamischer Beanspruchung betrachtet?

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit

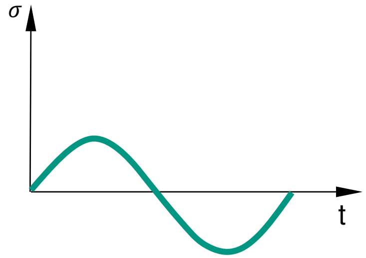
Beim Ermitteln der Beanspruchbarkeit bei dynamischer Beanspruchung werden Spannungsamplituden und Mittelspannungen betrachtet.

Festigkeitsnachweis	Statisch	Dynamisch = Ermüdungsnachweis
Beanspruchung	Zeitinvariant $\frac{d\sigma}{dt} \approx 0$	Dynamisch $\frac{d\sigma}{dt} \neq 0$
Spannungskennwerte	Maximalspannungen	Spannungsamplituden und Mittelspannungen
Versagensarten	Sprödbruch, Verformungsbruch	Rissbildung, Rissfortschritt → Ermüdungsbruch
Beispiele		

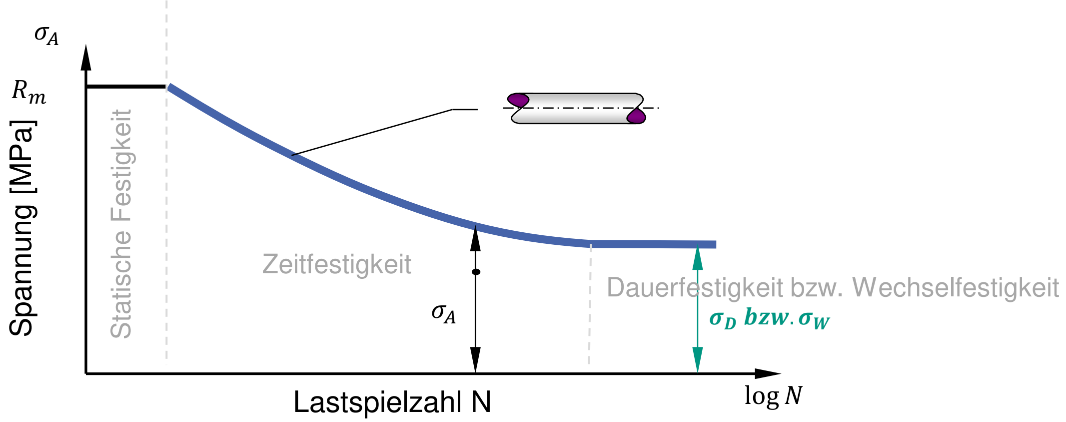
Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit

Wöhlerlinien für dynamische Beanspruchung ohne Mittelspannung

- Anhand von **Wöhlerlinien** kann die **ertragbare Spannungsamplitude** unter **dynamischer Beanspruchung** bei **konstanter Mittelspannung** (hier σ_m = 0 MPa) in **Abhängigkeit** von der **Lastspielzahl** abgelesen werden.
- Die **dauerhaft ertragbare Spannungsamplitude** wird als **Dauerfestigkeit** (bzw. Wechselfestigkeit bei σ_m = 0 MPa) bezeichnet. Diese spielt eine **wichtige Rolle** bei der **Dimensionierung** von dynamisch beanspruchten Bauteilen.



Dynamische Beanspruchung ohne Mittelspannung



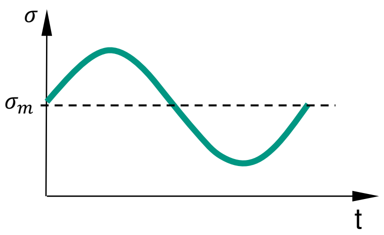
Wenn ein Bauteil einer sehr hohen Anzahl an Lastspielen ausgesetzt ist,
dann sollte es dauerfest dimensioniert werden,
weil es sonst zum Versagen durch Ermüdung kommen kann.

Legende:
R_m [MPa] ... Zugfestigkeit
σ_A [MPa] ... Ertragbare Spannungsamplitude
σ_m [MPa] ... Mittelspannung
σ_D [MPa] ... Dauerfestigkeit
σ_W [MPa] ... Wechselfestigkeit
N [ ] ... Lastspielzahl
σ [MPa] ... Spannung
t [s] ... Zeit

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit

Smith- und Haigh-Diagramm für dynamische Beanspruchung mit Mittelspannung

- Die **Dauerfestigkeit** ist nicht nur **abhängig** von der **Spannungsamplitude** sondern auch von der **Mittelspannung**
  - Zugmittelspannungen fördern die Rissbildung und Rissausbreitung
  - Druckmittelspannungen hemmen die Rissbildung und Rissausbreitung



Dynamische Beanspruchung mit Mittelspannung

→ Um die **Mittelspannung** bei der **Dimensionierung berücksichtigen** zu können, werden **Dauerfestigkeits-schaubilder** verwendet

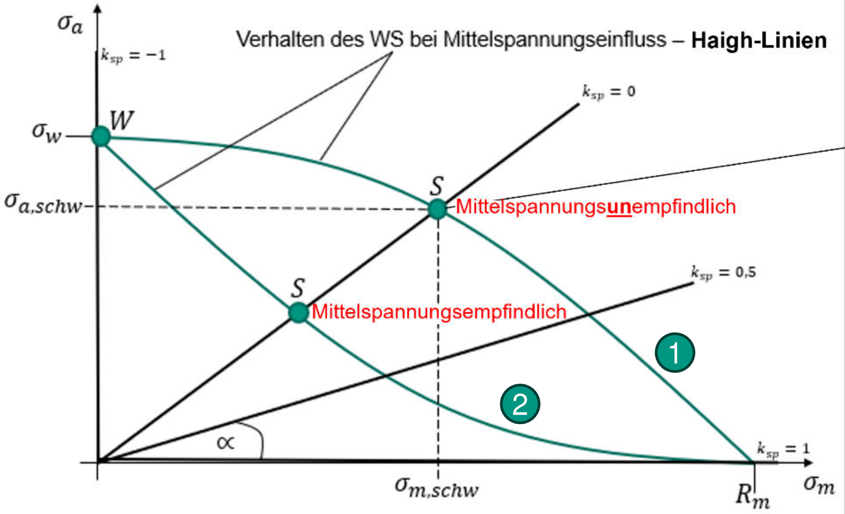
- **Haigh-Diagramm**
  - Stellt Dauerfestigkeit als Funktion der positiven Mittelspannung dar
- **Smith-Diagramm**
  - Stellt Oberspannungsdauerfestigkeit und Unterspannungsdauerfestigkeit als Funktion der Mittelspannung dar

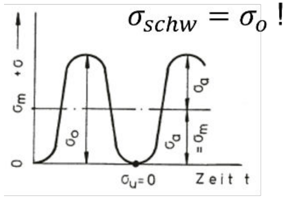
→ Frage: Was muss bei der Dimensionierung beachtet werden, wenn Mittelspannungen vorliegen?

Legende:
R_m [MPa] ... Zugfestigkeit
σ_A [MPa] ... Ertragbare Spannungsamplitude
σ_m [MPa] ... Mittelspannung
σ_D [MPa] ... Dauerfestigkeit
σ_W [MPa] ... Wechselfestigkeit
N [ ] ... Lastspielzahl
σ [MPa] ... Spannung
t [s] ... Zeit

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit
Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh

- Liegen Mittelspannungen vor, muss überprüft werden, wie **mittelspannungsempfindlich** ein **Werkstoff** ist. Dies ist unter anderem mit dem **Haigh-Diagramm** möglich.





$$\sigma_{m,schw} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{schw}$$

$$\sigma_{a,schw} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{schw}$$

Schwellfestigkeit ist die **dauerhaft ertragene Oberspannung** bei **reiner Schwellbeanspruchung**, d.h. Unterspannung $\sigma_u = 0$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1-\kappa_{Sp}}{1+\kappa Sp} \text{ mit } \kappa_{Sp} = \frac{\sigma_u}{\sigma_o}$$

$$M = \frac{\left(\sigma_a\left(k_{sp} = -1\right) - \sigma_a\left(k_{sp} = 0\right)\right)}{\sigma_m\left(k_{sp} = 0\right)}$$

Legende:
κ_{Sp} [] ... Spannungsverhältnis
R_m [MPa] ... Zugfestigkeit
σ_m [MPa] ... Mittelspannung
W [MPa] ... Wechselfestigkeit
S [MPa] ... Schwellfestigkeit
σ_{schw} [MPa] ... Schwellfestigkeit bei Zug
$\sigma_{a,schw}$ [MPa] ... Schwellfestigkeitsamplitude
$\sigma_{m,schw}$ [MPa] ... Mittelspannung bei Belastung mit Schwellfestigkeit

Wenn ein Bauteil hohen Mittelspannungen ausgesetzt ist,
dann sollte ein mittelspannungsunempfindlicher Werkstoff gewählt werden,
weil die ertragbare Spannungsamplitude zu gering sein und das Bauteil versagen kann.

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit

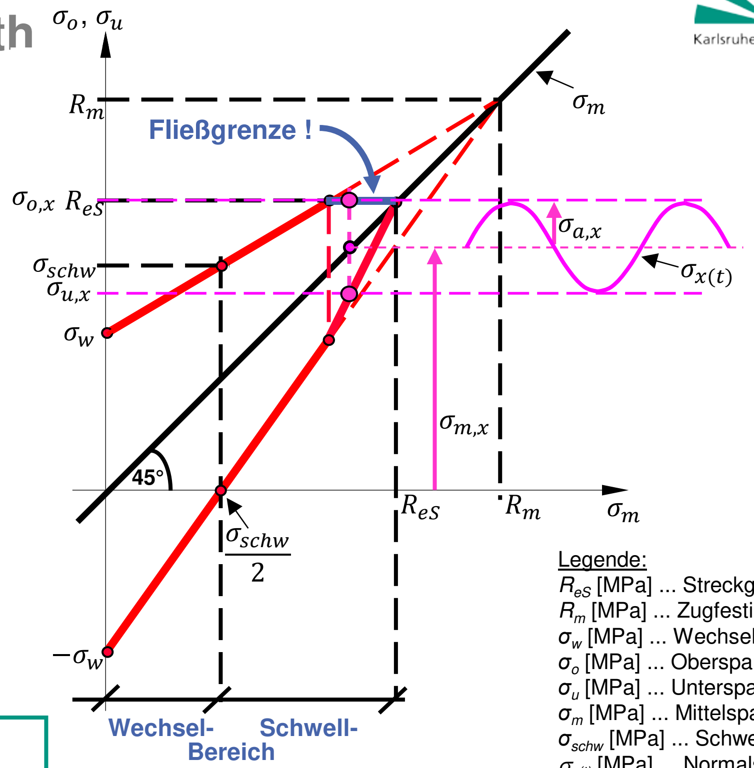
Karlsruher Institut für Technologie

Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith

- **Näherungskonstruktion** des **Dauerfestigkeitsschaubilds** nach **Smith** kann aus folgenden Werkstoffkennwerten erzeugt werden:
  - **Streckgrenze**
  - **Zugfestigkeit**
  - **Wechselfestigkeit**

- Dauerhaft ertragbare **Ober- und Unterspannung kann aus** Dauerfestigkeitsschaubilds nach Smith als Funktion der **Mittelspannung** abgelesen werden

> Wenn ein Bauteil hohen Mittelspannungen ausgesetzt ist, dann wird die ertragbare Spannungsamplitude kleiner, weil sonst Versagen durch Ermüdung auftritt.



Näherungskonstruktion des vereinfachten Dauerfestigkeitsschaubilds nach Smith

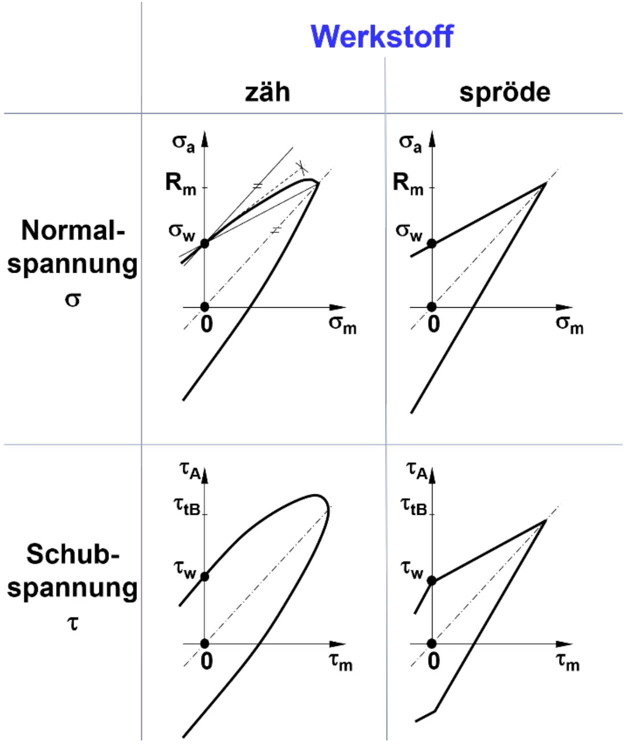
Legende:
R_{eS} [MPa] ... Streckgrenze
R_m [MPa] ... Zugfestigkeit
σ_w [MPa] ... Wechselfestigkeit
σ_o [MPa] ... Oberspannung
σ_u [MPa] ... Unterspannung
σ_m [MPa] ... Mittelspannung
σ_{schw} [MPa] ... Schwellfestigkeit
$\sigma_{x(t)}$ [MPa] ... Normalspannungsfunktion
$\sigma_{o,x}$ [MPa] ... Zugehörige Oberspannung
$\sigma_{u,x}$ [MPa] ... Zugehörige Unterspannung
$\sigma_{a,x}$ [MPa] ... Zugehörige Spannungsamplitude
$\sigma_{m,x}$ [MPa] ... Zugehörige Mittelspannung

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit

Vereinfachte Smith-Diagramme für zähe und spröde Werkstoffe

- Vereinfachte Smith-Diagramme für **Normal-** und **Schubspannungen** bei **zähem** und **sprödem Werkstoffverhalten** zeigen **höhere ertragbare Spannungsamplituden** bei höheren Mittelspannungen für **zähes Werkstoffverhalten**

Wenn ein zäher Werkstoff anstelle eines spröden Werkstoffs verwendet wird,
dann können höhere Spannungsamplituden bei höheren Mittelspannungen ertragen werden,
weil zähe Werkstoffe mittelspannungsunempfindlicher sind als spröde Werkstoffe.



Legende:
R_m [MPa] ... Zugfestigkeit
σ_w [MPa] ... Wechselfestigkeit
σ_a [MPa] ... Normalspannungsamplitude
σ_m [MPa] ... Mittelnormalspannung
τ_a [MPa] ... Schubspannungsamplitude
τ_{tB} [MPa] ... Scherfestigkeit
τ_m [MPa] ... Mittelschubspannung

Dimensionierung – Ermittlung der Beanspruchbarkeit

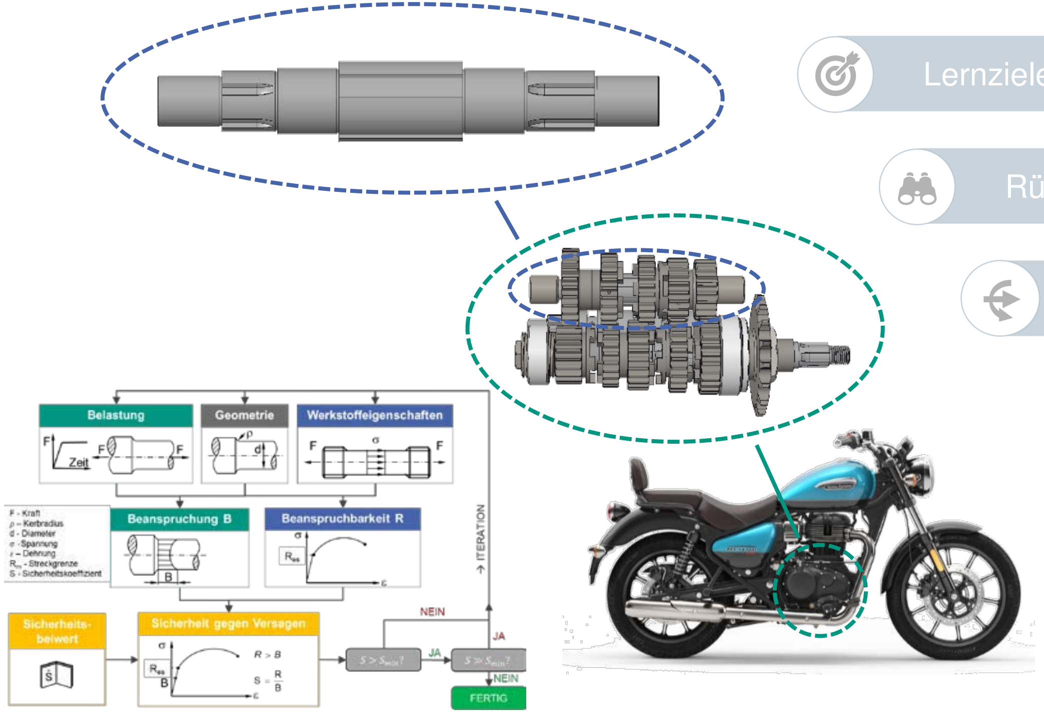
Normen und Richtlinien für Festigkeitsnachweise beachten!

Normen beschreiben üblicherweise, wie die **Bauteilbeanspruchbarkeit** im **jeweiligen Anwendungsfall** zu berechnen sind und welche Sicherheitsfaktoren benötigt werden.

- Anwendungsbereich: **allgemeiner** Maschinenbau
  - <u>Beispiel FKM-Richtlinie:</u>
Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile
(FKM = Forschungskuratorium Maschinenbau)
- Spezielle **Regelwerke**
  - DIN 743: Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen
  - DIN 18800: Stahlbauten
  - EN 13001: Krane
  - DIN 9020-5: Korrekte Massenverteilung von Flugzeugteilen
  - ISO 1176: Straßenfahrzeuge – Massen
  - …
- Zusätzlich zu beachten: **Unternehmensspezifische** Richtlinien

Maschinenkonstruktionslehre C – Dimensionierung II

Inhaltsverzeichnis



Dimensionierung – Lernziele

Dimensionierung II: Ermittlung der Grundgrößen der Dimensionierung

Karlsruher Institut für Technologie

Problem

Zur **Dimensionierung** von Bauteilen, z.B. Getriebewelle, muss der/die Konstruktionsingenieur/in die **Beanspruchung** und die **Beanspruchbarkeit** des Bauteils korrekt ermitteln können.

Ziele

- **Prinzipiellen Ablauf** der **Dimensionierung** skizzieren und erklären können. F9
- Größen, aus denen die **Beanspruchung** eines Bauteils resultiert, nennen können und anhand der **Grundbelastungsfälle** erklären können, wie die Beanspruchung im jeweiligen Fall reduziert werden kann. F11 bis F19
- **Teilplastische Dimensionierung** erklären und von **vollplastischer Dimensionierung** abgrenzen können, deren Potenzial gegenüber **rein elastischer Dimensionierung** erklären und ein **Anwendungsbeispiel** nennen und erklären können. F20 bis F28
- **Festigkeitshypothesen** nennen und erklären sowie die zutreffende auswählen können. F35 bis F42
- Erklären können, wie und aus welchen Größen die **Beanspruchbarkeit** bei **statischer** sowie bei **dynamischer Beanspruchung** mit und ohne zugrundeliegenden **Mittelspannungen** ermittelt werden kann. F33, F34, F43 bis F47

Fazit

Sie kennen den **prinzipiellen Ablauf** der **Dimensionierung** und können die **Grundgrößen** der **Dimensionierung**, die **Beanspruchung** und die **Beanspruchbarkeit**, auf Basis des Nennspannungskonzepts ermitteln.

Ausblick

Welche weiteren Einflussfaktoren müssen berücksichtigt werden?