

Vordiplomsklausur – Musterlösung

Technische Mechanik I/II

25. August 2008

14.00 – 17.00 Uhr

Name: _____

Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

Bitte beachten Sie:

Die Bearbeitungszeit beträgt 180 Minuten. Bitte geben Sie auf dem Deckblatt sowohl Ihren Namen als auch Ihre Matrikelnummer an.

Beginnen Sie die Lösungen der Aufgaben 1 bis 6 jeweils auf einem neuen Blatt. Nummerieren Sie die Blätter und schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer sowie die Nummer der Aufgabe.

Die Lösung der Aufgabe 7 ist in den Bearbeitungsbogen einzutragen. Schreiben Sie deshalb auf die entsprechenden Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.

Bitte markieren Sie deutlich die Endergebnisse.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Σ
Mögliche Punkte	20	16	12	16	14	16	6	100
Erreichte Punkte								

Viel Erfolg!

Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

Klausur TM I/II

Aufgabe 1

(Insgesamt 20 Punkte)

Ein Biegebalken (Abb. 1.1 (links)) wird durch eine konstante Streckenlast $q_0 = \text{const}$ belastet. Die Lagerung wird durch ein Festlager im Punkt A und ein Loslager im Punkt B realisiert. Das Balkenprofil (Abb. 1.1 (rechts)) ist rechteckig und hat die Breite b und die Höhe h . Gegeben sind q_0 , h , b , l und die Anfangsfließspannung σ_{F0} .

Anmerkung: Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgabe das angegebene Koordinatensystem $\{x, y, z\}$.

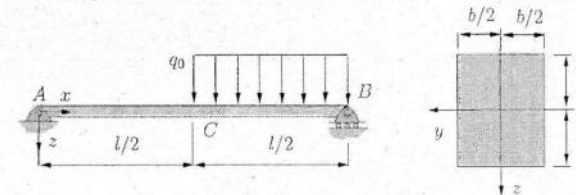


Abbildung 1.1: Balken belastet durch eine stückweise konstante Streckenlast (links) mit Rechteckprofil (rechts)

- 1.1) Berechnen Sie die Reaktionskräfte in den Punkten A und B unter Verwendung der Gleichgewichtsbedingungen.
- 1.2) Bestimmen Sie die Verläufe der Querkraft $Q_z(x)$ und des Biegemoments $M_y(x)$. Geben Sie die Werte an den Grenzen der Schnittgrößenbereiche explizit an und berechnen Sie die Lage und Größe der Extremalwerte von $Q_z(x)$ und $M_y(x)$. Stellen Sie beide Verläufe graphisch dar.
- 1.3) Bestimmen Sie die Größe und Lage der betragsmäßig maximalen Biegespannung im Balken.
- 1.4) Welche Höhe $h_{\min}$ muss das Balkenprofil mindestens haben, damit an der Stelle der maximalen Biegespannung bei Vernachlässigung des Querkraftschubs eine Sicherheit S (S variabel) gegen plastisches Fließen vorliegt?
- 1.5) Geben Sie die Verzerrungsmatrix infolge Biegung bzgl. des x - y - z -Koordinatensystems an der Stelle der betragsmäßig größten Druckspannung an. Nehmen Sie isotropes Materialverhalten an. Der Elastizitätsmodul E und die Querkontraktionszahl ν sind gegeben.

Aufgabe 1 – Musterlösung

(Insgesamt 20 Punkte)

1.1) Berechnung der Reaktionskräfte in den Punkten A und B:

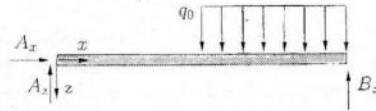


Abbildung 1.2: Freischnitt des Biegebalkens

$$A_x = 0, \quad A_z = \frac{1}{8}q_0l, \quad B_z = \frac{3}{8}q_0l \quad (1)$$

1.2) Berechnung des Querkraft- und Biegemomentenverlaufs:

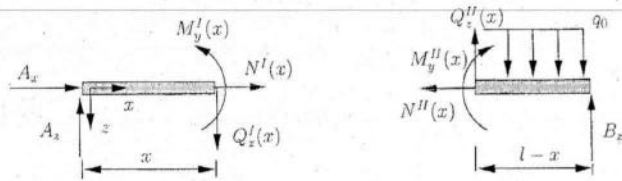


Abbildung 1.3: Freischnitte: links: Bereich I, rechts: Bereich II

Bereich I mit $0 \leq x < l/2$:

$$Q_z^I(x) = \frac{1}{8}q_0l, \quad M_y^I(x) = \frac{1}{8}q_0lx \quad (2)$$

Bereich II mit $l/2 \leq x \leq l$:

$$Q_z^{II}(x) = \frac{5}{8}q_0l - q_0x, \quad M_y^{II}(x) = q_0 \left(-\frac{1}{8}l^2 + \frac{5}{8}lx - \frac{x^2}{2} \right) \quad (3)$$

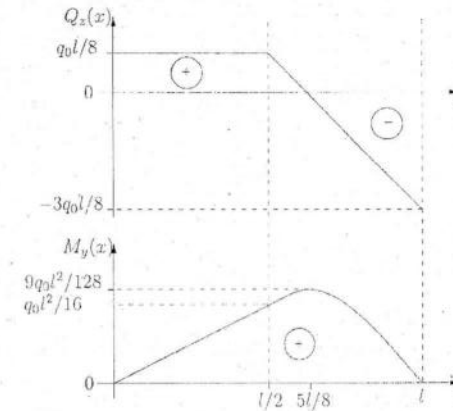
$$Q_z^I(x=0) = \frac{1}{8}q_0l, \quad M_y^I(x=0) = 0 \quad (4)$$

$$Q_z^I(x=\frac{l}{2}) = \frac{1}{8}q_0l, \quad M_y^I(x=\frac{l}{2}) = \frac{1}{16}q_0l^2 \quad (5)$$

$$Q_z^{II}(x=\frac{l}{2}) = \frac{1}{8}q_0l, \quad M_y^{II}(x=\frac{l}{2}) = \frac{1}{16}q_0l^2 \quad (6)$$

$$Q_z^{II}(x=l) = -\frac{3}{8}q_0l, \quad M_y^{II}(x=l) = 0 \quad (7)$$

$$M_y^{II}(x=\frac{5}{8}l) = \frac{9}{128}q_0l^2 = M_{\max} \quad (8)$$

Abbildung 1.4: Verlauf der Querkraft $Q_z(x)$ und des Biegemoments $M_y(x)$ 1.3) Berechnung der betragsmäßig max. Biegespannung an der Stelle $x = 5l/8, z = \pm h/2$:

$$\sigma_{z \max} = \left| \frac{M_{\max}}{I_y} z_{\max} \right| = \frac{27}{64} \frac{q_0 l^2}{bh^2} \quad (9)$$

1.4) Berechnung der minimalen Balkenprofilhöhe $h_{\min}$:

$$h_{\min} = \sqrt{\frac{27}{64} \frac{q_0 l^2 S}{b \sigma_{F0}}} \quad (10)$$

1.5) Verzerrungsmatrix an der Stelle $x = 5l/8$ und $z = -h/2$:

$$\epsilon \left(x = \frac{5}{8}l, z = -\frac{h}{2} \right) = -\frac{27}{64} \frac{q_0 l^2}{bh^2 E} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{bmatrix}_{\{e_x, e_y, e_z\}} \quad (11)$$

Aufgabe 2

(Insgesamt 16 Punkte)

Eine statisch unbestimmt gelagerte Torsionswelle mit den Durchmessern $2d$ bzw. d und $r_K/d = 0,15$ wird durch das Torsionsmoment M_T an Stelle $x = l$ belastet. Die Schubfließspannung τ_{F0} und der Schubmodul G sind gegeben. Die Längen der beiden Bereiche sind l bzw. $2l$.

Anmerkung: Verwenden Sie bei der Lösung der Teilaufgaben die in Abb. 2.1 angegebenen Koordinatensysteme $\{x, y, z\}$ und $\{x, r, \varphi\}$.

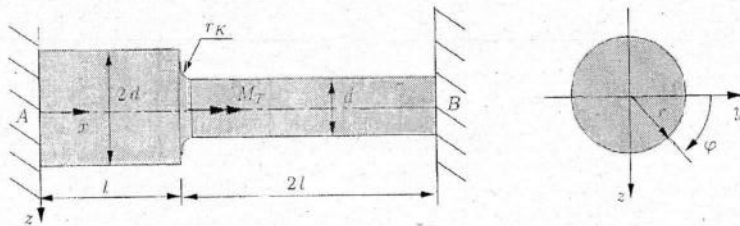


Abbildung 2.1: Statisch unbestimmt gelagerte Torsionswelle

- 2.1) Bestimmen Sie die Reaktionsmomente in den Punkten A und B mit Hilfe des 1. Satzes von Castigliano.
- 2.2) Bestimmen Sie rechnerisch den Verlauf der betragsmäßig maximalen Schubspannung im Querschnitt entlang der x -Achse (ohne Kerbwirkung) und stellen Sie diesen graphisch dar. Geben Sie explizit die Werte der betragsmäßig maximalen Schubspannung in den beiden Bereichen an.
- 2.3) Betrachten Sie nun nur Bereich II ($l \leq x \leq 3l$). Zeichnen Sie die Verteilung der Schubspannung in der Querschnittsebene und geben Sie die Spannungsmatrix der betragsmäßig maximalen Schubspannung (ohne Kerbwirkung) bzgl. des x - r - φ -Koordinatensystems an.
- 2.4) Berechnen Sie unter Berücksichtigung der Kerbwirkung (siehe Abb. 2.2) und einer zweifachen Sicherheit $S = 2$ gegen plastisches Fließen den minimalen zulässigen Durchmesser $d_{\min}$ der Welle.

Abb. 2.2 auf der nächsten Seite!

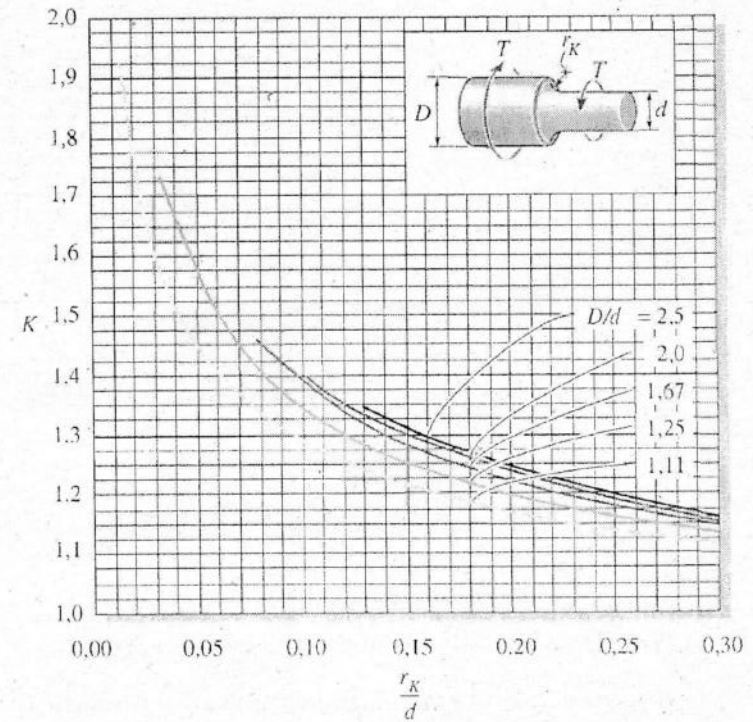


Abbildung 2.2: Torsions-Spannungskonzentrationsfaktor K (Quelle: Hibbeler; Technische Mechanik 2 - Festigkeitslehre; Springer 2006)

Aufgabe 2 – Musterlösung

(Insgesamt 16 Punkte)

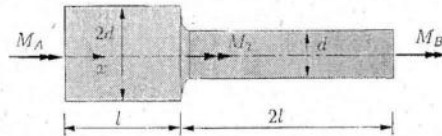
2.1) Berechnung der Reaktionsmomente M_A und M_B :

Abbildung 2.3: Freikörperbild

$$M_A = -\frac{32}{33}M_T, \quad M_B = -\frac{1}{33}M_T \quad (12)$$

2.2) Verlauf der maximalen Schubspannung:

$$0 \leq x < l, \quad \tau_{\varphi x}^I(x, r = d) = \frac{64}{33\pi d^3} M_T \quad (13)$$

$$l \leq x \leq 3l, \quad \tau_{\varphi x}^{II}(x, r = \frac{d}{2}) = -\frac{16}{33\pi d^3} M_T \quad (14)$$

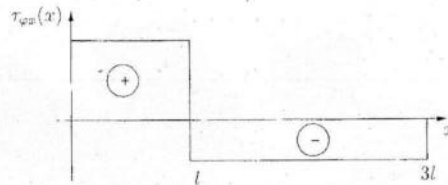


Abbildung 2.4: Schubspannungsverlauf

2.3) Verteilung der Schubspannung und Spannungsmatrix im Bereich II:

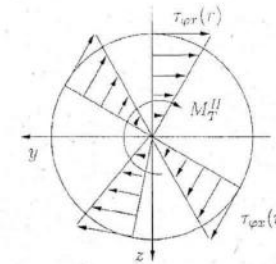


Abbildung 2.5: Verteilung der Schubspannung im Querschnitt

$$\sigma(x, r = \frac{d}{2}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{16}{33\pi d^3} M_T \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{16}{33\pi d^3} M_T & 0 & 0 \end{bmatrix} \{e_x, e_r, e_\varphi\} \quad (15)$$

2.4) Minimaler zulässiger Durchmesser unter Berücksichtigung der Kerbwirkung:

$$d_{\min} = \sqrt[3]{128 \frac{M_T}{33\pi \tau_{F0}}} \quad (16)$$

Aufgabe 3

(Insgesamt 12 Punkte)

Ein homogener, starrer Würfel mit dem Gewicht G und der Seitenlänge a lehnt an einem Paar fest eingespannter starrer Quader (siehe Abb. 3.1). Es wird von einem reibungslosen Kontakt zwischen dem Block und den Quadern an den Punkten A und C ausgegangen. Gegeben sind die Größen G , a und b mit $\sqrt{2}a/4 \leq b < a$.

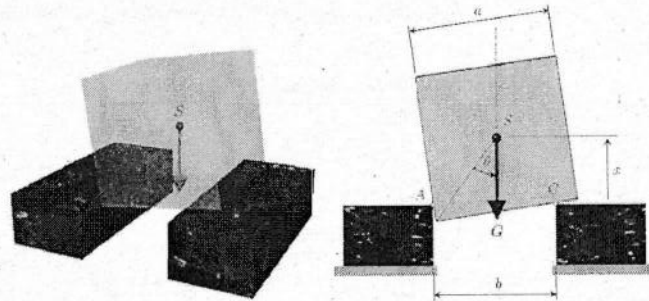


Abbildung 3.1: Starrer Würfel im reibungslosen Kontakt mit Auflagern; links: räumliche geometrische Anordnung; rechts: vereinfachte zweidimensionale Darstellung

- 3.1) Bestimmen Sie die vertikale Position x des Schwerpunkts S des Würfels als Funktion der Koordinate θ .
- 3.2) Geben Sie die potentielle Energie U des Würfels mit $U(x=0) = 0$ als Funktion der Koordinate θ an.
- 3.3) Prüfen Sie, ob die Würfellage mit $\theta = 0$ eine Gleichgewichtslage ist.
- 3.4) Bestimmen Sie die Art des Gleichgewichts der Lage mit $\theta = 0$ (stabil, instabil, metastabil).

Hinweis:

$$\begin{aligned}\sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta\end{aligned}$$

Aufgabe 3 – Musterlösung

(Insgesamt 12 Punkte)

- 3.1) Vertikale Position x des Würfelschwerpunkts S als Funktion der Koordinate θ :

$$x(\theta) = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cos \theta - \frac{b}{2} \cos 2\theta \quad (17)$$

- 3.2) Potentielle Energie des Blocks:

$$U(\theta) = G \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \cos \theta - \frac{b}{2} \cos 2\theta \right) \quad (18)$$

- 3.3) Prüfen, ob $\theta = 0$ eine Gleichgewichtslage ist:

$$\frac{1}{G} \frac{dU(\theta)}{d\theta} \Big|_{\theta=0} = 0 \quad (19)$$

- 3.4) Abschätzung der Stabilität der Gleichgewichtslage für $\theta = 0$:

$$\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2} + 2b \right) > 0, \quad \sqrt{2}a/4 < b < a, \quad \text{stabil} \quad (20)$$

$$\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2} + 2b \right) = 0, \quad \sqrt{2}a/4 = b, \quad \text{metastabil} \quad (21)$$

Aufgabe 4

(Insgesamt 16 Punkte)

Gegeben ist ein fest eingespannter Winkelträger (Abb. 4.1) mit konstanter Biege- ($EI = EI_y = EI_z$) und Zug-/Drucksteifigkeit (EA). Am Ende des Trägers, im Punkt B , wirken eine horizontale und eine vertikale Einzelkraft (F_1 bzw. F_2).

Anmerkung: Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgabe die in Abb. 4.1 angegebenen Koordinatensysteme $\{x, y, z\}$ und $\{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\}$.

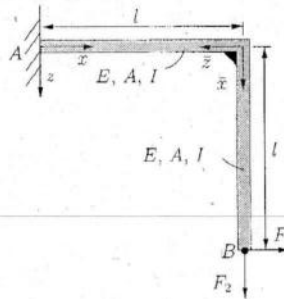


Abbildung 4.1: Fest eingespannter Winkelträger

- 4.1) Bestimmen Sie die Schnittgrößen N , Q , M im Winkelträger. Geben Sie alle zur Lösung der Teilaufgabe notwendigen Freikörperbilder an.
- 4.2) Geben Sie die Komplementärenergie W_{ges}^* des Systems infolge Zug/Druck und Biegung unter Vernachlässigung des Einflusses des Querkraftschubs an.
- 4.3) Gegeben ist die Nachgiebigkeitsmatrix

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{S_{11}}{l^3} & \frac{S_{12}}{3EI} \\ -\frac{2EI}{l^3} & \frac{l}{EA} \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie die fehlenden Komponenten S_{11} und S_{12} . Wenn eine Rechnung unnötig ist, begründen Sie Ihre Antwort. Die Indizes 1 und 2 entsprechen den Indizes der Kräfte F_1 und F_2 .

- 4.4) Berechnen Sie unter Verwendung von $S_{\alpha\beta}$ die vertikale Verschiebung u_B des Kraftangriffspunktes B in Richtung der Kraft F_2 und die horizontale Verschiebung w_B von B in Richtung von F_1 bzgl. des $\bar{x}$ - $\bar{y}$ - $\bar{z}$ -Koordinatensystems.
- 4.5) Welcher Schaltungstyp liegt zwischen dem horizontalen und dem vertikalen Teil des Winkelträgers vor, wenn nur die Kraft F_2 wirkt ($F_1 = 0$)? Geben Sie die Gesamtsteifigkeit des Trägers C_{ges} in diesem Fall unter Vernachlässigung des Querkraftschubs an.

Aufgabe 4 – Musterlösung

(Insgesamt 16 Punkte)

- 4.1) Verlauf der Schnittgrößen N , Q , M :

Bereich I ($0 \leq x \leq l$)

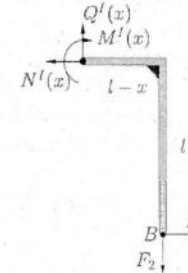


Abbildung 4.2: Freischnitt Bereich I

$$N^I(x) = F_1 \quad (22)$$

$$Q^I(x) = F_2 \quad (23)$$

$$M^I(x) = F_1 l - F_2(l-x) \quad (24)$$

Bereich II ($0 \leq \bar{x} \leq l$)

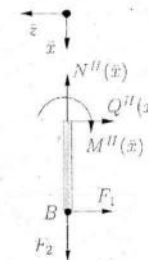


Abbildung 4.3: Freischnitt Bereich II

$$N^{II}(\bar{x}) = F_2 \quad (25)$$

$$Q^{II}(\bar{x}) = -F_1 \quad (26)$$

$$M^{II}(\bar{x}) = F_1(l - \bar{x}) \quad (27)$$

4.2) Komplementärenergie W_{ges}^* :

$$W_{ges}^* = \frac{l}{2EA} (F_1^2 + F_2^2) + \frac{l^3}{2EI} \left(\frac{4F_1^2}{3} - F_1 F_2 + \frac{F_2^2}{3} \right) \quad (28)$$

4.3) Berechnung der Koeffizienten S_{11} und S_{12} der Nachgiebigkeitsmatrix:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \frac{l}{EA} + \frac{4l^3}{3EI} & -\frac{l^3}{2EI} \\ -\frac{l^3}{2EI} & \frac{l^3}{3EI} + \frac{l}{EA} \end{bmatrix} \quad (29)$$

4.4) Berechnung der horizontalen und vertikalen Verschiebung w_B bzw. u_B :

$$w_B = -[S_{11}F_1 + S_{12}F_2] = -\left[\left(\frac{l}{EA} + \frac{4l^3}{3EI} \right) F_1 - \frac{l^3}{2EI} F_2 \right] \quad (30)$$

$$u_B = S_{21}F_1 + S_{22}F_2 = -\frac{l^3}{2EI} F_1 + \left(\frac{l^3}{3EI} + \frac{l}{EA} \right) F_2 \quad (31)$$

4.5) Schaltungstyp für den Fall $F_1 = 0$: Reihenschaltung

$$C_{ges} = \frac{1}{S_{22}} = \left(\frac{l^3}{3EI} + \frac{l}{EA} \right)^{-1} \quad (32)$$

Aufgabe 5

(Insgesamt 14 Punkte)

Ein würfelförmiger, isotroper linear elastischer Körper befindet sich mittig zwischen zwei starren Wänden. Über eine starre Platte P belastet eine Kraft F den Körper. Der Körper kann sich reibungsfrei auf der Unterlage bewegen. Gegeben sind der Elastizitätsmodul E , die Querkontraktionszahl ν , die Fläche A und die Abmessungen a und b .

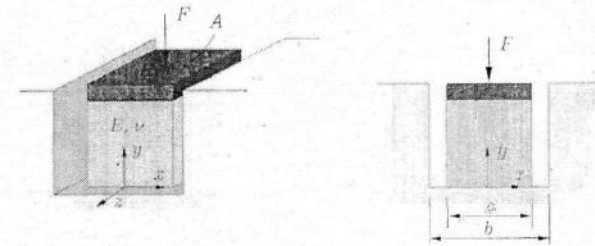


Abbildung 5.1: Belastung eines elastischen Körpers über eine starre Platte

- 5.1) Bestimmen Sie den dreidimensionalen Spannungszustand in Form der Spannungsmatrix σ im Körper unter der Annahme, dass $F > 0$ keine Berührung der Seitenwände infolge der Querdehnung verursacht.
- 5.2) Ermitteln Sie für den Spannungszustand aus Teilaufgabe 5.1) die Verzerrungsmatrix ϵ unter Verwendung des isotropen Hooke'schen Gesetzes.
- 5.3) Welche Kraft $F = \bar{F}$ ist notwendig, damit der Körper gerade die Wände berührt?
- 5.4) Welcher Spannungszustand σ liegt im Körper für $F > \bar{F}$ vor, wenn von einem reibungsfreien Kontakt zwischen Körper und Wänden ausgegangen wird?
- 5.5) Bestimmen Sie die Vergleichsspannung nach der Normalspannungshypothese und der Gestaltänderungsenergiehypothese für einen Zustand mit $F > \bar{F}$.

Aufgabe 5 – Musterlösung

(Insgesamt 14 Punkte)

5.1) Spannungszustand vor Berührung der Wände:

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{F}{A} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{\{e_x, e_y, e_z\}} \quad (33)$$

5.2) Verzerrungszustand vor Berührung der Wände:

$$\varepsilon = \frac{F}{EA} \begin{bmatrix} \nu & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \nu \end{bmatrix}_{\{e_x, e_y, e_z\}} \quad (34)$$

5.3) Kraft $F = \hat{F}$ bei Berührung der Wände:

$$\hat{F} = \frac{EA}{\nu} \left(\frac{b}{a} - 1 \right) \quad (35)$$

5.4) Spannungszustand für $F > \hat{F}$:

$$\sigma = \begin{bmatrix} E \left(\frac{b}{a} - 1 \right) - \nu \frac{F}{A} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{F}{A} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{\{e_x, e_y, e_z\}} \quad (36)$$

5.5) Vergleichsspannungen:

Normalspannungshypothese

$$\sigma_C = \sigma_1 = 0 \quad (37)$$

Gestaltänderungsenergiehypothese

$$\sigma_V = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\left(E \left(\frac{b}{a} - 1 \right) - \frac{\nu F}{A} \right)^2 + \left(\frac{F}{A} \right)^2 \right]} \quad (38)$$

Aufgabe 6

(Insgesamt 16 Punkte)

Gegeben ist ein System elastischer und starrer Stäbe, das durch eine Einzelkraft mit variablem Angriffspunkt belastet ist. Der im Punkt A gelenkig gelagerte Stab 1 der Länge $4l$ sei starr. Der elastische Stab 2 mit dem Elastizitätsmodul E_2 und der Länge l ist mit dem Stab 1 gelenkig verbunden und im Punkt B ebenfalls gelenkig gelagert. Die Kraft F greift im Abstand $a \in [0, 4l]$ auf dem Stab 1 an. Gegeben sind die Größen l, a, h, F und E_2 .

Anmerkung: Verwenden Sie bei der Lösung die angegebenen Koordinatensysteme.

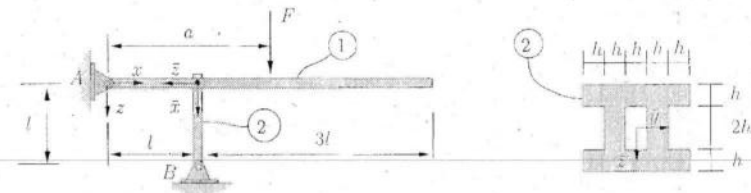


Abbildung 6.1: Links: Stabsystem belastet durch Einzelkraft. Rechts: Querschnitt des elastischen Stabes 2.

- 6.1) Bestimmen Sie die Reaktionskräfte in den Punkten A und B infolge der Einzelkraft F in Abhängigkeit von $0 \leq a \leq 4l$ unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen (PdvV). Stellen Sie die von Ihnen verwendeten Verschiebungen und Verdrehungen grafisch dar.
- 6.2) Berechnen Sie für das vorgegebene Profil die Querschnittsfläche A sowie die Flächenträgheitsmomente I_y, I_z in Abhängigkeit von h . Wie groß ist das Deviationsmoment I_{yz} ? Begründen Sie Ihre Antwort.
- 6.3) Für welchen Abstand a ist die Belastung des elastischen Stabes 2 maximal? Geben Sie die maximale Normalkraft im Stab an (mit Angabe des Freikörperbildes).
- 6.4) Bestimmen Sie $h_{\min}$ derart, dass unter der in Teilaufgabe 6.3) berechneten Belastung Knicken mit einem Sicherheitsfaktor S_K ausgeschlossen werden kann.
- 6.5) Bei welcher Lage des vorgegebenen Querschnitts in der $\bar{y}$ - $\bar{z}$ -Ebene ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Stab knickt, minimal? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 6 – Musterlösung

(Insgesamt 16 Punkte)

6.1) Berechnung der Reaktionskräfte in A und B mit dem PdvV:

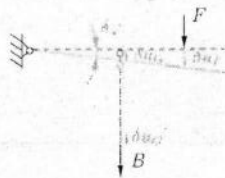


Abbildung 6.2: Virtuelle Verschiebungen und Verdrehungen für Berechnung von B

$$B = -F \frac{a}{l} \quad (39)$$

Bemerkung: Im Punkt B ist die horizontale Auflagerreaktion null.

Abbildung 6.3: Virtuelle Verschiebungen und Verdrehungen für Berechnung von A_x (links) und A_z (rechts)

$$A_x = 0, \quad A_z = F \left(1 - \frac{a}{l}\right) \quad (40)$$

6.2) Querschnittsfläche und Flächenträgheitsmomente von Stab 2:

$$A = 14h^2 \quad (41)$$

$$I_z = \frac{151}{6}h^4, \quad I_y = \frac{74}{3}h^4 \quad (42)$$

$$I_{yz} = I_{zy} = 0 \quad (\text{Profil ist symmetrisch}) \quad (43)$$

6.3) Abstand a bei maximaler Belastung des Stabs 2:

$$N_{\max} = B(a = 4l) = -4F \quad (44)$$



Abbildung 6.4: Freikörperbild

6.4) Knicken des elastischen Stabs:

$$h > h_{\min} = \sqrt[4]{\frac{6Fl^2 S_K}{37\pi^2 E_2}} \quad (45)$$

6.5) Lage des Profils mit max. Knickkraft:

Die Achsen $\bar{y}$ und $\bar{z}$ sind Hauptträgheitsachsen, so dass die Werte $I_{\bar{y}}$ und $I_{\bar{z}}$ Extremalwerte für das Flächenträgheitsmoment (Hauptträgheitsmomente) sind. Wenn das Profil um einen Winkel $\varphi = \pm\pi/2 \pm k\pi$, $k = 1, 2, 3$ gedreht wird, dann ist $I_{\bar{y}}$ maximal.

Aufgabe 7 – Musterlösung

(Insgesamt 6 Punkte)

7.1) Gegeben sind in MAPLE die Vektoren a , b und c und der Ausdruck F , der durch die drei Vektoren definiert ist.

```
[> a := vector([1,2,3]);
```

```
[> b := vector([0,5,0]);
```

```
[> c := vector([3,2,1]);
```

```
[> F := 1/6*abs(dotprod(crossprod(a,b),c));
```

a) Geben Sie den Ausdruck für F in symbolischer Vektornotation an.

Lösung:

$$F = \frac{1}{6} |(a \times b) \cdot c| = \frac{1}{6} |[a, b, c]|$$

b) Welche Größe wird durch die Definition von F in MAPLE beschrieben?

Lösung: Volumen des durch die drei Vektoren aufgespannten Tetraeders

7.2) Interpretieren Sie den nachfolgenden in MAPLE gegebenen Ausdruck geometrisch. ρ_0 , R und H seien bereits in MAPLE als positive Zahlen definiert.

```
[> int(int(int(rho_0*r, r=0..R), phi=0..2*Pi), z=0..H);
```

Lösung: Masse eines homogenen Zylinders mit Radius R und Höhe H

7.3) Geben Sie die Gleichungen an, die durch den nachfolgenden MAPLE-Code für das mechanische System eines Balkens der Länge l beschrieben werden. Die positive Zahl q_0 ist in MAPLE bereits definiert. Die x -Achse ist die Balkenmittellachse. Gehen Sie davon aus, dass der Balken statisch bestimmt gelagert ist. Ergänzen Sie in der Abb. 7.1 die Lagerung und die Belastung.

```
[> gleichung1:= diff(Q(x),x) + q_0*sin(Pi*x/l) = 0;
```

```
[> gleichung2:= diff(M(x),x) - Q(x) = 0;
```

```
[> gleichung3:= M(0) = 0;
```

```
[> gleichung4:= M(l) = 0;
```

```
[> gleichungen:={gleichung1,gleichung2,gleichung3,gleichung4};
```

```
[> loesung1:= dsolve(gleichungen,{Q(x),M(x)});
```

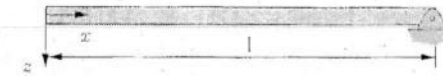


Abbildung 7.1: Balkensystem

Lösung:

```
gleichung1: dQ/dx = -q_0*sin(pi*x/l)
```

```
gleichung2: dM/dx = Q(x)
```

```
gleichung3: M(0) = 0
```

```
gleichung4: M(l) = 0
```

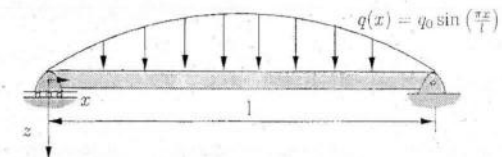


Abbildung 7.2: Balkensystem (Lösung)