

Vordiplomsklausur - Musterlösung

Technische Mechanik I/II

12. März 2008

14.00 – 17.00 Uhr

Name: _____

Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

Bitte beachten Sie:

Die Bearbeitungszeit beträgt 180 Minuten. Bitte geben Sie auf dem Deckblatt sowohl Namen als auch Matrikelnummer an.

Beginnen Sie die Lösungen der Aufgaben 1 bis 7 jeweils auf einem neuen Blatt. Nummerieren Sie die Blätter und schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer sowie die Nummer der Aufgabe.

Die Lösung der Aufgabe 8 ist in den Bearbeitungsbogen einzutragen. Schreiben Sie deshalb auf die entsprechenden Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.

Bitte markieren Sie deutlich die Endergebnisse.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
Mögliche Punkte	10	14	9	24	15	7	8	13	100
Erreichte Punkte									

Viel Erfolg!

Name:

Matrikel-Nr.:

Klausur TM I/II

Aufgabe 1

(Insgesamt 10 Punkte)

Eine Kugel mit dem Radius R und der inhomogenen Massendichte $\rho(r)$ ist an einem masselosen Draht wie in Abb. 1.1 dargestellt aufgehängt. Der Draht hat die Querschnittsfläche A , die Länge l , den Elastizitätsmodul E und die Anfangsfließspannung σ_{F0} . Die Erdbeschleunigung ist gleich g .

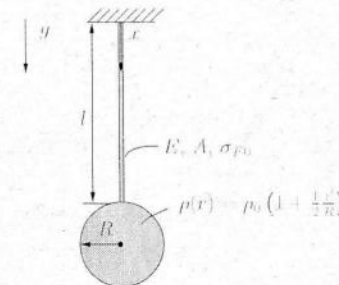


Abbildung 1.1: Auf Draht aufgehängte Kugel

- 1) Berechnen Sie die Masse der Kugel mit Hilfe der Kugelkoordinaten $\{r, \varphi, \vartheta\}$.

Hinweis: Für das Volumenelement in Kugelkoordinaten gilt $dV = dx dy dz = \sin(\vartheta) r^2 dr d\varphi d\vartheta$ mit den Wertebereichen für die Winkel $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ und $0 \leq \vartheta \leq \pi$ (vgl. Abb. 1.2).

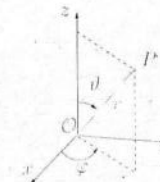


Abbildung 1.2: Kugelkoordinaten

- 2) Bestimmen Sie für den Draht mit der Querschnittsfläche A die Normalspannung $\sigma(x)$, das Verzerrungsfeld $\varepsilon(x)$ und das Verschiebungsfeld $u(x)$ sowie die maximale Verschiebung $u_{\max}$. An welcher Stelle tritt diese auf? Stellen Sie die Verläufe der Normalspannung, des Verschiebungs- und des Verzerrungsfelds grafisch dar.
- 3) Dimensionieren Sie den Draht gegen plastisches Fließen für einen Sicherheitsfaktor $S = 3$. Welchen Wert darf der Durchmesser $d_{\min}$ nicht unterschreiten?

Aufgabe 1 – Lösung

(Insgesamt 10 Punkte)

- 1) Berechnung der Masse der Kugel:

$$m = \frac{11\pi\rho_0 R^3}{6} \quad (1)$$

- 2) Berechnung von
- $\sigma(x)$
- ,
- $\varepsilon(x)$
- ,
- $u(x)$
- und
- $u_{\max}$
- :

$$\sigma(x) = \frac{11\pi\rho_0 R^3 g}{6A}, \quad \varepsilon(x) = \frac{11\pi\rho_0 R^3 g}{6AE}, \quad u(x) = \frac{11\pi\rho_0 R^3 g}{6AE}x, \quad u_{\max} = \frac{11\pi\rho_0 R^3 gl}{6AE} \quad (2)$$

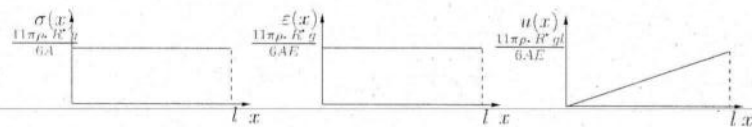


Abbildung 1.3: Verlauf der Spannung, der Dehnung und der Verschiebung

- 3) Dimensionierung des Drahts:

$$d \geq d_{\min} = \sqrt{\frac{22\rho_0 R^3 g}{\sigma_{F0}}} \quad (3)$$

Aufgabe 2

(Insgesamt 14 Punkte)

Ein fest eingespannter Balken AB (Abb. 2.2) der Länge $2l$ und dem axialen Flächenträgheitsmoment I_y besteht aus zwei Werkstoffen mit den Elastizitätsmoduli $E_2 = 2E_1 = 2E$. Im Punkt B wird der Balken durch die Kraft F belastet und durch eine Feder mit der Federsteifigkeit C elastisch gelagert.

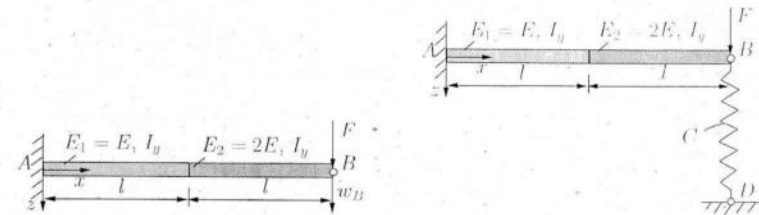


Abbildung 2.1: Inhomogener Balken

Abbildung 2.2: Balken mit elastischer Lagerung

- Bestimmen Sie die Gesamtfedersteifigkeit $C_B = F/w_B$ des Balkens in Abb. 2.1 mit Hilfe der Differentialgleichung der Biegelinie unter Vernachlässigung des Einflusses der Querkraft auf die Verformung.
- Berechnen Sie die Formänderungsenergie der Konstruktion in Abb. 2.2 infolge einer Verschiebung $w_B = w(2l)$ im Punkt B in Richtung der Kraft F mit Hilfe der Federsteifigkeiten C_B und C .
- Mit den Ergebnissen von Teilaufgabe 2) ist die vertikale Verschiebung w_B des Punkts B bzgl. des angegebenen Koordinatensystems $\{x, y, z\}$ infolge der Kraft F mit Hilfe einer Energiemethode zu berechnen.
- Welcher Schaltungstyp liegt zwischen dem Balken und der Feder vor? Geben Sie die Gesamtfedersteifigkeit der Konstruktion C_{ges} an.
- Berechnen Sie die Kraft F_f in der Feder mit der Steifigkeit C .

Anmerkung: Zeichnen Sie das Freikörperbild, das zur Lösung der Teilaufgabe 1) notwendig ist. Verwenden Sie bei der Lösung das in der Aufgabe angegebene Koordinatensystem $\{x, y, z\}$.

Aufgabe 2 – Lösung

(Insgesamt 14 Punkte)

- 1) Federsteifigkeit des Balkens:

$$C_B = \frac{F}{w''(2l)} = \frac{2EI_y}{5l^3} \quad (4)$$

- 2) Formänderungsenergie:

$$W_{\text{ges}} = \frac{w_B^2}{2} \left(\frac{2EI_y}{5l^3} + C \right) \quad (5)$$

- 3) Vertikale Verschiebung:

$$w_B = F \left(\frac{2EI_y}{5l^3} + C \right)^{-1} = \frac{5l^3 F}{2EI_y + 5l^3 C} \quad (6)$$

- 4) Schaltungstyp: Parallelschaltung
- $C_{\text{ges}} = C_B + C$

- 5) Federkraft
- F_f
- :

$$F_f = w_B C = \frac{5l^3 F C}{2EI_y + 5l^3 C} \quad (7)$$

Aufgabe 3

(Insgesamt 9 Punkte)

Ein ideales Fachwerk, das aus starren Stäben besteht, ist im Punkt A durch ein gelenkiges Lager und im Punkt B durch ein Gleitlager gelagert (Abb. 3.1). Die Belastung erfolgt durch die vertikale Kraft F .

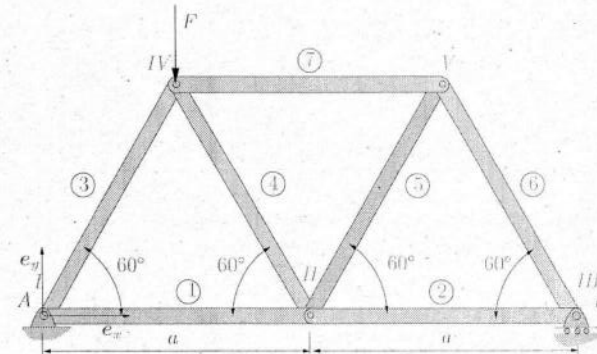


Abbildung 3.1: Fachwerk

- 1) Überprüfen Sie, ob die notwendige Bedingung für innerliche statische Bestimmtheit des Fachwerks erfüllt ist.

Hinweis: Die notwendige Bedingung für statische Bestimmtheit eines Fachwerks lautet

$$r + n = 2k$$

wobei r die Anzahl der Reaktionsgrößen, n die Anzahl der Stäbe und k die Anzahl der Knoten sind.

- 2) Berechnen Sie die Reaktionsgrößen im Punkt A (A_x und A_y) mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen.
- 3) Berechnen Sie die vertikale Auflagerreaktion B_y mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen. Stellen Sie die von Ihnen verwendeten virtuellen Verschiebungen und Verdrehungen grafisch dar.
- 4) Bestimmen Sie die Normalkräfte in den Stäben 1 und 7.

Anmerkung: Verwenden Sie bei der Lösung die für die Stäbe und Knoten vorgegebene Nummerierung.

Aufgabe 3 – Lösung

(Insgesamt 9 Punkte)

- 1) Notwendige Bedingung für statische Bestimmtheit:

$$r = 3, \quad n = 7, \quad k = 5, \quad r + n = 2k = 10 \quad (8)$$

- 2) Reaktionsgrößen im Punkt A:

$$A_x = 0, \quad A_y = \frac{3F}{4} \quad (9)$$

- 3) Reaktionsgröße
- B_y
- mit PdvV:

$$B_y = \frac{F}{4} \quad (10)$$

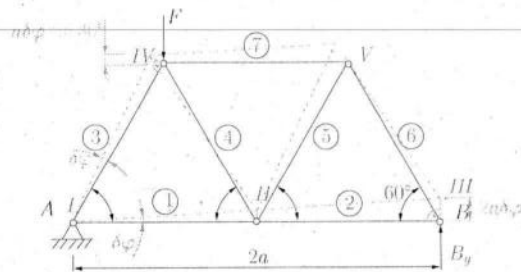


Abbildung 3.2: Virtuelle Verschiebungen und Verdrehungen

- 4) Berechnung der Stabkräfte 1 und 7:

$$S_7 = -\frac{\sqrt{3}}{6}F, \quad S_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}F \quad (11)$$

Aufgabe 4

(Insgesamt 24 Punkte)

Ein Biegebalken (Abb. 4.1 (links)) wird durch die Einzelkraft F_0 und das Einzelmoment $M_0 = 2F_0a$ belastet. Der Balken wird durch ein Festlager im Punkt A und ein Loslager im Punkt B gelagert. Das Profil des Balkens ist in Abb. 4.1 (rechts) dargestellt. Gegeben sind F_0, a, b und $\alpha \in (0, \pi/2)$.

Anmerkung: Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgabe das angegebene Koordinatensystem $\{x, y, z\}$.

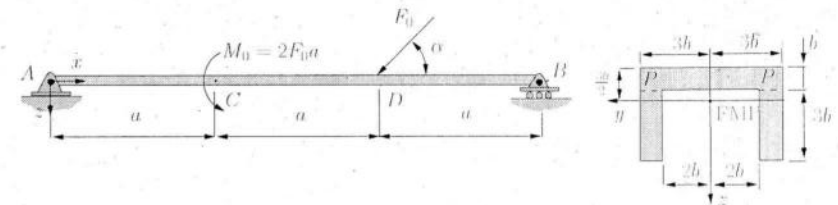


Abbildung 4.1: Balken belastet durch Einzelmoment und -kraft (links) mit dickwandigem Profil (rechts)

- 1) Berechnen Sie die Reaktionsgrößen in den Punkten A und B.
- 2) Bestimmen Sie die Verläufe der Schnittgrößen und stellen Sie diese grafisch dar. Geben Sie explizit die Werte des Biegemoments an den Grenzen der Schnittgrößenbereiche an.
- 3) Bestimmen Sie die Größe und Lage der betragsmäßig maximalen Biegespannung im Balken (ohne Berücksichtigung des Einflusses der Querkräfte).
- 4) Bestimmen Sie die Spannungsmatrix bzgl. des x - y - z -Koordinatensystems an der Stelle der betragsmäßig größten Normalspannung (ohne Berücksichtigung des Einflusses der Querkräfte).
- 5) Berechnen Sie die maximale Schubspannung infolge des Einflusses der Querkräfte im Schnitt P bei $z = -b/2$.

Aufgabe 4 – Lösung

(Insgesamt 24 Punkte)

1) Reaktionsgrößen:

$$A_x = F_0 \cos \alpha, \quad B_z = \frac{2F_0 (\sin \alpha - 1)}{3}, \quad A_z = \frac{F_0 (\sin \alpha + 2)}{3} \quad (12)$$

2) Schnittgrößenverlauf:

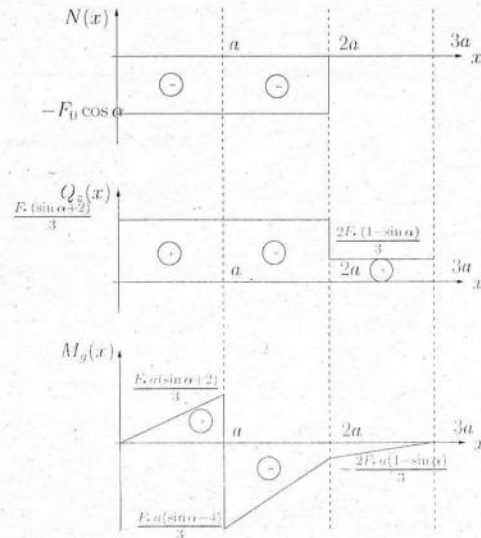


Abbildung 4.2: Schnittgrößenverlauf

Bereich I ($0 \leq x < a$)

$$N^I(x) = -F_0 \cos \alpha, \quad Q^I(x) = \frac{F_0 (\sin \alpha + 2)}{3}, \quad M_y^I(x) = \frac{F_0 (\sin \alpha + 2)}{3} x$$

Bereich II ($a \leq x < 2a$)

$$N^{II}(x) = -F_0 \cos \alpha, \quad Q^{II}(x) = \frac{F_0 (\sin \alpha + 2)}{3}, \quad M_y^{II}(x) = \frac{F_0 (\sin \alpha + 2)}{3} x - 2F_0 a$$

Bereich III ($2a \leq x \leq 3a$)

$$N^{III}(x) = 0, \quad Q^{III}(x) = \frac{2F_0 (1 - \sin \alpha)}{3}, \quad M_y^{III}(x) = \frac{2F_0 (\sin \alpha - 1)}{3} (3a - x)$$

$$M_y^I(0) = 0, \quad M_y^I(a) = \frac{F_0 a (\sin \alpha + 2)}{3}, \quad M_y^{II}(a) = \frac{F_0 a (\sin \alpha - 1)}{3}$$

$$M_y^{II}(2a) = M_y^{III}(2a) = \frac{2F_0 a (\sin \alpha - 1)}{3}, \quad M_y^{III}(3a) = 0 \quad (13)$$

3) Betragmäßig maximale Biegespannung:

$$\sigma_B^{\max} = \frac{M^I(a) 5b}{I_y 2} = -\frac{5F_0 a (1 - \sin \alpha)}{102b^3} \quad (14)$$

4) Spannungsmatrix an der Stelle $x = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (a + \varepsilon)$ und $z = 5b/2$:

$$\sigma \left(x = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (a + \varepsilon), z = \frac{5b}{2} \right) = \begin{pmatrix} -\frac{F_0 \cos \alpha}{102b^2} & -\frac{5F_0 a (1 - \sin \alpha)}{102b^3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5) Maximale Schubspannung im Schnitt I:

$$\tau_{z,x,I}^{\max} = \frac{F_0 (\sin \alpha + 2)}{17b^2} \quad (15)$$

Aufgabe 5

(Insgesamt 15 Punkte)

Eine statisch unbestimmt gelagerte Torsionswelle mit den Durchmessern d bzw. $2d$ und $r_K/d = 0,19$ wird durch die konstante Streckenlast (Momentendichte) $m_T = \text{const}$ für $x \in [0, 2l]$ belastet. Die Schubfließspannung τ_{F0} und der Schubmodul G sind gegeben. Die Längen der beiden Bereiche sind $2l$ bzw. l .

Anmerkung: Verwenden Sie bei der Lösung der Teilaufgaben eines der beiden in Abb. 5.1 angegebenen Koordinatensysteme $\{x, y, z\}$, $\{x, r, \varphi\}$.

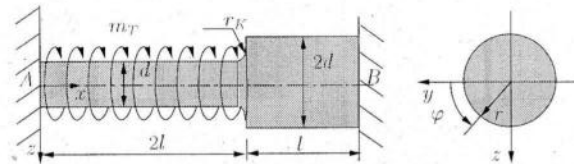


Abbildung 5.1: Statisch unbestimmt gelagerte Torsionswelle

- Bestimmen Sie die Reaktionsmomente in den Punkten A und B (ohne Energiemethoden).
- Bestimmen Sie den Verlauf der maximalen Schubspannung entlang der x -Achse (ohne Kerbwirkung) und stellen Sie diesen grafisch dar. Geben Sie explizit die Werte der maximalen Schubspannung an den Bereichsgrenzen an.
- Berechnen Sie unter Berücksichtigung der Kerbwirkung den minimalen zulässigen Durchmesser d der Welle bzgl. τ_{F0} (siehe Abb. 5.2).

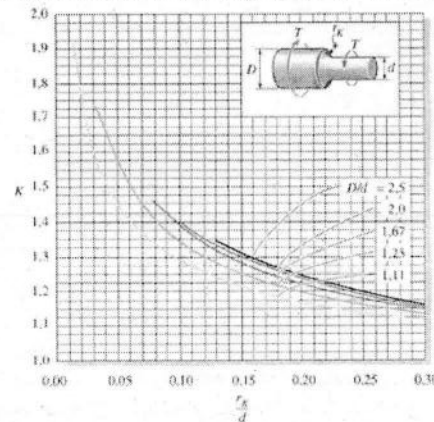


Abbildung 5.2: Torsions-Spannungskonzentrationsfaktor K (Quelle: Hibbeler: Technische Mechanik 2 - Festigkeitslehre. Springer 2006)

Aufgabe 5 – Lösung

(Insgesamt 15 Punkte)

- 1) Reaktionsmomente M_A und M_B :

$$M_A = \frac{34lm_T}{33}, \quad M_B = \frac{32lm_T}{33} \quad (16)$$

- 2) Maximale Schubspannungen:

$$0 \leq x < 2l, \quad \tau_{\varphi x}^I(d/2, x) = \frac{M_T^I(x)}{I_p^I} \frac{d}{2} = \frac{46m_T}{33\pi d^3} (-34l + 33x) \quad (17)$$

$$2l \leq x \leq 3l, \quad \tau_{\varphi x}^{II}(d, x) = \frac{M_T^{II}(x)}{I_p^{II}} d = \frac{64m_T l}{33\pi d^3} \quad (18)$$

$$\tau_{\varphi x}^I(d/2, 0) = -\frac{544m_T l}{33\pi d^3}, \quad \tau_{\varphi x}^I(d/2, 2l) = \frac{512m_T l}{33\pi d^3} \quad (19)$$

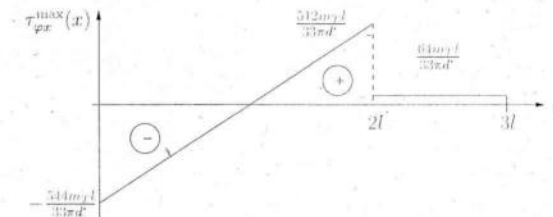


Abbildung 5.3: Verlauf der maximalen Schubspannung

- 3) Minimaler zulässiger Durchmesser:

$$d > d_{\min} = \sqrt{\frac{640m_T l}{33\pi \tau_{F0}}} \quad (20)$$

Aufgabe 6

(Insgesamt 7 Punkte)

Auf einem um eine Rolle geschlungenen Seil (Umschlingungswinkel $\pi/2$) hängt ein Gewicht mit der Gewichtskraft G_2 . Das linke Seilende ist mit einem Block mit der Gewichtskraft G_1 verbunden. Die Haftgrenzzahlen zwischen dem Block und der Unterlage und zwischen der Rolle und dem Seil betragen μ_{01} und μ_{02} . Gegeben sind zudem die Längen a und b .

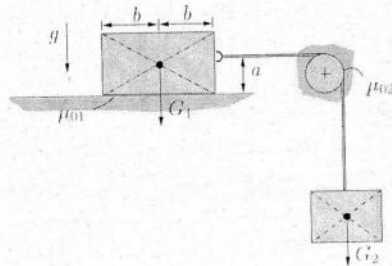


Abbildung 6.1: Starrkörpersystem mit Seil

- 1) Wie groß darf G_2 maximal sein, so dass noch Haften vorliegt?
- 2) Welches Verhältnis a/b muss vorliegen, so dass der Block aus dem Haftzustand heraus nicht kippt?

Aufgabe 6 – Lösung

(Insgesamt 7 Punkte)

- 1) Bestimmung von G_2 beim Haften:

$$G_2 \leq G_{2 \max} = G_1 \mu_{01} \exp\left(\mu_{02} \frac{\pi}{2}\right) \quad (21)$$

- 2) Bedingung gegen Kippen des Blocks:

$$\frac{a}{b} \leq \frac{1}{\mu_{01}} \leq \frac{G_1}{S_1} \quad (22)$$

Aufgabe 7

(Insgesamt 8 Punkte)

Gegeben ist das Verschiebungsfeld $\mathbf{u}$ in Abhängigkeit von den Koordinaten x, y und z

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2x + y \\ -x + y - z \\ z - 2x \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}$$

- 1) Berechnen Sie den Verschiebungsgradienten $\mathbf{H}$ und zerlegen Sie diesen in einen symmetrischen Anteil $\boldsymbol{\varepsilon}$ und einen schiefsymmetrischen Anteil $\boldsymbol{\Omega}$.

Hinweis:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\mathbf{H} + \mathbf{H}^T), \quad \boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{2} (\mathbf{H} - \mathbf{H}^T)$$

- 2) Berechnen Sie die Spannungsmatrix $\boldsymbol{\sigma}$ mit dem isotropen Hooke'schen Gesetz für den Schubmodul $G = 80 \text{ GPa}$ und die Querkontraktionszahl $\nu = 0,3$. Wie groß ist der hydrostatische Druck p ? Zerlegen Sie die Spannungsmatrix in einen sphärischen Anteil $\boldsymbol{\sigma}^s$ und einen deviatorischen Anteil $\boldsymbol{\sigma}'$.

Aufgabe 7 – Lösung

(Insgesamt 8 Punkte)

- 1) Berechnung von $\mathbf{H}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ und $\boldsymbol{\Omega}$:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3} \quad (23)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}, \quad \boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3} \quad (24)$$

- 2) Berechnung von $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\sigma}^s$ und $\boldsymbol{\sigma}'$:

$$\boldsymbol{\sigma} = 160 \begin{pmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} & 4 \end{pmatrix} \text{ MPa} = \begin{pmatrix} 800 & 0 & -160 \\ 0 & 640 & -80 \\ -160 & -80 & 640 \end{pmatrix} \text{ MPa} \quad (25)$$

$$p = -\frac{2080}{3} \text{ MPa} \approx -693,33 \text{ MPa} \quad (26)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^s = \frac{2080}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ MPa} \approx \begin{pmatrix} 693,33 & 0 & 0 \\ 0 & 693,33 & 0 \\ 0 & 0 & 693,33 \end{pmatrix} \text{ MPa} \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\sigma}' = \begin{pmatrix} \frac{220}{3} & 0 & -160 \\ 0 & -\frac{160}{3} & -80 \\ -160 & -80 & -\frac{160}{3} \end{pmatrix} \text{ MPa} \approx \begin{pmatrix} 106,67 & 0 & -160 \\ 0 & -53,33 & -80 \\ -160 & -80 & -53,33 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

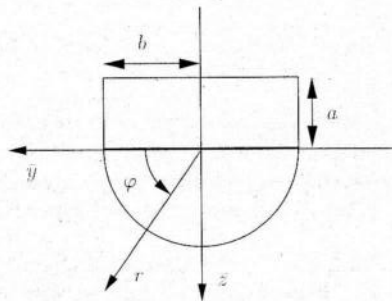
Aufgabe 8

(Insgesamt 13 Punkte)

- 1) Zeichnen Sie den Querschnitt in der y - z -Ebene, dessen Flächenträgheitsmomente im nachfolgenden MAPLE-Code berechnet werden. Die Längen a und b seien bereits in MAPLE als positive Zahlen definiert.

```
> I_1_z_bar := (2*b)^3*a/12;
> I_1_y_bar := (-a/2)^2*(a*2*b) + a^3*(2*b)/12;
> I_2_y_bar := int( int( (r*sin(phi))^2*r ; r=0..b), phi=0..pi);
> I_2_z_bar := int( int( (r*cos(phi))^2*r , r=0..b), phi=0..pi);
> I_gesamt_y_bar := I_1_y_bar + I_2_y_bar;
> I_gesamt_z_bar := I_1_z_bar + I_2_z_bar;
```

Lösung:

Abbildung 8.1: Querschnitt im y - z -System

- 2) Welches in der Vorlesung behandelte mechanische System (beschrieben in einem zugrunde gelegten x - y -Koordinatensystem) wird durch folgende Gleichung in MAPLE-Code beschrieben? Die positiven Zahlen A und B seien in MAPLE bereits definiert. Geben Sie eine präzise kurze Antwort.

```
> gleichung1 := D(D(y))(x) - A/B*sqrt(1+((D(y)(x))^2)) = 0;
```

Lösung: Ideales Seil unter Eigengewicht

- 3) Geben Sie die Gleichungen an, die durch den nachfolgenden MAPLE-Code für das mechanische System eines Balkens der Länge l beschrieben werden. Die positiven Zahlen q_0 und n_0 seien in MAPLE bereits definiert. Die x -Achse zeigt entlang der Balkenachse. Gehen Sie davon aus, dass der Balken statisch bestimmt ist. Zeichnen Sie schließlich das System mit Lagerung und Belastung ein.

```
> gleichung2 := D(Q)(x) + q_0 = 0;
> gleichung3 := Q(l) = 0;
> functionQ :=
    unapply(rhs(dsolve({gleichung2, gleichung3}, Q(x))), x);
> gleichung4 := D(M)(x) = Q(x);
> gleichung5 := M(l) = 0;
> functionM :=
    unapply(rhs(dsolve({gleichung4, gleichung5}, M(x))), x);
> gleichung6 := D(N)(x) = 0;
> gleichung7 := N(l) + n_0 = 0;
> functionN :=
    unapply(rhs(dsolve({gleichung6, gleichung7}, N(x))), x);
```

Lösung:

$$\frac{dQ}{dx} = -q_0, Q(l) = 0, \frac{dM}{dx} = Q(x), M(l) = 0, \frac{dN}{dx} = 0, N(l) = -n_0$$

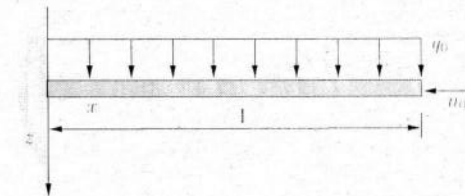


Abbildung 8.2: Balkensystem

4) Gegeben sei ein mechanisches Balkensystem (x -Achse entlang der Balkenachse, kreisförmiger Balkenquerschnitt) der Länge l unter kombinierter Biegebelastung und Torsionsbelastung. Eine Belastung durch ein Einzelmoment M_{T0} bzgl. der x -Achse an der Stelle $x = l/2$ sei bekannt.

4.1) Welche Größe wird durch die nachfolgende Definition in MAPLE beschrieben? Die auftretenden Funktionen $M_y(x)$, $M_{T_I}(x)$, $M_{T_{II}}(x)$, E , I_y , G , I_p seien alle bereits in MAPLE definiert.

```
> Groesse := 1/2*int(M_y(x)^2/(E*I_y), x=0..l)
      + 1/2*int(M_T_I(x)^2/(G*I_p), x=0..l/2)
      + 1/2*int(M_T_II(x)^2/(G*I_p), x=l/2..l):
```

Lösung: Die gesamte Komplementärenergie des Balkens

4.2) Welcher Satz der Mechanik wird in nachfolgender MAPLE-Berechnung verwendet? Welche Größe wird hier berechnet? Geben Sie eine präzise kurze Antwort.

```
> loesung_theta := diff(Groesse, M_T0):
```

Lösung: Verwendet wird der erste Satz von Castigliano. Berechnet wird die Verdrehung an der Stelle $x = l/2$.