

Modulteilprüfung

Technische Mechanik I

Prüfer: Prof. T. Böhlke, Dr.-Ing. T.-A. Langhoff

22. März 2017

11:00 – 12:30 Uhr

Name: _____

Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

MUSTERLÖSUNG

Bitte beachten Sie:

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Bitte geben Sie auf dem Deckblatt sowohl Ihren Namen als auch Ihre Matrikelnummer an.

Beginnen Sie die Lösungen der Aufgaben 1 bis 4 jeweils auf einem neuen Blatt. Nummerieren Sie die Blätter und schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer sowie die Nummer der Aufgabe.

Die Lösung der Aufgabe 5 ist in den Bearbeitungsbogen einzutragen. Beachten Sie auch die Rückseiten der Aufgabenblätter.

Tackern Sie Ihre Zusatzblätter nach Aufgaben sortiert und nummeriert zusammen und heften Sie diese gesammelt hinter die Aufgabenstellung der Klausur. Bitte markieren Sie deutlich die Endergebnisse.

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
Mögliche Punkte	17	14	9	15	8	63
Erreichte Punkte						

Viel Erfolg!

Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

Klausur TM I

Aufgabe 1

(Insgesamt 17 Punkte)

Diese Aufgabe besteht aus einzelnen Teilaufgaben, die unabhängig voneinander sind. **Alle Lösungswege und Lösungen sind auf dem Aufgabenblatt in dem jeweiligen freien Lösungsfeld einzutragen. Angaben, die nicht an den vorgesehenen Stellen gemacht werden, werden nicht gewertet.**

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

- 1.1) Geben Sie die Funktion $q(x)$ der in Abb. 1.1 dargestellten Streckenlast an. Gegeben sind folgende Größen: $q_0 > 0$ und $L > 0$

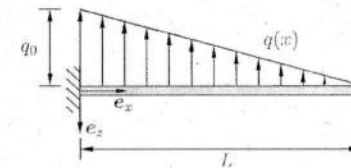


Abbildung 1.1: Dreiecksförmige Streckenlast.

Lösung:

$$q(x) = \frac{q_0}{L}x - q_0 \quad (1.1)$$

- 1.2) Berechnen Sie für die in Abb. 1.2 dargestellte Streckenlast $q(x)$ die resultierende Kraft F_R sowie das resultierende Moment M_{R0} bezüglich des Ursprungs. **Bestimmen Sie das Ergebnis ohne Integration.** Gegeben sind folgende Größen: $q_0 > 0$ und $L > 0$

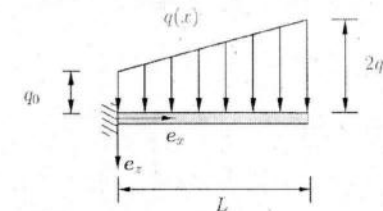


Abbildung 1.2: Durch Streckenlast belasteter, linksseitig eingespannter Balken.

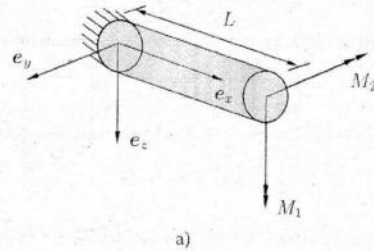
Lösung:

$$F_R = \frac{3}{2}q_0L, \quad M_{R0} = -\frac{5}{6}q_0L^2 \quad (1.2)$$

- 1.3) Die Freikörperbilder für das positive und das negative Schnittufer des mechanischen Systems aus Abb. 1.3a) sind in Abb. 1.3b) bezüglich der x - z -Ebene

und der x - y -Ebene dargestellt. Tragen Sie alle Schnittgrößen am positiven und negativen Schnitthufl in Abb. 1.3b) für die jeweilige Ebene ein.

Gegeben sind folgende Größen: M_1 , M_2 und L



Lösung:

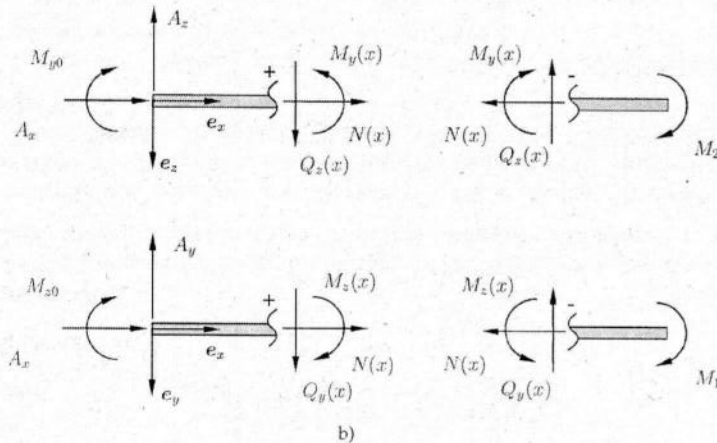


Abbildung 1.3: a) Durch zwei Einzelmomente belasteter, eingespannter Balken. b) Die Freikörperbilder des Balkens in der x - z - und der x - y -Ebene.

1.4) Berechnen Sie für das in Abb. 1.4 dargestellte mechanische System den Querkraftverlauf $Q_z(x)$ und den Schnittmomentenverlauf $M_y(x)$ durch Auswertung der Gleichgewichtsbedingungen. **Verwenden Sie bei Ihrer Lösung keine Schnittgrößendifferentialgleichung und keine Integrale.** Berechnen Sie **keine Lagerreaktionen**. Zeichnen Sie alle benötigten Freikörperbilder.

Gegeben sind folgende Größen: $q_0 > 0$, $L > 0$ und $q(x) = q_0(1 - \frac{x}{L})$.

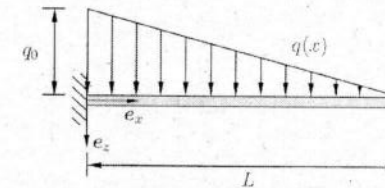


Abbildung 1.4: Durch dreiecksförmige Streckenlast belasteter, linksseitig eingespannter Balken.

Lösung:

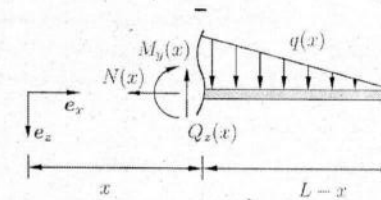


Abbildung 1.5: Zugehöriges Freikörperbild, negatives Schnitthufl.

$$Q_z(x) = \frac{q_0}{2L}(L-x)^2$$

$$M_y(x) = -\frac{q_0}{6L}(L-x)^3$$

1.5) Berechnen Sie den zum vorgegebenen Schnittmomentenverlauf $M_y(x) = M_0 \left(\frac{x}{L}\right)^5 + M_0 \left(1 + \frac{x}{L}\right)^{-1}$ zugehörigen Querkraftverlauf $Q_z(x)$ mithilfe der Schnittgrößendifferentialgleichung.

Gegeben sind folgende Größen: $M_0 > 0$ und $L > 0$

Lösung:

$$Q_z(x) = M_y'(x) = \frac{M_0}{L} \left(5 \left(\frac{x}{L} \right)^4 - \left(1 + \frac{x}{L} \right)^{-2} \right) \quad (1.3)$$

- 1.6) Berechnen Sie für das in Abb. 1.6 dargestellte mechanische System den Querkraftverlauf $Q_z(x)$ durch Auswertung der Gleichgewichtsbedingungen. Geben Sie zudem das Integral zur Berechnung des Schnittmomentenverlaufs mithilfe der Gleichgewichtsbedingung an. **Verwenden Sie bei Ihrer Lösung Integrale. Berechnen Sie keine Lagerreaktionen.** Zeichnen Sie alle benötigten Freikörperbilder.

Gegeben sind folgende Größen: $q_0 > 0$, $L > 0$ und $q(x) = q_0\left(\frac{x}{L} - 1\right)^8$

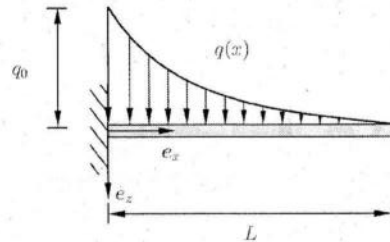


Abbildung 1.6: Durch nichtlineare Streckenlast belasteter, linksseitig eingespannter Balken.

Lösung:

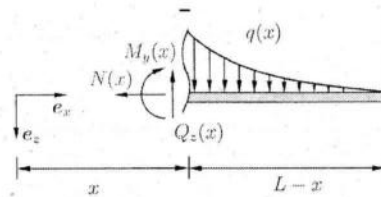


Abbildung 1.7: Zugehöriges Freikörperbild, negatives Schnittufer.

$$Q_z(x) = \int_x^L q(\xi) d\xi = -q_0 \frac{L}{9} \left(\frac{x}{L} - 1\right)^9$$

$$M_y(x) = -q_0 \int_x^L (\xi - x) \left(\frac{\xi}{L} - 1\right)^8 d\xi$$

- 1.7) Geben Sie für das in Abb. 1.8 dargestellte mechanische System die Randbedingungen für die Querkraft $Q_z(x)$ sowie das Biegemoment $M_y(x)$ an den Stellen $x = 0$ und $x = L$ in Abhängigkeit von q_0 und L an. Gegeben sind folgende Größen: $L > 0$ und $q_0 > 0$

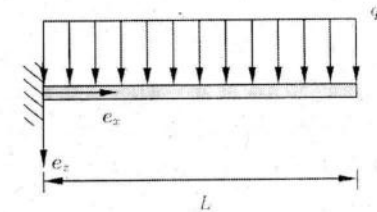


Abbildung 1.8: Durch konstante Streckenlast belasteter Balken.

Lösung:

$$Q_z(0) = q_0 L, \quad Q_z(L) = 0, \quad M_y(0) = -q_0 L^2/2, \quad M_y(L) = 0 \quad (1.4)$$

- 1.8) Berechnen Sie den Normalkraftverlauf $N(x)$ für das in Abb. 1.9 dargestellte mechanische System mithilfe der Schnittgrößendifferentialgleichung. Gegeben sind folgende Größen: $L > 0$, $n_0 > 0$ und $n(x) = n_0\left(1 - \frac{x}{2L}\right)^5$

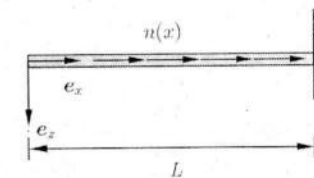


Abbildung 1.9: Durch eine Längskraftdichte belasteter, rechtsseitig eingespannter Balken.

Lösung:

$$N(x) = \frac{n_0 L}{3} \left(1 - \frac{x}{2L}\right)^6 - \frac{n_0 L}{3}$$

- 1.9) Überprüfen Sie für das in Abb. 1.10 dargestellte Fachwerk, ob das notwendige Kriterium für statische Bestimmtheit erfüllt ist. Geben Sie zudem alle Nullstäbe an.

Gegeben sind folgende Größen: F , L_1 und L_2

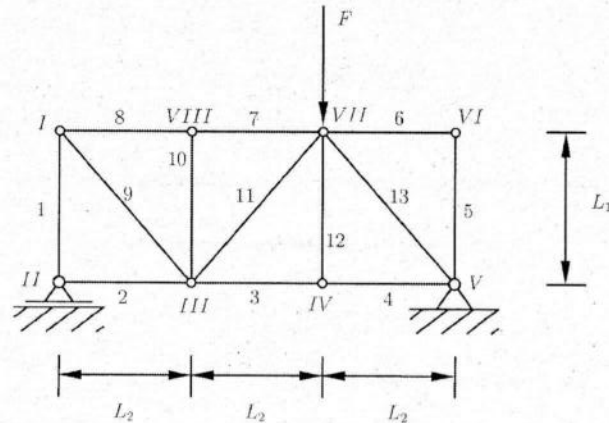


Abbildung 1.10: Durch Fest- und Loslager gelagertes Fachwerk.

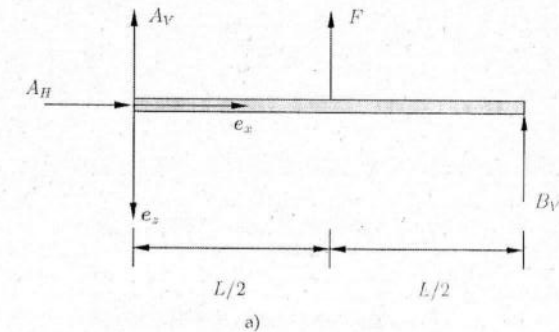
Lösung:

$$n + a_R = 2k \rightarrow 13 + 3 = 2 \cdot 8 \rightarrow \text{notw. Krit. erfüllt.}$$

Nullstäbe: 2, 5, 6, 10, 12

- 1.10) Zeichnen Sie für das in Abb. 1.11a) dargestellte mechanische System **ohne Rechnung** den zugehörigen Verlauf der Querkraft $Q_z(x)$ in das Diagramm in Abb. 1.11b) ein. Geben Sie die Werte der Querkraft an den Rändern explizit an.

Gegeben sind folgende Größen: $A_V = -F/2$, $A_H = 0$, $B_V = -F/2$, $F > 0$ und $L > 0$



Lösung:

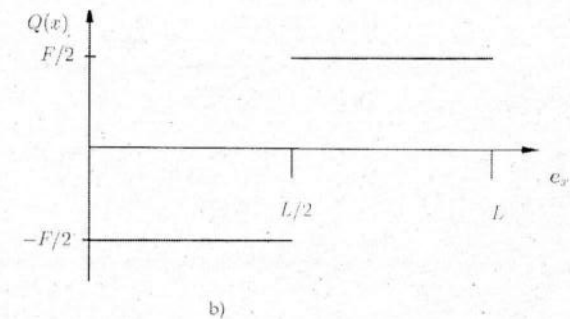


Abbildung 1.11: a) Durch eine Einzelkraft belasteter Balken, linksseitig mit Festlager, rechtsseitig mit Loslager gelagert. b) Diagramm zum Eintragen des Querkraftverlaufs.

Aufgabe 2

(Insgesamt 14 Punkte)

Gegeben ist der in Abb. 2.1a) dargestellte zusammengesetzte Körper, der aus einem Kreiszylinder und einer Halbkugel besteht. Der Zylinder hat den Radius R , die Höhe H und eine inhomogene Massendichte $\rho(z)$. Die Halbkugel hat den Radius R und die homogene Massendichte ρ_0 . Der Verlauf der Massendichte des Zylinders als Funktion der z -Koordinate ist in Abb. 2.1b) grafisch dargestellt. Die Massen des Zylinders m_z und der Halbkugel m_k sind gegeben.

Gegeben sind folgende Größen: R , H , ρ_0 , $m_z = 2\pi H R^2 \rho_0$ und $m_k = \frac{2}{3}\pi R^3 \rho_0$.

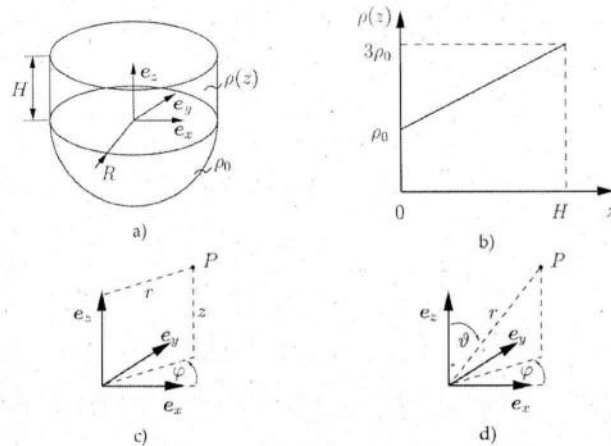


Abbildung 2.1: a) Zusammengesetzte Körper, b) Verlauf der Massendichte des Zylinders $\rho(z)$, c) Zylinderkoordinaten, d) Kugelkoordinaten.

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

- 2.1) Geben Sie die Koordinaten x_m und y_m des Massenmittelpunktes des zusammengesetzten Körpers an und begründen Sie Ihre Angabe.
- 2.2) Geben Sie die Funktion $\rho(z)$ an.
- 2.3) Geben Sie das Integral für die z -Koordinate z_{mz} des Massenmittelpunktes des Zylinders in Zylinderkoordinaten mit den dazugehörigen Integrationsgrenzen an. Setzen Sie den Ausdruck für die Funktion $\rho(z)$ ein. **Führen Sie die Integration nicht aus.** Verwenden Sie die in Abb. 2.1c) angegebene Zylinderkoordinaten φ , r und z .
- 2.4) Berechnen Sie z_{mz} durch Integration. Setzen Sie den gegebenen Ausdruck für m_z ein und vereinfachen Sie das Ergebnis.

- 2.5) Geben Sie das Integral für die z -Koordinate z_{mk} des Massenmittelpunktes der Halbkugel in Kugelkoordinaten mit den dazugehörigen Integrationsgrenzen an. **Führen Sie die Integration nicht aus.** Verwenden Sie die in Abb. 2.1d) angegebenen Kugelkoordinaten φ , r und ϑ .
- 2.6) Berechnen Sie z_{mk} durch Integration. Setzen Sie den gegebenen Ausdruck für m_k ein und vereinfachen Sie das Ergebnis.

Hinweis: $\int \cos(x) \sin(x) dx = \frac{1}{2} \sin^2(x)$, $\int \frac{1}{\cos(x) \sin(x)} dx = \ln(|\tan(x)|)$.

Aufgabe 2 – Musterlösung

(Insgesamt 14 Punkte)

2.1) $x_m = y_m = 0$ aufgrund der z -Achsensymmetrie der Geometrie und der Massenverteilung.

2.2) $\rho(z) = \rho_0 + \frac{2\rho_0}{H}z$

2.3) Formelsammlung, Zylinderkoordinaten: $dV = r \, d\varphi \, dr \, dz$

$$z_{mz} = \frac{1}{m_z} \int_{z=0}^H \int_{r=0}^R \int_{\varphi=0}^{2\pi} z \left(\rho_0 + \frac{2\rho_0}{H}z \right) r \, d\varphi \, dr \, dz \quad (2.1)$$

2.4)

$$z_{mz} = \frac{7}{12}H \quad (2.2)$$

2.5) Formelsammlung, Kugelkoordinaten: $dV = r^2 \sin(\vartheta) \, d\varphi \, dr \, d\vartheta$, $z = r \cos(\vartheta)$

$$z_{mk} = \frac{1}{m_k} \int_{\vartheta=\frac{\pi}{2}}^{\pi} \int_{r=0}^R \int_{\varphi=0}^{2\pi} r \cos(\vartheta) \rho_0 r^2 \sin(\vartheta) \, d\varphi \, dr \, d\vartheta \quad (2.3)$$

2.6)

$$z_{mk} = -\frac{3}{8}R \quad (2.4)$$

Aufgabe 3

(Insgesamt 9 Punkte)

Gegeben ist das in Abb. 3.1 dargestellte System. Die drei Stäbe der Länge l sind an den Punkten B und C gelenkig miteinander verbunden. Das System ist in Punkt A mit einem Festlager und in Punkt D mit einer festen Einspannung fixiert.

Das freie Moment M_0 sowie die Kraft F greifen als äußere Lasten an dem System an. Gegeben sind folgende Größen: l , F und M_0 .

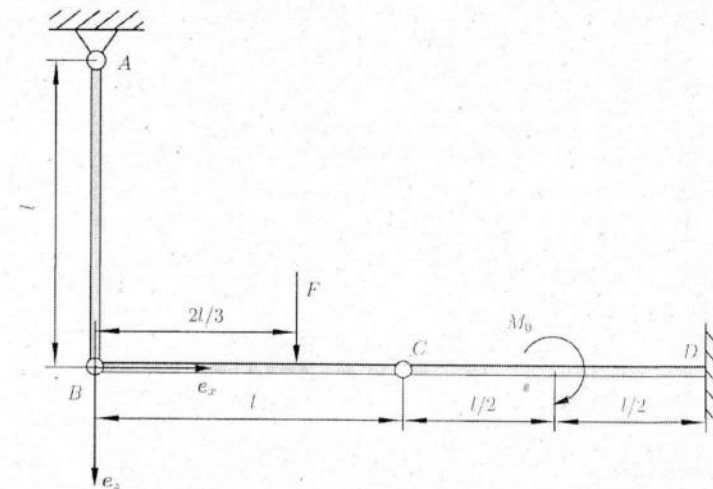


Abbildung 3.1: Drei miteinander gelenkig verbundene Stäbe

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

- 3.1) Berechnen Sie die im Lager A wirkende vertikale Lagerkraft A_v mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebung. Zeichnen Sie hierfür die benötigte virtuelle Rotation bzw. Verschiebung des Systems.
- 3.2) Berechnen Sie die in der Einspannung D wirkende vertikale Reaktionskraft D_v mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebung. Zeichnen Sie hierfür die benötigte virtuelle Rotation bzw. Verschiebung des Systems.
- 3.3) Berechnen Sie das in der Einspannung D wirkende Reaktionsmoment M_D mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebung. Zeichnen Sie hierfür die benötigte virtuelle Rotation bzw. Verschiebung des Systems.

Aufgabe 3 – Musterlösung

(Insgesamt 9 Punkte)

- 3.1) Die unbekannte Lagerkraft A_v lässt sich durch die in Abbildung 3.2 dargestellte virtuelle Verschiebung bestimmen.

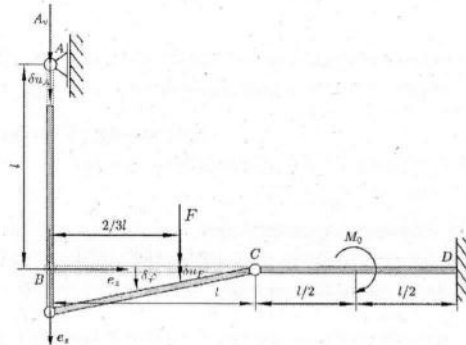


Abbildung 3.2: Virtuelle Verschiebung des Systems zur Bestimmung von A_v

Für die gesuchte Reaktionskraft A_v folgt

$$A_v = -\frac{1}{3}F. \quad (3.1)$$

- 3.2) Die unbekannte Kraft in der Einspannung D_v lässt sich durch die in Abbildung 3.3 dargestellte virtuelle Verschiebung bestimmen.

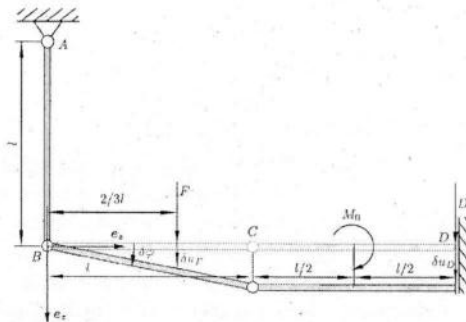


Abbildung 3.3: Virtuelle Verschiebung des Systems zur Bestimmung von D_v

Für die gesuchte Reaktionskraft A_v folgt

$$D_v = -\frac{2}{3}F. \quad (3.2)$$

- 3.3) Das unbekannte Moment in der Einspannung M_D lässt sich durch die in Abbildung 3.4 dargestellte virtuelle Verschiebung bestimmen.

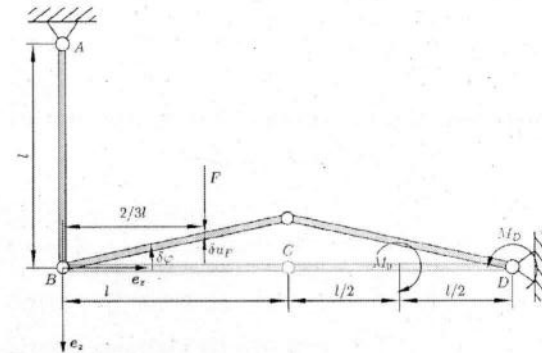


Abbildung 3.4: Virtuelle Verschiebung des Systems zur Bestimmung von M_D

Für das gesuchte Reaktionsmoment M_D folgt

$$M_D = M_0 - \frac{2}{3}Fl. \quad (3.3)$$

Aufgabe 4

(Insgesamt 15 Punkte)

Gegeben ist ein bei $x=0$ fest eingespannter, thermoelastischer Stab der Länge l , der Querschnittsfläche A , mit dem E-Modul E und dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten α . Durch eine inhomogene Dichteverteilung wirkt unter Berücksichtigung der Erdbeschleunigung g eine verteilte Längslast $n(x) = \rho g A(1 + x/l)$ in positive e_x -Richtung. Der Stab wird einem inhomogenen Temperaturfeld $\Delta\theta(x) = ax - \theta_0$ mit der Referenztemperatur θ_0 und einem Koeffizienten a unterworfen.

Gegeben sind folgende Größen: $E, \alpha, A, l, \theta_0, \rho, g, a$ und $n(x)$

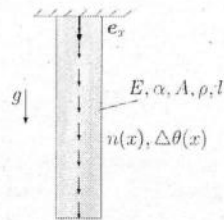


Abbildung 4.1: Einseitig fest eingespannter Stab mit Längslast und Temperaturfeld

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

- 4.1) Berechnen Sie ohne Bestimmung der Auflagerreaktion unter Verwendung der Gleichgewichtsbedingungen die Normalkraft $N(x)$ im Stab.
- 4.2) Geben Sie die thermoelastische Verschiebungsdifferentialgleichung 2. Ordnung unter Verwendung der gegebenen Größen an. Bringen Sie diese anschließend in die Form $u''(x) = k_0 + k_1x$ und geben Sie die Koeffizienten k_0 und k_1 an.

Verwenden Sie für die Aufgabenteile 4.3 - 4.5 $u''(x) = k_0 + k_1x$, ohne die Ergebnisse aus 4.2 einzusetzen.

- 4.3) Berechnen Sie $u'(x)$ durch Integration von $u''(x)$. Geben Sie eine geeignete Randbedingung zur Bestimmung der Integrationskonstanten an und berechnen Sie diese.
- 4.4) Berechnen Sie $u(x)$ durch Integration von $u'(x)$. Geben Sie eine geeignete Randbedingung zur Bestimmung der Integrationskonstanten an und berechnen Sie diese.
- 4.5) Berechnen Sie die Spannung $\sigma(x)$ unter Verwendung des Hooke'schen Gesetzes. Bestimmen Sie unter Verwendung der Ableitung, wo die Spannung maximal ist. Begründen Sie ihre Antwort. Berechnen Sie den Wert der maximalen Spannung.

Aufgabe 4 – Musterlösung

(Insgesamt 15 Punkte)

- 4.1) Zur Berechnung der Normalkraft ohne Bestimmung der Auflagerreaktion wird das negative Schnittufer betrachtet (Freikörperbild nicht zwingenderweise erforderlich!):

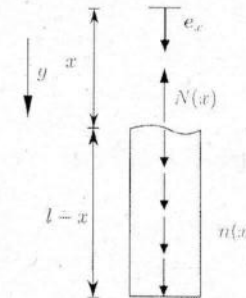


Abbildung 4.2: a) Schnitt negatives Schnittufer

$$N(x) = \frac{\rho_0}{l} A \left(\frac{3}{2} l^2 - lx - \frac{x^2}{2} \right) \quad (4.1)$$

- 4.2) Aufstellen der thermoelastischen Verschiebungsdifferentialgleichung und überführen in die Form $u''(x) = k_1x + k_0$:

$$u''(x) = -\frac{\rho_0 g}{El} (l + x) + \alpha a = k_1x + k_0 \quad k_1 = -\frac{\rho_0 g}{El}, \quad k_0 = \alpha a - \frac{\rho_0 g}{El} \quad (4.2)$$

- 4.3) Berechnen der Gesamtdehnung $u'(x)$:

Integration von $u''(x)$ ergibt:

$$u'(x) = k_1 \frac{x^2}{2} + k_0 x + C \quad (4.3)$$

Da das Ende des Stabes spannungsfrei ist, wird folgende Randbedingung verwendet:

$$E(u'(l) - \alpha \Delta\theta(l)) = 0 \Rightarrow u'(l) = \alpha \Delta\theta(l) \quad (4.4)$$

$$(4.5)$$

Damit ergibt sich C zu:

$$C = \alpha (al - \theta_0) - \frac{k_1 l^2}{2} - k_0 l \quad (4.6)$$

4.4) Berechnen der Verschiebung $u(x)$:Integration von $u'(x)$:

$$u(x) = k_1 \frac{x^3}{6} + k_0 \frac{x^2}{2} + Cx + C_1 \quad (4.7)$$

Durch die Einspannung bei $x = 0$ verschwindet die Verschiebung an dieser Stelle und somit auch die Integrationskonstante.

$$u(x=0) = 0 \quad C_1 = 0. \quad (4.8)$$

Die Verschiebung ergibt sich somit zu:

$$u(x) = k_1 \left(\frac{x^3}{6} - \frac{l^2 x}{2} \right) + k_0 \left(\frac{x^2}{2} - lx \right) + \alpha(al - \theta_0)x \quad (4.9)$$

4.5) Berechnen der Spannung, Bestimmung der maximalen Spannung:

Über das Hooke'sche Gesetz ergibt sich die Spannung unter Verwendung der mechanischen Dehnung zu:

$$\sigma(x) = E(\varepsilon(x) - \alpha \Delta \theta(x)) \quad (4.10)$$

$$= E \left(k_1 \frac{x^2 - l^2}{2} + k_0(x - l) + \alpha a(l - x) \right) \quad (4.11)$$

Bestimmung des Maximalwertes durch Prüfen der ersten und zweiten Ableitung:

$$\sigma'(x) = E(k_1 x + k_0 - \alpha a) \Rightarrow x_{\max} = \frac{-k_0 + a}{k_1} \quad (4.12)$$

$$\sigma''(x) = Ek_1 < 0 \quad (4.13)$$

Maximale Spannung

$$\sigma(x) = E \left(\frac{(a - k_0)^2}{2k_1} - k_1 \frac{l^2}{2} + \frac{k_0(a - k_0)}{k_1} - k_0 l + \alpha(a l + \frac{k_0 - a}{k_1}) \right) \quad (4.14)$$

4.5) Alternative Lösung mit Rückeinsetzen von k_0 und k_1 .

Berechnen der Spannung, Bestimmung der maximalen Spannung:

Über das Hooke'sche Gesetz ergibt sich die Spannung unter Verwendung der mechanischen Dehnung zu:

$$\sigma(x) = E(\varepsilon(x) - \alpha \Delta \theta(x)) \quad (4.15)$$

$$= \frac{\rho_0 g}{2l} (3l^2 - 2lx - x^2) \quad (4.16)$$

Bestimmung des Maximalwertes durch Prüfen der Ableitung und der Randwerte:

$$\sigma'(x) = -\frac{\rho_0 g}{2l} (2l + 2x) \Rightarrow x = -\frac{l}{2} \quad (4.17)$$

$$(4.18)$$

Prüfen der Randwerte:

$$\sigma(l) = 0 \quad \sigma_{\max} = \sigma(0) = \frac{3}{2} \rho_0 g l \quad (4.19)$$

Aufgabe 5 – Musterlösung

(Insgesamt 8 Punkte)

Gegeben ist das in Abb. 5.1 gezeigte dreidimensionale Fachwerk mit abgewinkeltem Balken. Der Aufbau besteht aus geraden Stäben und einem Balken mit konstantem Querschnitt A , die gelenkig verbunden sind. Die Stäbe sind starr und masselos. Der Balken ist homogen und starr. Er besitzt die konstante Massendichte ρ . Die aus der Erdbeschleunigung g resultierende Linienkraftdichte wird mit f_l bezeichnet. Die Knickestelle A des Balkens besitzt den Ortsvektor r_A und der Endpunkt B den Ortsvektor r_B . Am Fachwerk wirken zusätzlich zwei Einzelkräfte F_1 und F_2 , deren Angriffspunkte die Ortsvektoren r_1 und r_2 besitzen. Ein weiterer Punkt 3 besitzt den Ortsvektor r_3 . Der abgewinkelte Balken wird durch die Längskoordinate s parametrisiert. Dessen Teilabschnitte haben die Längen L_1 und L_2 .

Gegeben sind folgende Größen: L_1, L_2, A, ρ und g .

Die entsprechenden, in MAPLE definierten Variablen bzw. Funktionen lauten: $F1, F2, r1, r2, r3, L1$ und $L2$.

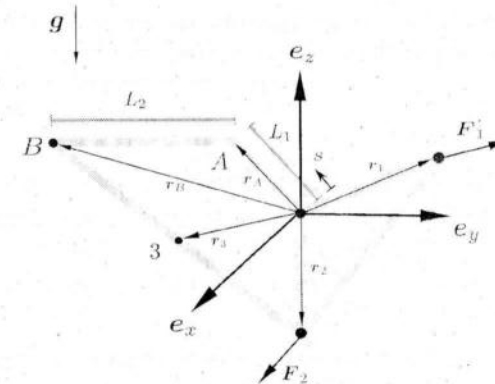


Abbildung 5.1: Fachwerk mit abgewinkeltem Balken

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben und achten Sie dabei auf eine präzise Beantwortung aller Fragen und Aufgabenstellungen.

- 5.1) Die Erdbeschleunigung ist $g = -ge_z$. Geben Sie die Linienkraftdichte f_l und die daraus resultierende Kraft F_{res} auf den Balken in Abhängigkeit der gegebenen Größen an.

Lösung:

$$f_l = -\rho g e_z, \quad (5.1)$$

$$F_{res} = -\rho g (L_1 + L_2) e_z. \quad (5.2)$$

- 5.2) Geben Sie den Ortsvektor $r_{Balken}(s)$ der Balkenpunkte in Abhängigkeit der beiden Ortsvektoren r_A und r_B sowie der Längskoordinate s an. Unterscheiden Sie dabei die Fälle $s \in [0, L_1]$ und $s \in [L_1, L_2]$.

Lösung:

$$r_{Balken}(s) = \begin{cases} (s/L_1) r_A, & s \in [0, L_1] \\ r_A + \frac{s-L_1}{L_2-L_1} (r_B - r_A), & s \in [L_1, L_2] \end{cases} \quad (5.3)$$

- 5.3) $r_{Balken}(s)$ wurde in Teilaufgabe 5.2) berechnet und ist nun in MAPLE als Funktion $r_Balken(s)$ definiert. Welche mechanische Interpretation besitzt die im nachfolgenden MAPLE-Code berechnete Größe $Groesse1$?

```
[> L_ges:=L1+L2;
[> for i from 1 to 3 do
  Groesse1[i] := (1/L_ges) int(r_Balken(s)[i], s=0..L_ges);
end do;
```

Lösung:

Es wird der Linienmittelpunkt des Balken berechnet.

- 5.4) Geben Sie mit Hilfe von $Groesse1$ einen Ausdruck für die Wirkungslinie r_{Wirk} der resultierenden Kraft F_{res} der Linienkraftdichte f_l an. Die Größe $Groesse1$ wurde bereits im Aufgabenteil 5.3) definiert.

Lösung:

Aufgrund der konstanten Massendichte fallen der Volumenmittelpunkt und Massenmittelpunkt zusammen.

$$r_{Wirk}(\lambda) = Groesse1 + \lambda m \frac{F_{res}}{|F_{res}|} \quad (5.4)$$

- 5.5) Die Kraft F_1 soll zum Punkt 3 verschoben werden. Welche mechanische Interpretation besitzt die im nachfolgenden MAPLE-Code berechnete Größe $Groesse2$?

```
[> Groesse2:=crossprod(r1-r3,F1);
```

Lösung:

$Groesse2$

gibt das Versetzungsmoment an, welches hinzugefügt werden muss, damit die Kraftsysteme vor und nach der Verschiebung der Kraft F_1 äquivalent sind.

- 5.6) F_{res} wurde in Teilaufgabe 5.1) berechnet und ist nun in MAPLE als F_{res} definiert. Der Angriffspunkt besitzt den Ortsvektor $Groesse1$. Die Größe $Groesse1$ wurde bereits im Aufgabenteil 5.3) definiert. Welche Werte müssen die im nachfolgenden MAPLE-Code definierten Größen $Groesse4$ und $Groesse6$ haben, wenn es sich um ein ebenes Kraftsystem handelt? Was wird mit diesen beiden Werten jeweils überprüft?

```
[> Groesse3:=crossprod(F1,F2);
[> Groesse4:=dotprod(F_res,Groesse3);
[> Groesse5:=crossprod(r1-Groesse1,r2-Groesse1);
[> Groesse6:=norm(crossprod(Groesse3,Groesse5),2);
```

Lösung:

Beide Werte müssen den Wert Null haben.

Mit $Groesse4$ wird überprüft, ob alle Kräfte in einer gemeinsamen Ebene liegen. $Groesse6$ überprüft zusätzlich, ob die Ebene der Kräfte auch die Ebene der Angriffspunkte ist.