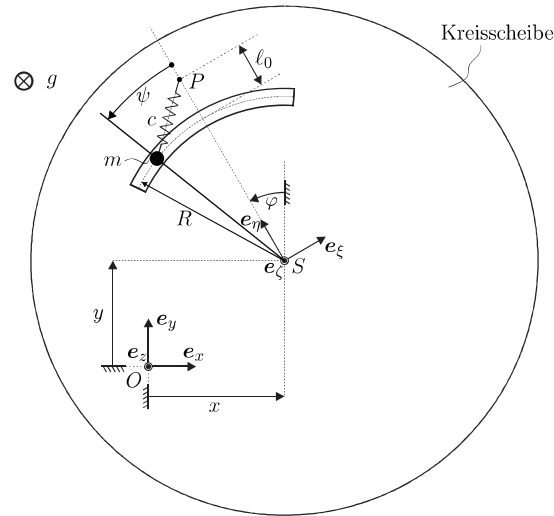


Aufgabe 1

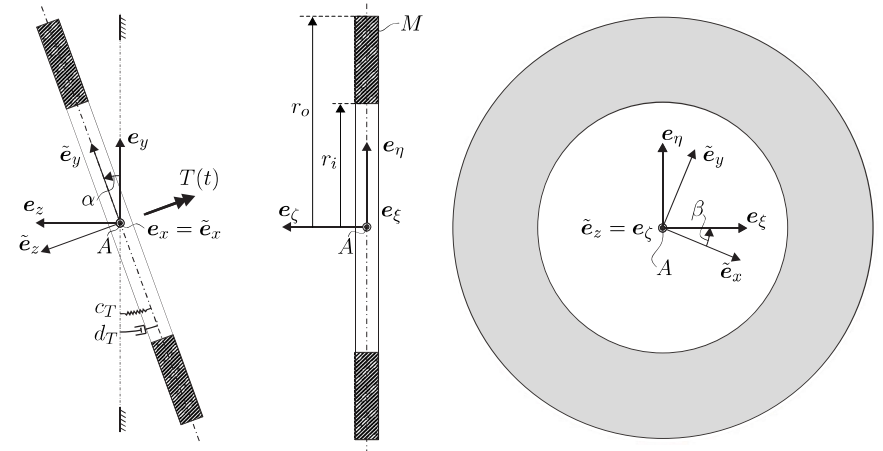


Eine masselose Kreisscheibe kann sich bezüglich des Inertialsystems $\{O, e_x, e_y, e_z\}$ frei in der Ebene bewegen. Im Mittelpunkt S der Kreisscheibe befindet sich das scheibenfeste $\{S, e_\xi, e_\eta, e_\zeta\}$ -Relativsystem. Die Verschiebung des Scheibenmittelpunkts S bezüglich des Inertialsystems wird durch die Koordinaten x und y beschrieben. Zusätzlich wird die Verdrehung der Kreisscheibe durch den Drehwinkel φ beschrieben.

Eine kreisförmige Nut ist im Abstand R zum Punkt S in die Scheibe gefräst. In der Nut kann ein Massenpunkt (Masse m) reibungsfrei gleiten, wobei die Relativbewegung durch den Winkel ψ beschrieben wird.

Der Massenpunkt ist zusätzlich über eine lineare Feder (Federkonstante c) mit dem scheibenfesten Punkt P verbunden. Der Punkt P befindet sich im Abstand $R + \ell_0$ zum Punkt S entlang der e_η -Achse. Die Feder ist für $\psi = 0$ entspannt. Die Erdbeschleunigung g wirkt in negative e_z -Richtung.

Aufgabe 2

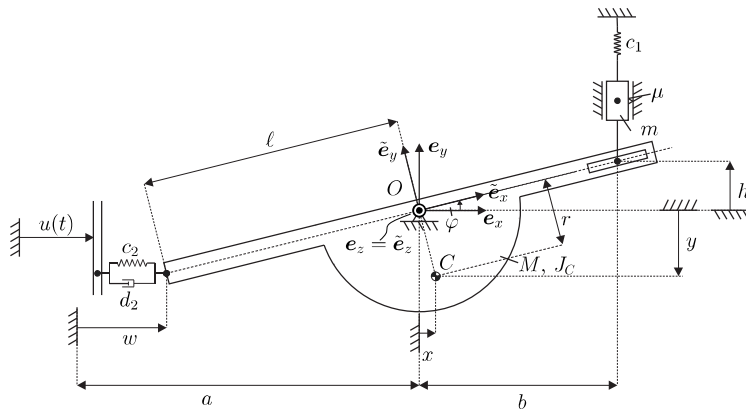


Im Folgenden soll die Dynamik einer Hochprofilfelge eines Laufrades für Rennräder untersucht werden. Die Felge wird über eine homogene, dünne Ringscheibe (Masse M , Innenradius r_i , Außenradius r_o , Mittelpunkt A) modelliert. Die Felge ist zu Testzwecken in einen Rahmen eingespannt, welcher eine Kippung und Drehung im Punkt A mit den Winkeln α und β ermöglicht. Der Rahmen wird als masselos betrachtet und ist in den obigen Skizzen nicht dargestellt.

Der Winkel α beschreibt die Drehung des $\{A, \tilde{e}_x, \tilde{e}_y, \tilde{e}_z\}$ -Systems gegenüber dem inertialfesten $\{A, e_x, e_y, e_z\}$ -System um die e_x -Achse. Der Winkel β beschreibt die Drehung des felgenfesten $\{A, e_\xi, e_\eta, e_\zeta\}$ -Systems gegenüber dem $\{A, \tilde{e}_x, \tilde{e}_y, \tilde{e}_z\}$ -System um die $\tilde{e}_z$ -Achse.

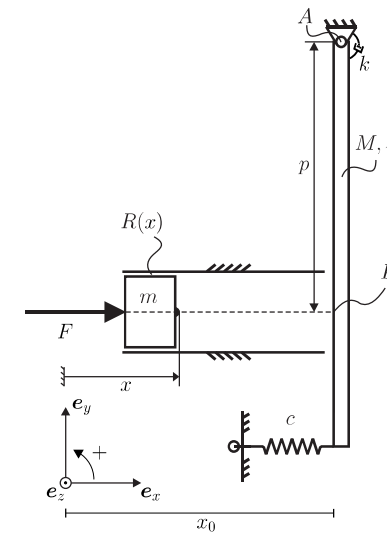
Über die Aufhängung des Rahmens wirken eine lineare Drehfeder (Federkonstante c_T) und ein geschwindigkeitsproportionaler Drehdämpfer (Dämpfungskonstante d_T) um die e_x -Achse auf die Felge. Die Drehfeder ist für $\alpha = 0$ entspannt. Die Felge wird zusätzlich durch ein äußeres Moment $T(t)$ in Rotation versetzt. Der Einfluss der Gravitation wird vernachlässigt.

Aufgabe 3



Gegeben ist ein Einrucksystem einer Kupplung. Es besteht aus einem Hebel der Masse M und mit Massenträgheitsmoment J_C bezüglich seines Massenmittelpunktes C . Der Massenmittelpunkt ist vom fixierten Drehzentrum O des Hebels um die Strecke r in negative $\hat{e}_y$ -Richtung verschoben. Die Verdrehung des Hebels gegenüber dem Inertialsystem $\{O, e_x, e_y, e_z\}$ wird mit φ beschrieben und die Lage des Massenmittelpunktes ist mit x, y bezeichnet. Am linken Ende des Hebels liegt eine Fußpunktanregung über einen geschwindigkeitsproportionalen Dämpfer (Dämpfungskonstante d_2) und eine lineare Feder (Steifigkeit c_2) vor. Die Feder ist für $u(t) = w$ entspannt. Am rechten Ende des Hebels befindet sich eine Führungsschiene, in welcher der Fußpunkt eines Stößels reibungsfrei gleiten kann. Der Stößel selbst (Masse m) bewegt sich in einer vertikalen Führung, in der trockene Coulomb-Reibung (Gleitreibungskoeffizient μ) herrscht. Der Stößel ist über eine lineare Feder (Federkonstante c_1) elastisch gegen die Umgebung abgestützt, die für $h = 0$ spannungslos ist. Der Einfluss der Gravitation ist zu vernachlässigen. Alle weiteren geometrischen Zusammenhänge sind der Skizze zu entnehmen.

Aufgabe 4



Ein als Massenpunkt modellierter Körper (Masse m) wird in einem Rohr durch eine konstante Kraft F angetrieben. Die Bewegung beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$ ohne Anfangsgeschwindigkeit bei $x(t = 0) = 0$. Zwischen der Masse m und dem Rohr wirkt die ortsabhängige Reibungskraft $R = R_0(1 + \gamma x^3)$ unter der Annahme $|R| < F$, wobei R_0 und γ positive Konstanten sind.

Der Massenpunkt prallt am Ende des Rohrs ($x = x_0$) im Punkt K (Abstand p von Punkt A) auf eine homogene, dünne Stange (Masse M , Länge ℓ). Der Stoß wird mit der Stoßzahl $\varepsilon = 0.5$ beschrieben.

Die Stange ist im Punkt A reibungsfrei drehbar gelagert und mittels einer linearen Feder (Federkonstante c) mit der Umgebung verbunden. Die Konstruktion stellt sicher, dass die Feder stets horizontal wirkt. Im Punkt A befindet sich außerdem ein geschwindigkeitsproportionaler Drehdämpfer (Dämpferkonstante k). Die Stange befindet sich zu Beginn in der dargestellten Lage in Ruhe. Der Einfluss der Gewichtskraft ist vernachlässigbar.

Aufgabe 1

- 1.1 Geben Sie den Drehgeschwindigkeitsvektor $\boldsymbol{\omega}$ der Kreisscheibe bezüglich des Inertialsystems an.

$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\varphi} \mathbf{e}_z = \dot{\varphi} \mathbf{e}_\zeta$$

- 1.2 Geben Sie im Sinne der Relativkinematik die Führungsbeschleunigungen $\mathbf{a}_{F,T}$, $\mathbf{a}_{F,R}$ sowie die Coriolisbeschleunigung $\mathbf{a}_{Cor}$ und die Relativbeschleunigung $\mathbf{a}_{rel}$ des Massenpunktes in Abhängigkeit der gegebenen Größen an. Als Relativsystem ist das scheibenfeste $\{S, \mathbf{e}_\xi, \mathbf{e}_\eta, \mathbf{e}_\zeta\}$ zu verwenden. Geben Sie alle Ergebnisse in Abhängigkeit der $\{\mathbf{e}_\xi, \mathbf{e}_\eta, \mathbf{e}_\zeta\}$ -Basisvektoren an.

$$\mathbf{a}_{F,T} = \ddot{x} \mathbf{e}_x + \ddot{y} \mathbf{e}_y$$

$$\text{mit: } \mathbf{e}_x = \cos(\varphi) \mathbf{e}_\xi - \sin(\varphi) \mathbf{e}_\eta$$

$$\text{und: } \mathbf{e}_y = \sin(\varphi) \mathbf{e}_\xi + \cos(\varphi) \mathbf{e}_\eta$$

$$\text{folgt: } \mathbf{a}_{F,T} = (\ddot{x} \cos(\varphi) + \ddot{y} \sin(\varphi)) \mathbf{e}_\xi + (-\ddot{x} \sin(\varphi) + \ddot{y} \cos(\varphi)) \mathbf{e}_\eta$$

$$\mathbf{a}_{F,R} = -R\dot{\varphi}^2(\cos(\psi) \mathbf{e}_\eta - \sin(\psi) \mathbf{e}_\xi) + R\ddot{\varphi}(-\sin(\psi) \mathbf{e}_\eta - \cos(\psi) \mathbf{e}_\xi)$$

$$\mathbf{a}_{rel} = -R\dot{\psi}^2(\cos(\psi) \mathbf{e}_\eta - \sin(\psi) \mathbf{e}_\xi) + R\ddot{\psi}(-\sin(\psi) \mathbf{e}_\eta - \cos(\psi) \mathbf{e}_\xi)$$

$$\mathbf{a}_{cor} = -2R\dot{\psi}\dot{\varphi}(\cos(\psi) \mathbf{e}_\eta - \sin(\psi) \mathbf{e}_\xi)$$

- 1.3 Geben Sie den Verbindungsvektor $\mathbf{r}_{SP}$ vom Punkt S zum Punkt P und den Verbindungsvektor $\mathbf{r}_{sm}$ vom Punkt S zum Massenpunkt m bezüglich der $\{\mathbf{e}_\xi, \mathbf{e}_\eta, \mathbf{e}_\zeta\}$ -Basisvektoren an. Nutzen Sie Ihr Ergebnis, um den Betrag F_c der auf den Massenpunkt wirkenden Federkraft zu bestimmen.

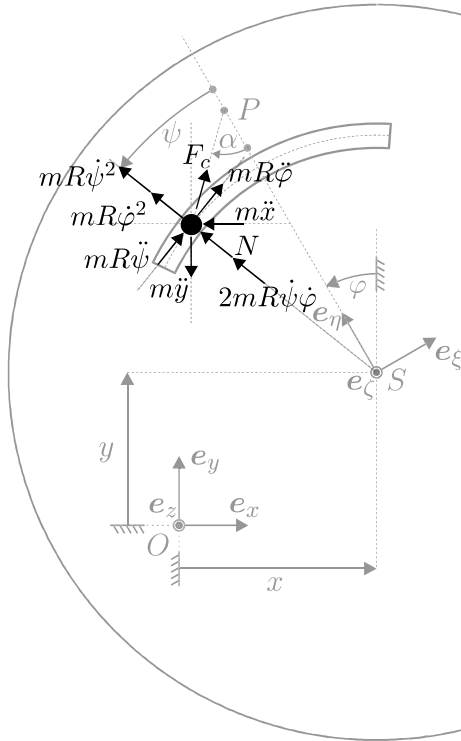
$$\mathbf{r}_{SP} = (R + \ell_0) \mathbf{e}_\eta$$

$$\mathbf{r}_{sm} = R \cos(\psi) \mathbf{e}_\eta - R \sin(\psi) \mathbf{e}_\xi$$

$$F_c = c(\|\mathbf{r}_{SP} - \mathbf{r}_{sm}\| - \ell_0) = c(\sqrt{(R \sin(\psi))^2 + (R + \ell_0 - R \cos(\psi))^2} - \ell_0)$$

Im Folgenden können der Betrag F_c der Federkraft und der Winkel α , unter dem die Feder bezüglich der Verbindungslinie SP wirkt, als gegeben angenommen werden. Setzen Sie nicht ihr Ergebnis aus Teilaufgabe 1.3 ein.

- 1.4 Schneiden Sie den Massenpunkt frei und tragen Sie alle in der Ebene wirkenden Kräfte im Sinne d'Alemberts in die gegebene Skizze ein.



- 1.5 Geben Sie eine Bewegungsgleichung und die Zwangskraftgleichung für den Massenpunkt an.

Bwg.-gl.: $0 = mR(\ddot{\psi} + \ddot{\varphi}) - m\ddot{x} \cos(\varphi + \psi) - m\ddot{y} \sin(\varphi + \psi) + F_c \sin(\psi + \alpha)$

Zw.-gl.: $N = -mR(\dot{\psi}^2 + \dot{\varphi}^2) - 2mR\dot{\psi}\dot{\varphi} - m\ddot{x} \sin(\psi + \varphi) + m\ddot{y} \cos(\psi + \varphi) - F_c \cos(\psi + \alpha)$

Aufgabe 2

- 2.1 Geben Sie für den Massenträgheitstensor Θ^A der Felge im Punkt A die Komponente $\tilde{\Theta}_{\xi\xi}^A$ bezüglich der folgenfesten $\{e_\xi, e_\eta, e_\zeta\}$ -Basis an. Das Ergebnis darf nur von den gegebenen Systemparametern abhängen.

$$\begin{aligned} \rho_A &= \frac{M}{\pi(r_0^2 - r_i^2)} \\ J_{\text{gesamt}} &= \frac{1}{4} M_{\text{gesamt}} r_0^2 = \frac{1}{4} \rho_A r_0^2 \pi r_0^2 \\ J_{\text{innen}} &= \frac{1}{4} M_{\text{innen}} r_i^2 = \frac{1}{4} \rho_A r_i^2 \pi r_i^2 \\ J_{\xi\xi} &= \tilde{\Theta}_{\xi\xi}^A = J_{\text{gesamt}} - J_{\text{innen}} = \frac{1}{4} \rho_A \pi (r_0^4 - r_i^4) \\ &= \frac{1}{4} M \frac{r_0^4 - r_i^4}{r_0^2 - r_i^2} \\ &= \frac{1}{4} (r_0^2 + r_i^2) \end{aligned}$$

Nehmen Sie für die weitere Rechnung an, dass die Komponenten des Massenträgheitstensors der Felge im Punkt A ausgedrückt in der Basis $\{e_\xi, e_\eta, e_\zeta\}$ gegeben sind durch

$$[\tilde{\Theta}_{ij}^A] = \begin{bmatrix} J_t & 0 & 0 \\ 0 & J_t & 0 \\ 0 & 0 & J_p \end{bmatrix}.$$

- 2.2 Bestimmen Sie den Drehgeschwindigkeitsvektor ω der Felge bezüglich des Inertialsystems. Geben Sie Ihr Ergebnis in Abhängigkeit der $\{e_\xi, e_\eta, e_\zeta\}$ -Basisvektoren an.

$$\begin{aligned} \omega &= \dot{\alpha} \tilde{e}_x + \dot{\beta} e_\zeta \\ \text{mit: } \tilde{e}_x &= \cos(\beta) e_\xi - \sin(\beta) e_\eta \\ \omega &= \dot{\alpha} \cos(\beta) e_\xi - \dot{\alpha} \sin(\beta) e_\eta + \dot{\beta} e_\zeta \end{aligned}$$

Name: Matrikelnummer:

5

2.3 Bestimmen Sie den Drall $\mathbf{D}^A$ der Felge bezüglich A .

$$\mathbf{D}^A = \boldsymbol{\Theta}^A \cdot \boldsymbol{\omega} = J_t \dot{\alpha} \cos(\beta) \mathbf{e}_\xi - J_t \dot{\alpha} \sin(\beta) \mathbf{e}_\eta + J_p \dot{\beta} \mathbf{e}_\zeta$$

2.4 Bilden Sie die Zeitableitung des Dralls $\dot{\mathbf{D}}^A$ und drücken Sie das Ergebnis in den $\{\tilde{\mathbf{e}}_x, \tilde{\mathbf{e}}_y, \tilde{\mathbf{e}}_z\}$ -Basisvektoren aus.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{D}}^A = & (J_t \ddot{\alpha} \cos(\beta) - J_t \dot{\alpha} \sin(\beta) \dot{\beta}) \mathbf{e}_\xi + (-J_t \ddot{\alpha} \sin(\beta) - J_t \dot{\alpha} \cos(\beta) \dot{\beta}) \mathbf{e}_\eta \\ & + (J_p \ddot{\beta}) \mathbf{e}_\zeta + J_t \dot{\alpha} \cos(\beta) \dot{\mathbf{e}}_\xi - J_t \dot{\alpha} \sin(\beta) \dot{\mathbf{e}}_\eta + J_p \dot{\beta} \dot{\mathbf{e}}_\zeta \end{aligned}$$

$$\dot{\mathbf{e}}_\xi = \dot{\alpha} \sin(\beta) \mathbf{e}_\zeta + \dot{\beta} \mathbf{e}_\eta$$

$$\dot{\mathbf{e}}_\eta = \dot{\alpha} \cos(\beta) \mathbf{e}_\zeta - \dot{\beta} \mathbf{e}_\xi$$

$$\dot{\mathbf{e}}_\zeta = -\dot{\alpha} \cos(\beta) \mathbf{e}_\eta - \dot{\alpha} \sin(\beta) \mathbf{e}_\xi$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{D}}^A = & (J_t \ddot{\alpha} \cos(\beta) - J_p \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin(\beta)) \mathbf{e}_\xi + (-J_t \ddot{\alpha} \sin(\beta) - J_p \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos(\beta)) \mathbf{e}_\eta \\ & + J_p \ddot{\beta} \mathbf{e}_\zeta \end{aligned}$$

$$\mathbf{e}_\xi = \cos(\beta) \tilde{\mathbf{e}}_x + \sin(\beta) \tilde{\mathbf{e}}_y$$

$$\mathbf{e}_\eta = -\sin(\beta) \tilde{\mathbf{e}}_x + \cos(\beta) \tilde{\mathbf{e}}_y$$

$$\mathbf{e}_\zeta = \tilde{\mathbf{e}}_z$$

$$\dot{\mathbf{D}}^A = J_t \ddot{\alpha} \tilde{\mathbf{e}}_x - J_p \dot{\alpha} \dot{\beta} \tilde{\mathbf{e}}_y + J_p \ddot{\beta} \tilde{\mathbf{e}}_z$$

Name: Matrikelnummer:

6

2.5 Geben Sie den Vektor $\mathbf{M}^A$ der auf die Felge bezüglich des Punktes A wirkenden äußeren Momente inklusive wirkender Reaktionsmomente an. Drücken Sie das Ergebnis in den $\{\tilde{\mathbf{e}}_x, \tilde{\mathbf{e}}_y, \tilde{\mathbf{e}}_z\}$ -Basisvektoren aus.

$$\mathbf{M}^A = -(c_T \alpha + d_T \dot{\alpha}) \tilde{\mathbf{e}}_x + M_{\tilde{y}} \tilde{\mathbf{e}}_y - T(t) \tilde{\mathbf{e}}_z$$

Name: Matrikelnummer:

7

2.6 Werten Sie den Drallsatz für die Felge aus und geben Sie die Bewegungsgleichungen und Zwangskraftgleichung der Felge an.

$$\dot{\mathbf{D}}^A = \mathbf{M}^A$$

$$J_t \ddot{\alpha} + d_T \dot{\alpha} + c_T \alpha = 0 \quad (1. \text{ Bewegungsgleichung})$$

$$J_p \ddot{\beta} = -T(t) \quad (2. \text{ Bewegungsgleichung})$$

$$M_{\tilde{y}} = -J_p \dot{\alpha} \dot{\beta} \quad (\text{Zwangskraftgleichung})$$

Name: Matrikelnummer:

8

Aufgabe 3

3.1 Wie viele Freiheitsgrade besitzt das System?

1 Freiheitsgrad: φ

3.2 Bestimmen Sie die kinematischen Zusammenhänge $h(\varphi)$ und $w(\varphi)$. Bestimmen Sie ebenfalls $x(\varphi)$ und $y(\varphi)$.

$$h = b \tan(\varphi)$$

$$w = a - \ell \cos(\varphi)$$

$$x = r \sin(\varphi)$$

$$y = r \cos(\varphi)$$

3.3 Geben Sie die kinetische Energie E sowie die potentielle Energie V des Systems an. Formulieren Sie die Lagrange Funktion L in Abhängigkeit von φ und $\dot{\varphi}$. Vereinfachen Sie die Ausdrücke soweit wie möglich.

Hinweis: $\frac{d}{dx} \tan(x) = 1 + \tan^2(x)$

$$E = \frac{1}{2} J_C \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} M (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} m \dot{h}^2 = \frac{1}{2} J_C \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} M r^2 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m \dot{h}^2$$

$$\text{mit } \dot{h} = b \dot{\varphi} (1 + \tan^2(\varphi))$$

$$V = \frac{1}{2} c_1 h^2 + \frac{1}{2} c_2 (w - u)^2 = \frac{1}{2} c_1 b^2 \tan^2(\varphi) + \frac{1}{2} c_2 (a - \ell \cos(\varphi) - u)^2$$

$$L = E - V$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} J_C \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} M r^2 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m b^2 \dot{\varphi}^2 (1 + \tan^2(\varphi))^2 - \frac{1}{2} c_1 b^2 \tan^2(\varphi) \\ &\quad - \frac{1}{2} c_2 (a - \ell \cos(\varphi) - u)^2 \end{aligned}$$

Name:

Matrikelnummer:

9

3.4 Bestimmen Sie die Variation der Arbeit δW der potentiallosen Kräfte. Geben Sie diese in Abhängigkeit von φ , $\dot{\varphi}$ und $\delta\varphi$ an. Die Normalkraft zwischen Stößel und Führung ist durch F_N vorgegeben und muss nicht explizit aus einem Kräftegleichgewicht berechnet werden.

$$\begin{aligned}\delta W &= -d_2(\dot{w} - \dot{u})\delta w - \mu F_N \delta h \\ &= -d_2(\ell \dot{\varphi} \sin(\varphi) - \dot{u})\ell \sin(\varphi)\delta\varphi - \mu F_N b(1 + \tan^2(\varphi))\delta\varphi\end{aligned}$$

Name:

Matrikelnummer:

10

3.5 Geben Sie die Ausdrücke $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}$, $\frac{\partial L}{\partial \varphi}$ und die generalisierte Kraft Q_φ^d an. Sie brauchen diese nicht explizit in die Lagrangeschen Gleichungen 2. Art einzusetzen.

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = J_C \dot{\varphi} + Mr^2 \dot{\varphi} + mb^2 \dot{\varphi} (1 + \tan^2(\varphi))^2$$

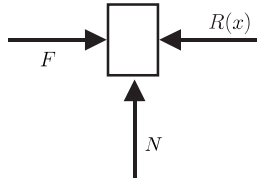
$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} &= J_C \ddot{\varphi} + Mr^2 \ddot{\varphi} + mb^2 [\ddot{\varphi} (1 + \tan^2(\varphi))^2 \\ &\quad + 2\dot{\varphi} (1 + \tan^2(\varphi))(2 \tan(\varphi))(1 + \tan^2(\varphi))\dot{\varphi}] \\ &= J_C \ddot{\varphi} + Mr^2 \ddot{\varphi} + mb^2 (\ddot{\varphi} + 4\dot{\varphi}^2 \tan(\varphi))(1 + \tan^2(\varphi))^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \varphi} &= mb^2 \dot{\varphi}^2 (1 + \tan^2(\varphi))(2 \tan(\varphi))(1 + \tan^2(\varphi)) - c_1 b^2 \tan(\varphi)(1 + \tan^2(\varphi)) \\ &\quad - c_2 (a - \ell \cos(\varphi) - u)(\ell \sin(\varphi)) \\ &= 2mb^2 \dot{\varphi}^2 (1 + \tan^2(\varphi))^2 \tan(\varphi) - c_1 b^2 \tan(\varphi)(1 + \tan^2(\varphi)) \\ &\quad - c_2 \ell \sin(\varphi)(a - \ell \cos(\varphi) - u)\end{aligned}$$

$$Q_\varphi^d = -d_2(\ell \dot{\varphi} \sin(\varphi) - \dot{u})\ell \sin(\varphi) - \mu F_N b(1 + \tan^2(\varphi))$$

Aufgabe 4

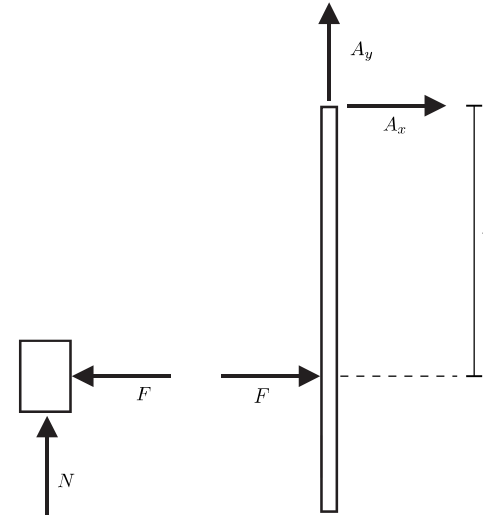
- 4.1 Bestimmen Sie mit Hilfe des Arbeitssatzes den Betrag v der Geschwindigkeit, mit welcher der Massenpunkt auf die Stange trifft. Zeichnen Sie zunächst einen Freischnitt des Massenpunktes nach Newton und tragen Sie alle wirkenden Kräfte ein.



$$\begin{aligned}
 W &= E_1 - E_0 = E_1 = \frac{1}{2}mv^2 \\
 W &= \int_0^{x_0} F - R(x) dx \text{ mit } R(x) = R_0(1 + \gamma x^3) \\
 &= [Fx - R_0(x + \frac{1}{4}\gamma x^4)]_0^{x_0} \\
 &= Fx_0 - R_0(x_0 + \frac{1}{4}\gamma x_0^4) \\
 \rightarrow v &= \sqrt{\frac{2}{m}(Fx_0 - R_0(x_0 + \frac{1}{4}\gamma x_0^4))}
 \end{aligned}$$

Für die folgenden Aufgaben gilt für die Geschwindigkeit des Massenpunktes unmittelbar vor dem Stoß $\mathbf{v}(t_A) = v\mathbf{e}_x$. Setzen Sie das Ergebnis aus 4.1 **nicht** ein.

- 4.2 Schneiden Sie den Massenpunkt und die Stange zum Stoßzeitpunkt einzeln frei und zeichnen Sie ausschließlich die **stoßrelevanten** Kräfte ein.



- 4.3 Stellen Sie die für den Stoß relevanten integralen Formen von Massenmittelpunktsatz und Drallsatz auf.

$$\begin{aligned}
 -\hat{F} &= m(v(t_E) - v) \\
 \hat{F}p &= \frac{M\ell^2}{3}(\omega(t_E) - 0) \\
 \hat{A}_x + \hat{F} &= M(v_C(t_E) - 0) = M\frac{\ell}{2}\omega(t_E)
 \end{aligned}$$

4.4 Berechnen Sie die Geschwindigkeit $v(t_E)$ ($\mathbf{v}(t_E) = v(t_E)\mathbf{e}_x$) des Massenkpunktes und die Drehgeschwindigkeit $\omega(t_E)$ ($\boldsymbol{\omega}(t_E) = \omega(t_E)\mathbf{e}_z$) der Stange nach dem Stoß in Abhängigkeit von v .

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{1}{2} = -\frac{v(t_E) - \omega(t_E)p}{v - 0} \\ v(t_E) &= \omega(t_E)p - \frac{1}{2}v \\ -\hat{F} &= m(\omega(t_E)p - \frac{1}{2}v - v) \\ \text{aus 4.3: } \hat{F}p &= \frac{M\ell^2}{3}\omega(t_E) \\ \rightarrow \hat{F} &= \frac{1}{p}\frac{M\ell^2}{3}\omega(t_E) \\ -\frac{M\ell^2}{3}\omega(t_E) &= m(\omega(t_E)p^2 - \frac{3}{2}vp) \\ (-\frac{M\ell^2}{3} - mp^2)\omega(t_E) &= -\frac{3}{2}vpm \\ \rightarrow \omega(t_E) &= \frac{\frac{3}{2}vpm}{\frac{M\ell^2}{3} + mp^2} \\ v(t_E) &= \frac{\frac{3}{2}vp^2m}{\frac{M\ell^2}{3} + mp^2} - \frac{1}{2}v = \frac{mp^2v - \frac{M\ell^2}{6}v}{\frac{M\ell^2}{3} + mp^2}\end{aligned}$$

4.5 Bestimmen Sie den Abstand p des Kontaktpunktes K von Punkt A so, dass während des Stoßes das Lager A keine Kraft aufnehmen muss.

$$\begin{aligned}\hat{A}_x &\stackrel{!}{=} 0 \rightarrow \hat{F} = M\frac{\ell}{2}\omega(t_E) \\ \frac{1}{p}\frac{M\ell^2}{3}\omega(t_E) &= M\frac{\ell}{2}\omega(t_E) \\ \rightarrow p &= \frac{2}{3}\ell\end{aligned}$$