

Ilias

- Vorlesung: Bernd Pilawa (Physik-Hochhaus (30.23) Raum 1-15, bernd.pilawa@kit.edu, Tel. 43452)
- Übung: Dr. Jan Voss
- Alle Informationen finden Sie auf Ilias: <https://ilias.studium.kit.edu/...>
Magazin > Organisationseinheiten > KIT-Fakultät für Physik > SS 2023 > 4040411 – Wellen und Quantenphysik (für Maschinenbauer)
- Literatur: z.B. Paul A. Tipler: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure (Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg · Berlin · Oxford)

Wellen und Quantenphysik

1. Eigenschaften von Wellen

2. Interferenz und Beugung

3. Relativitätstheorie

4. Welle-Teilchen Dualismus

5. Atome

6. Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

Wellen und Quantenphysik

1. Eigenschaften von Wellen

2. Interferenz und Beugung

3. Relativitätstheorie

4. Welle-Teilchen Dualismus

5. Atome

6. Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

Eigenschaften von Wellen



Video: ([Wasserwelle.mp4](#))

Eigenschaften von Wellen

Kommentar

Unter Wellen werden in der Physik laufende Anregungen verstanden, die Energie, Impuls oder eine andere physikalische Größe transportieren können.

Zur Illustration zeigt das Video die Anregung einer Wasseroberfläche durch einen fallenden Stein.

Die Anregung, d.h. die Wasserwelle bewegt sich kreisförmig von der Einschlagstelle weg und transportiert einen Teil der kinetischen Energie des Steins zu weiter entfernten Orten.

Da reale Wellen normalerweise ziemlich komplex sind, werden in der ersten Vorlesung Wellen so abstrahiert, dass die grundlegenden Zusammenhänge sichtbar werden.

Eindimensionale Wellengleichung

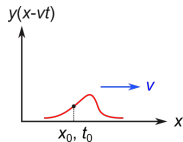
Eigenschaften von Wellen

- **Eindimensionale Wellengleichung**
- Reflexion und Transmission
- Stehende Wellen
- Dreidimensionale Wellen
- Schallwellen
- Elektromagnetische Wellen

Eindimensionale Wellengleichung 1

Eine Welle, die sich mit der Geschwindigkeit v entlang der x -Achse ausbreitet, wird durch eine Funktion mit dem Argument $x - vt$ beschrieben

$$f(x, t) = f(x - vt)$$



(Ondepressive.mp4)

Befindet sich der markiert Punkt zur Zeit t_0 am Ort x_0 , dann hat das Argument der Wellenfunktion z.B. den Wert A

$$\underline{x_0 - vt_0 = A}$$

Zu einem späteren Zeitpunkt t befindet sich der Punkt mit dem Argument A am Ort

$$\underline{x = vt + A}$$

Eindimensionale Wellengleichung 1:

Kommentar 1

Da die Beschreibung realer Wellen kompliziert ist, beschränkt man sich zum Einstieg zunächst auf eine Raumdimension.

Die Funktion, welche die Gestalt der Welle beschreibt, kann zunächst beliebig sein.

Wichtig ist das Argument der Funktion: $x - vt$.

Eine Funktion mit diesem Argument beschreibt eine laufende Anregung.

Die Animation zeigt die Bewegung einer Funktion mit diesem Argument.

Hat das Argument der Wellenfunktion zur Zeit t_0 am Ort x_0 z.B. den Wert A , dann findet man den Punkt mit dem Argument A zu einer späteren Zeit am Ort $x = vt + A$.

Eindimensionale Wellengleichung 2

Mit den Ableitungen

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f''$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 f''$$

ergibt sich die eindimensionale Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

Bem.: Natürlich gibt es auch andere Differentialgleichungen, die Wellenfunktionen als Lösungen haben. Die obige Differentialgleichung ergibt sich jedoch aus den Gleichungen der klassischen Mechanik und Elektrodynamik und ist deshalb besonders wichtig.

Eindimensionale Wellengleichung 2:

Kommentar 1

Ausgehend von dieser Funktion kann die Wellengleichung aufgestellt werden.

Die Wellengleichung ist eine Differentialgleichung, deren Lösungen Wellenfunktionen sind.

Wird die Wellenfunktion partiell nach dem Ort abgeleitet, so entspricht das der einfachen Ableitung der Funktion f .

Entsprechend entspricht die zweite partielle Ableitung nach dem Ort der zweifachen Ableitung der Funktion f .

Wird die Wellenfunktion partiell nach der Zeit abgeleitet, so muss die Kettenregel verwendet werden und vor die Ableitung der Funktion f tritt die Geschwindigkeit - versehen mit einem Minus-Zeichen.

Eindimensionale Wellengleichung 2:

Kommentar 2

Bei der zweiten partiellen Ableitung nach der Zeit, ergibt sich die zweite Ableitung der Funktion f multipliziert mit dem Quadrat der Geschwindigkeit.

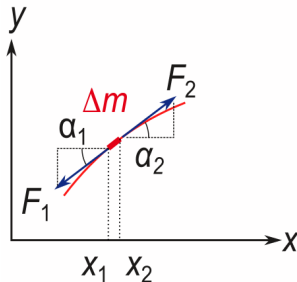
Die partiellen Ableitungen können zur Wellengleichung kombiniert werden.

Natürlich gibt es auch andere Differentialgleichungen, die Wellenfunktionen als Lösungen haben.

Die obige Differentialgleichung ergibt sich jedoch sowohl aus der Newtonschen Bewegungsleichung der klassischen Mechanik als auch aus den Maxwell-Gleichungen der Elektrodynamik und ist deshalb besonders wichtig.

Die Schrödinger-Gleichung, welche die Grundgleichung der Quantenphysik ist, hat eine etwas andere Gestalt und ebenfalls Wellenfunktionen als Lösung.

Eindimensionale Wellengleichung 3: Beispiel: Seilwelle



Kräfte die links und rechts an Δm angreifen

$$F_{1y} = -F_{1x} \tan \alpha_1 = -F_{1x} \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x_1}$$

$$F_{2y} = F_{2x} \tan \alpha_2 = F_{2x} \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x_2}$$

Eindimensionale Wellengleichung 3: Kommentar

Als erstes Beispiel soll eine Welle auf einem gespannten Seil betrachtet werden.

In der Abbildung zeigt die rote Linie einen Ausschnitt des Seils.

Die Auslenkung wird durch die Funktion $y(x, t)$ beschrieben.

Der dick markierte Bereich bezeichnet ein Massenelement Δm an das links und rechts die Kräfte F_1 und F_2 angreifen.

Diese Kräfte können immer nur tangential zum Seil wirken.

Die Ableitung der Auslenkung y ergibt den Tangens des Steigungswinkels α_1 am Ort x_1 und α_2 am Ort x_2 .

Damit ergeben sich die angegebenen Formeln für die vertikalen Kräfte F_{1y} und F_{2y} .

Eindimensionale Wellengleichung 4: Beispiel: Seilwelle

Die Newtonsche Bewegungsgleichung ist

$$\Delta m \ddot{\vec{r}} = \vec{F}$$

mit der Näherung $F_{1x} = F_{2x} = F_0 = \text{Spannkraft}$ ergibt sich die

Newtonsche Bewegungsgleichung

$$\Delta m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F_{1y} + F_{2y} = F_0 \left(\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x_2} - \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x_1} \right)$$

$$\mu = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta x}$$

Massenbelegung

und

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\left(\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x_2} - \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x_1} \right)}{\Delta x}$$

Eindimensionale Wellengleichung 4:

Kommentar 1

Mit den Kräften, die am Massenelement Δm wirken, kann die Newtonsche Bewegungsgleichung aufgeschrieben werden.

Nun wird angenommen, dass die Auslenkung des Seils so klein ist, dass die horizontalen Kraftkomponenten F_{x1} und F_{x2} immer der Spannkraft des nicht ausgelenkten Seils F_0 entsprechen.

D.h. die Kräfte heben sich in horizontaler Richtung auf und das Massenelement bewegt sich nur entlang der y -Achse auf und ab.

Damit ergibt sich die rot unterstrichene Newtonsche Bewegungsgleichung.

Eindimensionale Wellengleichung 4:

Kommentar 2

Wird diese Gleichung durch den Abstand zwischen x_2 und x_1 - also Δx - dividiert und der Grenzübergang Δx gegen Null gebildet, so ergibt sich für die Masse die sogenannte Massenbelegung μ und mit den Ableitungen auf der rechten Seite die zweite partielle Ableitung nach dem Ort.

Eindimensionale Wellengleichung 5: Beispiel: Seilwelle

es ergibt sich die Wellengleichung

$$\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Die Geschwindigkeit der Welle ist

$$v = \sqrt{\frac{F_0}{\mu}}$$

Eindimensionale Wellengleichung 5: Kommentar

Damit ergibt sich aus der Newtonschen Bewegungsgleichung die Wellengleichung für die Auslenkung $y(x, t)$ eines gespannten Seils.

Mit der Wellengleichung findet man auch die Formel für die Geschwindigkeit der Welle $v = \sqrt{\frac{F_0}{\mu}}$.

Eindimensionale Wellengleichung 6: Harmonische Wellen

Die Wellenfunktion $f(x, t) = f(x - vt)$ kann mittels einer Fouriertransformation in harmonische Wellen, d.h. sinusförmige Wellen zerlegt werden



(HarmonischeWelle.mp4)

Eine harmonische Welle wird charakterisiert durch die

- Wellenlänge λ : Abstand Wellenberg zu Wellenberg und die
- Periodendauer T einer lokalen Schwingung

Eindimensionale Wellengleichung 6: Kommentar

Üblicherweise kann für die Wellenfunktion f eine Fourier-Transformation durchgeführt werden, d.h. sie kann durch ein Integral über Sinus-Funktion beschrieben werden.

Das folgende Video zeigt eine sogenannte harmonische Welle auf einer Kette gekoppelter Pendel.

Eine harmonische Welle wird durch eine Sinus-Funktion beschrieben. Die charakteristischen Größen sind die Wellenlänge λ und die Periodendauer einer lokalen Pendelschwingung T .

Die Wellenlänge λ bezeichnet den Abstand von Maximum zu Maximum bzw. Minimum zu Minimum.

Eindimensionale Wellengleichung 7: Harmonische Wellen

Die Wellenfunktion einer harmonischen Welle ist z.B.

$$f(x, t) = f(x - vt) = f_0 \sin(kx - \omega t + \varphi_0)$$

Dabei bezeichnet k die Wellenzahl

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

und ω die Kreisfrequenz

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Eindimensionale Wellengleichung 7: Kommentar

Das Argument der Sinus-Funktionen ist die Phase.

Der Sinus ist bekanntlich eine periodische Funktion und der Funktionswert wiederholt sich, wenn zur Phase ein Vielfaches von 2π addiert wird.

Bei einer harmonischen Welle bestimmt der Ort x und die Zeit t die Phase.

Zu diesem Zweck wird die Wellenzahl $2\pi/\lambda$ und die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi/T$ eingeführt, so dass sich die Funktionswerte wiederholen, wenn zum Ort x ein Vielfaches der Wellenlänge und zur Zeit t ein Vielfaches der Periodendauer addiert wird.

Eindimensionale Wellengleichung 8: Harmonische Wellen

$$\varphi = kx - \omega t = k\left(x - \frac{\omega}{k}t\right)$$

Die Geschwindigkeit der harmonischen Welle ist die Phasengeschwindigkeit.

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu$$

Frequenz:

$$\nu = T^{-1}$$

Einheit der Frequenz: Hz

Eindimensionale Wellengleichung 8: Kommentar

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer harmonischen Welle wird Phasengeschwindigkeit genannt.

Die Phasengeschwindigkeit ergibt sich, wenn im Argument der harmonischen Welle die Wellenzahl ausgeklammert wird.

Es ergibt sich die erste rot umrandete Formel.

Der Kehrwert der Periodendauer ist die Frequenz der Welle.

Die Einheit $1/s$ ist für die Kreisfrequenz ω reserviert.

Die Einheit der Frequenz ist zwar ebenfalls $1/s$, wird aber mit dem Namen Hertz bezeichnet.

Eindimensionale Wellengleichung 9: Harmonische Wellen

Da es sich mit Exponentialfunktionen besser rechnen lässt als mit sin- bzw. cos-Funktionen, wird häufig die komplexe e-Funktion verwendet

$$f(x, t) = f_0 \exp[i(kx - \omega t)] = f_0 \{ \cos(kx - \omega t) + i \sin(kx - \omega t) \}$$

Da physikalische Größen reell sind, muss im Ergebnis nur der Realteil verwendet werden.

Die Amplitude f_0 kann komplex sein und eine zusätzliche Phase φ_0 enthalten.

Eindimensionale Wellengleichung 10: Harmonische Wellen

Dispersion: In der Regel ist der lineare Zusammenhang $\omega = vk$ zu einfach. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit hängt von der Wellenlänge bzw. der Wellenzahl der Welle ab, und die Kreisfrequenz ist nicht einfach eine lineare Funktion der Wellenzahl.

Video: ([DispersionWasserwellen.mp4](#))



Eindimensionale Wellengleichung 10:

Kommentar 1

Abschließend möchte ich noch einmal auf das 1. Video mit der Wasserwelle und das Video mit der Pendelkette zurückkommen.

Die Pendelkette wird quasi harmonisch von Hand mit einer bestimmten Periodendauer bzw. Frequenz angeregt und es ergibt sich eine harmonische Welle.

Die Wasserwelle im ersten Video wird durch einen fallenden Stein pulsartig angeregt. Für den Puls kann eine Fourier-Transformation durchgeführt werden, und man erkennt, dass die Wasserwelle durch ein ganzes Frequenzspektrum angeregt wird.

Die angeregte Wasserwelle setzt sich entsprechend aus vielen harmonischen Wellen unterschiedlicher Frequenz zusammen.

Eindimensionale Wellengleichung 10:

Kommentar 2

Das Video auf dieser Folie zeigt eine Wasserwelle, die über einen etwas längeren Zeitraum beobachtet wird.

Man erkennt, dass die langen Wellen früher am Ufer ankommen als die kurzen.

Offensichtlich ist bei Wasser die Phasengeschwindigkeit keine Konstante, sondern nimmt mit der Wellenlänge zu.

In der Regel ist der lineare Zusammenhang $v = \omega/k = \text{konstant}$ zu einfach.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit hängt von der Wellenlänge ab, d.h. $v = v(\lambda)$.

Dieses Phänomen wird Dispersion genannt.

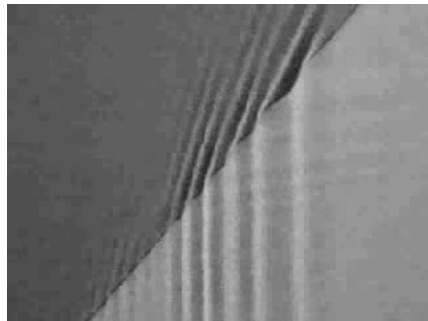
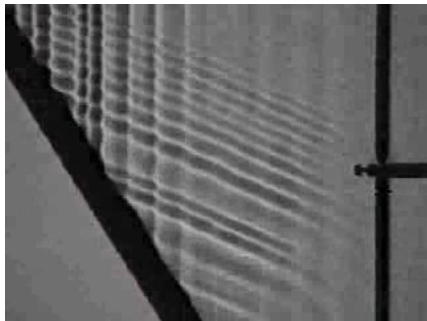
Reflexion und Transmission

Eigenschaften von Wellen

- Eindimensionale Wellengleichung
- **Reflexion und Transmission**
- Stehende Wellen
- Dreidimensionale Wellen
- Schallwellen
- Elektromagnetische Wellen

Reflexion und Transmission 1

Reflexion und Transmission sind ein allgemeines Wellenphänomen. Die folgenden Videos zeigen als Beispiel Reflexion und Transmission von Wasserwellen.



Reflexion und Transmission 1:

Kommentar 1

Reflexion und Transmission sind ein allgemeines Wellenphänomen.

Das erste Video zeigen die Reflexion von Wasserwellen an einer Barriere in einer Wellenwanne. Die Wellen werden durch ein schwingendes Paddel erzeugt.

Das zweite Video zeigt die Transmission von Wasserwellen in einer Wellenwanne. Dabei wird ausgenutzt, dass die Geschwindigkeit von Flachwasserwellen stark von der Wassertiefe abhängt. Durch eine Plexiglasplatte im Wasser kann die Wasserhöhe reduziert werden und dadurch die Transmission von einem Bereich mit der Geschwindigkeit v_1 in einen Bereich mit der Geschwindigkeit v_2 gezeigt werden.

Bei der Transmission ändert die transmittierte Welle häufig die Ausbreitungsrichtung.

Reflexion und Transmission 1:

Kommentar 2

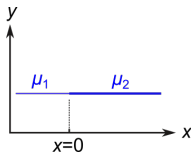
Dieser Effekt wird „Brechung“ genannt und später noch genauer behandelt.

Die Videos zeigen auch den Effekt der Dispersion. Die kurzen Wellenlängen laufen den langen Wellen davon.

Offensichtlich hängt auch der Effekt der Dispersion entscheidend von der Wassertiefe ab.

Reflexion und Transmission 2 (bei Seilwellen)

Der Verknüpfungspunkt der Seile mit den Massenbelegungen $\mu_{1,2}$ wird zur Vereinfachung der Rechnung bei $x = 0$ gewählt.



einlaufende, transmittierte und reflektierte Welle

$$y_e = y_0 e^{i(k_1 x - \omega t)}$$

$$y_t = t y_0 e^{i(k_2 x - \omega t)}$$

$$y_r = r y_0 e^{i(-k_1 x - \omega t)}$$

Reflexion und Transmission 2

Kommentar 1

Leider ist auch die Beschreibung von Reflexion und Transmission im allgemeinen eine komplizierte Angelegenheit.

Deshalb soll im folgenden wieder der eindimensionale Fall am Beispiel von zwei verknüpften Seilen betrachtet werden.

Es zeigt sich, dass die Ergebnisse allgemein sind und nicht nur bei Seilen gelten.

Entsprechende Formeln ergeben sich z.B. in der Optik und der Elektrotechnik.

Die Abbildung zeigt die Verknüpfung von zwei Seilen mit den Massenbelegungen μ_1 und μ_2 .

Um zusätzliche Phasenfaktoren zu vermeiden, wird als Ort der Verknüpfung $x = 0$ gewählt.

Reflexion und Transmission 2

Kommentar 2

Die erste Gleichung beschreibt eine harmonische Welle, die von der linken Seite kommt und zu positiven x -Werten propagiert. Die Wellenzahl wird mit k_1 bezeichnet.

Die zweite Gleichung beschreibt eine Welle, die auf dem Seil mit der Massenbelegung μ_2 propagiert. Die Geschwindigkeit dieser Welle und somit auch die Wellenlänge haben sich im Vergleich zur Welle auf Seil 1 geändert. Die geänderte Wellenzahl wird mit k_2 bezeichnet. Zudem hat diese Welle eine andere Amplitude als die Welle auf Seil 1, was durch den Transmissionskoeffizienten der Amplitude t berücksichtigt wird.

Die dritte Gleichung beschreibt die reflektierte Welle. Bei der Reflexion ändert sich die Amplitude, was durch den Reflexionskoeffizienten r berücksichtigt wird. Außerdem ändert sich die Richtung der Welle. Sie läuft nun zu negativen x -Werten, was durch ein Minuszeichen vor der Wellenzahl berücksichtigt wird.

Reflexion und Transmission 2

Kommentar 3

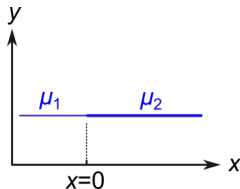
Grundsätzlich könnte auch das Vorzeichen vor der Kreisfrequenz ω geändert werden. Das erscheint naheliegender, da ursprünglich die Geschwindigkeit mit der Zeit verknüpft war.

Es zeigt sich jedoch in drei Dimensionen, dass die Wellenzahl zum Wellenzahlvektor verallgemeinert wird.

Da der Wellenzahlvektor die Ausbreitungsrichtung der Welle angibt, ist es sinnvoll auch in einer Dimension die umgekehrte Richtung durch ein negatives Vorzeichen der Wellenzahl zu berücksichtigen.

Der Betrag der Wellenzahl ändert sich natürlich nicht, da die reflektierte Welle auf dem Seil der einlaufenden Welle propagiert.

Reflexion und Transmission 3 (bei Seilwellen)



Am Verknüpfungspunkt gelten die Randbedingungen

$$y_e(x=0, t) + y_r(x=0, t) = y_t(x=0, t) \rightarrow 1 + r = t$$

$$\left. \frac{\partial y_e(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} + \left. \frac{\partial y_r(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial y_t(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} \rightarrow k_1 - k_1 r = k_2 t$$

Reflexion und Transmission 3

Kommentar

Der Reflexionskoeffizient und Transmissionskoeffizient kann durch die Randbedingungen am Verknüpfungspunkt bestimmt werden.

Die erste Bedingung besagt, dass die Amplitude der Welle links und rechts vom Verknüpfungspunkt gleich sein muss.

Die zweite Bedingung besagt, dass die Steigung der Wellenfunktion links und rechts vom Verknüpfungspunkt wegen dem Newtonschen Prinzip: - Kraft gleich Gegenkraft - gleich sein muss. Diese Bedingung kann auch anhand der Newtonschen Bewegungsgleichung eingesehen werden. Für einen Punkt ist das Massenelement Δm gleich Null. Da die Spannkraft $F_0 \neq 0$ ist, müssen die Ableitungen links und rechts vom Verknüpfungspunkt gleich sein, da sich andernfalls die Kräfte nicht kompensieren und sich eine unendlich große Beschleunigung des Verknüpfungspunktes ergeben würde.

Reflexion und Transmission 4 (bei Seilwellen)

Reflexionskoeffizient der Amplitude

$$r = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}$$

Transmissionskoeffizient der Amplitude

$$t = 1 + r = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}$$

Bem.: Diese Formeln sind ziemlich allgemein. Z.B. gilt bei Lichtwellen, wenn sie senkrecht auf eine Oberfläche treffen mit $v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$ (c : Lichtgeschwindigkeit und n : Brechzahl) $k \propto n$, d.h. $r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$ und $t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$. Bei der Reflexion in elektrischen Leitungen gilt $r = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$, wobei $Z_{1,2}$ die Impedanzen der Kabel sind.

Reflexion und Transmission 4

Kommentar

Eine kleine Rechnung führt auf die Formeln für den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten.

Diese Formeln sind allgemeiner, als man zunächst erwarten würde:

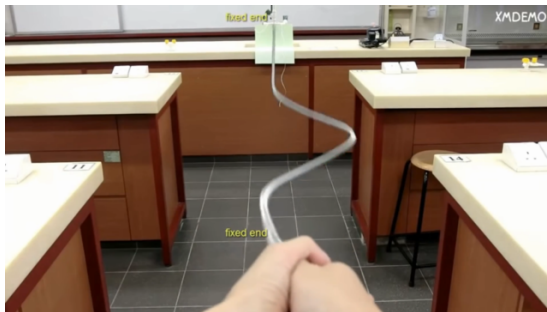
Trifft z. B. eine Lichtwelle in einem Medium mit der Brechzahl n_1 senkrecht auf ein Medium mit der Brechzahl n_2 , so ändert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Lichtwelle. Da sich die Frequenz der Lichtwelle bei der Reflexion und Transmission nicht ändert, erkennt man, dass die Wellenzahl proportional zum Brechungsindex ist. Die Formeln für den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten schreiben sich statt mit den Wellenzahlen entsprechend mit den Brechungsindizes.

Ebenso hängt die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen auf elektrischen Kabel von der Impedanz der Kabel ab und die Formeln schreiben sich analog mit den Impedanzen der verknüpften Kabel.

Reflexion und Transmission 5 (bei Seilwellen)

Reflexion an einem festen Ende: Es gilt $\mu_2 \rightarrow \infty$ bzw. $v_2 \rightarrow 0$, d.h. $\lambda_2 \rightarrow 0$ bzw. $k_2 \rightarrow \infty$.

$$r = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \rightarrow -1$$



Reflexion und Transmission 5

Kommentar

Zwei Spezialfälle sind besonders wichtig: Die Reflexion am festen Ende und die Reflexion am offenen Ende.

Bei der Reflexion am festen Ende ist das Seil fest mit einer Wand verbunden. Die Masse und entsprechend die Massenbelegung wird sehr groß bzw. divergiert. Dadurch sinkt die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle in der Wand auf Null und damit die Wellenlänge. Die Wellenzahl k_2 divergiert und der Reflexionskoeffizient geht gegen -1 .

Die Welle wechselt bei der Reflexion am festen Ende das Vorzeichen.

Reflexion und Transmission 6 (bei Seilwellen)

Reflexion an einem offenen Ende: Es gilt $\mu_2 \rightarrow 0$ bzw. $v_2 \rightarrow \infty$, d.h. $\lambda_2 \rightarrow \infty$ bzw. $k_2 \rightarrow 0$.

$$r = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \rightarrow +1$$

Merke

- Bei der Reflexion an einem festen Ende wechselt die Amplitude das Vorzeichen.
- Bei der Reflexion an einem offenen Ende wechselt die Amplitude das Vorzeichen nicht!

Reflexion und Transmission 6

Kommentar

Beim offenen Ende ist die Massenbelegung des zweiten Seils sehr klein und geht gegen Null. Dadurch werden die Ausbreitungsgeschwindigkeit und die Wellenlänge sehr groß.

Die Wellenzahl k_2 geht gegen Null und der Reflexionskoeffizient gegen +1.

Das Vorzeichen der Welle ändert sich bei der Reflexion am offenen Ende nicht.

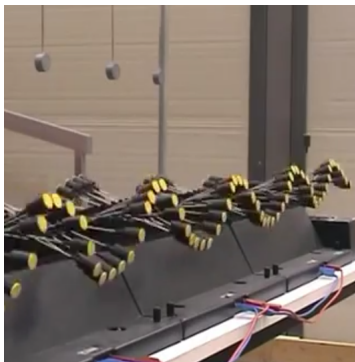
Stehende Wellen

Eigenschaften von Wellen

- Eindimensionale Wellengleichung
- Reflexion und Transmission
- **Stehende Wellen**
- Dreidimensionale Wellen
- Schallwellen
- Elektromagnetische Wellen

Stehende Wellen 1

Allgemein gilt, dass sich eine stehende Welle ausbildet, wenn eine einlaufende harmonische Welle mit der reflektierten Welle überlagert wird.



(laufendeWelleundreflektierteWelle.mp4)

Stehende Wellen 1

Kommentar

Stehende Wellen ergeben sich, wenn eine einlaufende harmonische Welle mit der reflektierten Welle überlagert wird.

Das kann man schön an einer Kette gekoppelter Pendel beobachten.

Stehende Wellen 2: vollständige Reflexion am festen Ende

$$y = y_e + y_r = y_0 \left\{ e^{i(kx - \omega t)} - e^{i(-kx - \omega t)} \right\} = y_0 2i \sin(kx) e^{-i\omega t}$$

und für den Realteil (y_0 sei reell)

$$\text{Re}(y) = 2y_0 \sin(kx) \sin(\omega t)$$

(Reflexion bei $x = 0$)

Nullstellen ergeben sich für

$$kx = n\pi = \frac{2\pi}{\lambda}x \rightarrow x_n = n\frac{\lambda}{2}, \quad n = 0, -1, -2, \dots$$

Stehende Wellen 2

Kommentar

Zuerst die Reflexion an einem festen Ende.

Die Addition der einlaufenden und reflektierten Welle ergibt, dass die räumliche Variation und die zeitliche Variation in verschiedenen Funktionen auftreten.

Die räumliche Variation ist einfach durch $\sin(kx)$ gegeben.

Die Nullstellen sind durch die Bedingung $k_x = n\pi$ festgelegt, so dass die Nullstellen ein Vielfaches von $\lambda/2$ vom Punkt der Reflexion entfernt sind.

Stehende Wellen 3: vollständige Reflexion am offenen Ende

$$y = y_e + y_r = y_0 \left\{ e^{i(kx - \omega t)} + e^{i(-kx - \omega t)} \right\} = y_0 2 \cos(kx) e^{-i\omega t}$$

und für den Realteil (y_0 sei reell)

$$\text{Re}(y) = 2y_0 \cos(kx) \cos(\omega t)$$

(Reflexion bei $x = 0$)

Die Nullstellen der Amplitude ergeben sich am offenen Ende bei

$$\underline{kx = \frac{\pi}{2} + n\pi = \frac{\pi}{2} (1 + 2n)}$$

d.h.

$$kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{2} (1 + 2n) \rightarrow x_n = \frac{\lambda}{4} (1 + 2n), \quad n = -1, -2, ..$$

Stehende Wellen 3

Kommentar

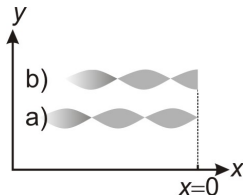
Erfolgt die Reflexion an einem offenen Ende, dann ergibt sich für die räumliche Variation die Funktion $\cos(kx)$.

Die Nullstellen ergeben sich, wenn das Argument kx den Wert $\pi/2$ plus ein Vielfaches von π annimmt.

Die erste Nullstelle tritt im Abstand $\lambda/4$ vom Reflexionspunkt auf.

Alle weiteren folgenden dann im einem Abstand von $\lambda/2$.

Stehende Wellen 4



Eine stehende Welle, die sich bei der Reflexion an einem festen Ende (a) bzw. an einem offenen Ende (b) ausbildet

In räumlich begrenzten Strukturen können stehende Wellen Resonanzen ausbilden

Die Resonanzfrequenz ergibt sich aus der Wellenlänge λ_n mit der Formel

$$v = \frac{\omega}{k} = \nu \lambda$$

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n}$$

Stehende Wellen 4

Kommentar

In der Abbildung deuten die grauen Bereiche z.B. die Auslenkung der Pendel an. Stehende Wellen haben die Eigenschaft, dass sie die Energie der Einlaufenden Welle aufsammeln und Resonanzen ausbilden können.

Das kann geschehen, wenn Wellen sich nur in einem endlichen Raumbereich ausbreiten können, z.B. auf Seilen, elektrischen Kabeln, elektromagnetische Wellenleiter etc. .

Ergeben sich Resonanzen, dann berechnet sich die Resonanzfrequenzen aus der Wellenlänge λ_n der stehenden Welle mit der Formel $\nu = \nu_n \lambda_n$.

Die Wellenlänge λ_n wird dabei durch die Abmessungen des endlichen „Resonantors“ bestimmt.

Das folgende Video zeigt, wie sich Resonanzen bzw. stehende Wellen auf einer Seilwellenmaschine aufbauen.

Stehende Wellen 5: Resonanzen



(StehendeSeilwelle2.mp4)

Stehende Wellen 5

Kommentar

Der Exzenter rotiert mit einer festen Frequenz ν_0 .

Bezeichnet L die Seillänge, dann ist die Resonanzbedingung

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \quad \text{mit} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

Mit $\nu_0 \cdot \lambda_n = v_n = \sqrt{F_n/\mu}$ ergibt sich für die Kraft

$$\sqrt{F_n} = \nu_0 \cdot \lambda_n \cdot \sqrt{\mu} = \nu_0 \cdot \frac{2L}{n} \cdot \sqrt{\mu}$$

also

$$F_n = \frac{F_0}{n^2} \quad \text{mit} \quad F_0 = (\nu_0 \cdot 2L)^2 \cdot \mu$$

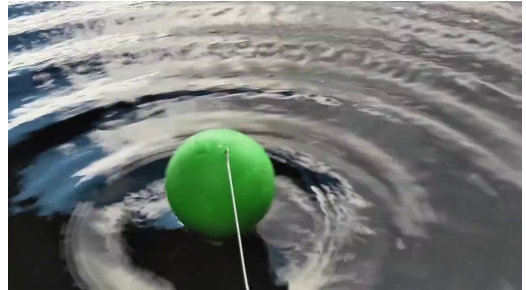
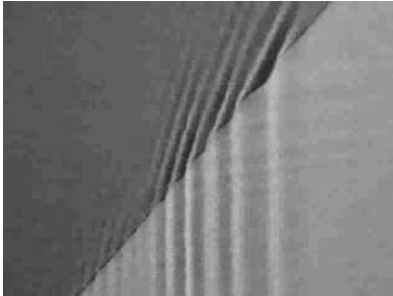
Dreidimensionale Wellen

Eigenschaften von Wellen

- Eindimensionale Wellengleichung
- Reflexion und Transmission
- Stehende Wellen
- **Dreidimensionale Wellen**
- Schallwellen
- Elektromagnetische Wellen

Dreidimensionale Wellen 1

Wasserwellen



Entlang der linearen bzw. kreisförmigen Wellenfront ist die Phase der Welle konstant.

Dreidimensionale Wellen 1

Kommentar

Die beiden Bilder zeigen Oberflächenwellen von Wasser.

Im linken Bild wird die Wasseroberfläche durch ein gerades Paddel zu Schwingungen angeregt und es bilden sich gerade parallele Wellenfronten aus.

Im rechten Bild wird die Wasseroberfläche durch einen Ball punktförmig angeregt und es bilden sich kreisförmige Wellenfronten aus.

Nimmt man nun an, dass es sich bei den angeregten Wasserwellen um harmonische Wellen handelt, dann ändert sich die Phase um 2π , wenn man senkrecht von Wellenfront zu Wellenfront geht.

Entlang der linearen bzw. kreisförmigen Wellenfront ist die Phase der Welle konstant.

Dreidimensionale Wellen 2

In drei Dimensionen erweitert sich die lineare Wellenfront zu einer ebenen Wellenfront und die kreisförmige Wellenfront zu einer kugelförmigen Wellenfront.

In einer ebenen bzw. kugelförmigen Wellenfront ist die Phase der Welle konstant.

Die Phase $\varphi = kx - \omega t$ der eindimensionalen Welle erweitert sich im Fall der ebenen Wellenfront zu einer Ebenengleichung

$$\varphi = \vec{k} \vec{r} - \omega t$$

Für eine Kugelwelle ist die Phase

$$\varphi = kr - \omega t$$

r bezeichnet den Abstand zur Kugelmittle.

Dreidimensionale Wellen 2

Kommentar

In drei Dimensionen erweitert sich die lineare Wellenfront zu einer ebenen Wellenfront und die kreisförmige Wellenfront zu einer kugelförmigen Wellenfront.

Die Phase ist in einer Wellenfront eine Konstante und die Phase $\varphi = kx - \omega t$ der eindimensionalen Welle erweitert sich im Fall der ebenen Wellenfront zu einer Ebenengleichung $\varphi = \vec{k}\vec{r} - \omega t$.

Bei der Kugelwelle bleibt es bei der eindimensionalen Phasengleichung, da die einzige relevante Variable der Abstand r zur Kugelmitte ist.

Dreidimensionale Wellen 3: Die ebene Welle

Für die Phase einer ebenen Welle gilt

$$\varphi = \vec{k}\vec{r} - \omega t$$

Hat die Phase am Ort $\vec{r}_0$ zur Zeit t_0 den Wert φ_0 , dann haben auch alle Orte mit

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}_\perp$$

und $\vec{r}_\perp \perp \vec{k}$ den gleichen Wert der Phase

Bei einer ebenen Welle

- erweitert sich die Wellenzahl zum Wellenzahlvektor $\vec{k}$
- der Wellenzahlvektor $\vec{k}$ steht senkrecht auf den Ebenen konstanter Phase.

Dreidimensionale Wellen 3:

Kommentar

Da ebene Wellen sehr wichtig sind, soll ausdrücklich auf die besondere Form der Phase hingewiesen werden.

Wird die Phase an einem Ort $\vec{r}_0$ zur Zeit t_0 betrachtet, dann ergibt sich aus der Gleichung, dass auch alle Ort die gleiche Phase haben, die sich aus dem Vektor $\vec{r}_0$ plus einem zusätzlichen Vektor ergeben, wenn dieser zusätzliche Vektor in der Wellenfront liegt, d.h. senkrecht auf dem Vektor $\vec{k}$ steht.

Die Wellenzahl der eindimensionalen Welle erweitert sich so zum Wellenzahlvektor.

Der Wellenzahlvektor steht immer senkrecht auf der Wellenfront.

Dreidimensionale Wellen 4: Die ebene Welle

Schreitet man in Richtung von $\vec{k}$ um eine Wellenlänge voran, dann ändert sich der Wert der Phase um 2π

$$|\vec{k}| = k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Die Wellenfunktion einer ebenen Welle ist

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

Die herausragende Bedeutung der ebenen Welle liegt darin, dass jede beliebige Wellenfront sich in Raumbereichen, die klein genug gewählt sind, immer als eine ebene Welle darstellen lässt.

Dreidimensionale Wellen 5: Die ebene Welle

Mit der Wellenfunktion einer ebenen Welle ergibt sich die dreidimensionale Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 \psi$$

Bem.: Man verwendet üblicherweise den Differentialoperator Nabla:

$$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \nabla^2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$$

Dreidimensionale Wellen 5

Kommentar

Mit der Wellenfunktion einer ebenen Welle erkennt man auch leicht, wie die Wellengleichung in kartesischen Koordinaten in drei Dimensionen lauten muss:

Die partielle Ableitungen nach der Koordinate x müssen um die partiellen Ableitungen nach den übrigen Koordinaten y und z erweitert werden, die einfach hinzuaddiert werden.

Zur Erleichterung der Schreibarbeit wird der sogenannte Nabla-Operator eingeführt.

Der Nabla-Operator ist ein Vektor, dessen Komponenten die partiellen Ableitungen nach dem Ort sind.

In der dreidimensionalen Wellengleichung tritt somit das Skalarprodukt des Nabla-Operators auf.

Dreidimensionale Wellen 6: Die ebene Welle

Mit der Wellenfunktion einer ebenen Welle

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

und der dreidimensionalen Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 \psi$$

ergibt sich die Dispersionsrelation

$$\omega^2 = v^2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = v^2 \vec{k}^2$$

Bemerkung:

Die dreidimensionale Wellengleichung reduziert sich auf die eindimensionale Wellengleichung, wenn eine ebene Welle sich in Richtung einer der Koordinatenachsen x , y , z ausbreitet.

Dreidimensionale Wellen 6

Kommentar

Wird nur eine einzelne ebene Welle betrachtet, dann kann die Richtung von $\vec{k}$ immer als Koordinatenachse verwendet werden, so dass die eindimensionale Wellenfunktion (z.B. $\psi(x, t) = \psi_0 e^{i(kx - \omega t)}$) zur Beschreibung genügt.

Schallwellen

Eigenschaften von Wellen

- Eindimensionale Wellengleichung
- Reflexion und Transmission
- Stehende Wellen
- Dreidimensionale Wellen
- **Schallwellen**
- Elektromagnetische Wellen

Schallwellen 1

Bei Schallwellen wird der thermischen Bewegung der Atome die kohärente Bewegung einer Welle überlagert.

→ Alle Gasteilchen verschieben sich zusätzlich zur individuellen Bewegung um die Auslenkung

$$\vec{s}(\vec{r}, t)$$

dadurch ändert sich der statische Gasdruck p_0 um den Schalldruck p_s

$$p(\vec{r}, t) = p_0 + p_s(\vec{r}, t)$$

Schallwellen 1

Kommentar

Nun sollen als zweites konkretes Beispiel neben den Seilwellen Schallwellen betrachtet werden, da diese grundsätzlich einen dreidimensionalen Charakter haben können.

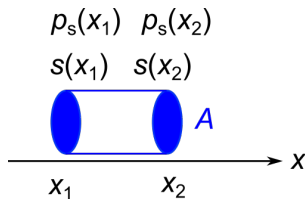
Bei Schallwellen wird der thermischen Bewegung der Gasteilchen die Bewegung einer Welle überlagert. Alle Gasteilchen verschieben sich zusätzlich zur individuellen Bewegung um eine Auslenkung, die von der Welle bestimmt wird.

Dadurch ändert sich lokal der Gasdruck $p(\vec{r}, t)$ und es addiert sich zum statischen Gasdruck p_0 der Schalldruck $p_S(\vec{r}, t)$.

Üblicherweise ist der Schalldruck p_S um viele Größenordnungen kleiner als der statische Gasdruck p_0 .

Schallwellen 2

Zur Herleitung der Wellengleichung kann man eine ebene Schallwelle betrachten, die sich entlang der x -Achse ausbreitet.



Die Graphik zeigt ein Volumen der Länge $x_2 - x_1$ mit den Stirnfläche A , sowie den Auslenkungen und Schalldrücken an der Stirnflächen.

Ändert sich das Volumen isotherm (d.h. $T = \text{konstant}$), so gilt die Gasgleichung

$$pV = \text{konstant}$$

Schallwellen 2

Kommentar 1

Im folgenden soll eine ebene Schallwelle betrachtet werden, die sich in x -Richtung ausbreitet.

Die Abbildung deutet ein kleines Gasvolumen an, das sich entlang der x -Achse von x_1 nach x_2 erstreckt und von den Stirnflächen A begrenzt wird.

Im gesamten Gas herrscht der statische Gasdruck p_0 und es muss nur die Abweichung vom statischen Druck, d.h. der Schalldruck beachtet werden, wenn die Bewegung des kleinen Gasvolumens berechnet werden soll.

An den Stirnflächen liegt jeweils der Schalldruck $p_S(x_1)$ und $p_S(x_2)$ an, und die Stirnflächen verschieben sich aufgrund der Schallwelle um die Auslenkung $s(x_1)$ am Ort x_1 und um $s(x_2)$ am Ort x_2 .

Schallwellen 2

Kommentar 2

Der Zusammenhang von Druck und Volumen wird durch die Gasgleichungen beschrieben.

Z.B. gilt, wenn sich die Temperatur nicht ändert: $p \cdot V = \text{konstant}$

Das ist die linke Seite der idealen Gasgleichung.

Die vollständige Gasgleichung lautet bekanntlich $pV = Nk_B T$. Dabei ist N die Zahl der Gasteilchen, k_B die Boltzmann Konstante und T die Temperatur.

Schallwellen 3

Da bei einer Schallwelle die Volumenänderung sehr schnell erfolgen, gilt die Adiabatengleichung

$$pV^\gamma = \text{konstant}$$

z.B. beträgt der Adiabatenexponent γ bei Luft $\gamma = 1,4$.

Die Variation dieser Gleichung ergibt

$$\delta p V^\gamma + p \gamma V^{\gamma-1} \delta V = 0$$

mit $p = p_0$, $\delta p = p_S$, d.h. $p_S = -\gamma \frac{p_0}{V} \delta V$ und

$$\delta V = A(s(x_2) - s(x_1)) = A\left(s(x_1) + \frac{\partial s}{\partial x}(x_2 - x_1) - s(x_1)\right)$$

ist der Zusammenhang von Schalldruck und Auslenkung

$$p_S = -\gamma p_0 \frac{\partial s}{\partial x}$$

Schallwelle 3

Kommentar 1

Die Volumenänderung aufgrund einer Schallwelle geschieht jedoch so schnell, dass die Energie, die z.B. bei einer Kompression zugeführt wird, nicht abgeleitet werden kann und es lokal zu einer Erhöhung der Temperatur kommt.

Es handelt sich um eine sogenannte adiabatische Volumenänderungen und es gilt die Adiabaten-Gleichung: $pV^\gamma = \text{konstant}$.

γ ist der Adiabatenkoeffizient, der für Luft den Wert 1,4 hat.

Möchte man nun den Zusammenhang von Druck- und Volumenänderung wissen, dann muss man den Druck und das Volumen in der Adiabatengleichung variieren,

d.h.: zuerst wird der Druck variiert und das Volumen konstant gehalten, und anschließend wird der Druck konstant gehalten und das Volumen wird variiert. Zu diesem Zweck muss V^γ abgeleitet werden.

Schallwelle 3

Kommentar 2

Die Variation der Konstanten auf der rechten Seite der Gleichung ist natürlich Null.

In der resultierenden Gleichung entspricht δp dem Schalldruck p_S und p dem statischen Gasdruck p_0 .

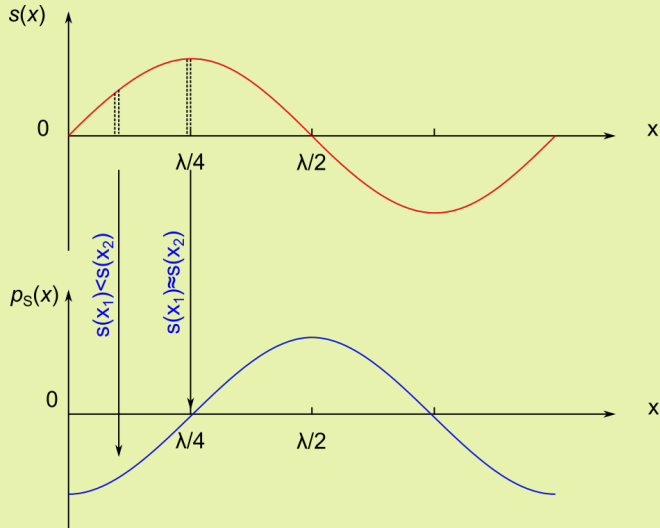
Die Änderung des Volumens δV resultiert aus der Auslenkung der Stirnflächen am Ort x_2 minus der Auslenkung am Ort x_1 .

Da das Volumen sich entlang der x-Achse nur über einen sehr kleinen Bereich erstreckt, kann eine Taylor-Entwicklung für die Auslenkung bis zur ersten Ableitung verwendet werden.

Damit findet man, dass der Schalldruck proportional zur Ableitung der Auslenkung nach dem Ort ist.

Schallwelle 3

Kommentar 3



Schallwelle 3

Kommentar 4

Die Abbildung illustriert den Zusammenhang von Auslenkung und Schalldruck.

Gilt $s(x_1) < s(x_2)$, dann verschiebt sich die rechte Stirnseite weiter als die linke und der Druck im Volumen nimmt ab, d.h. der Schalldruck ist negativ.

Gilt $s(x_1) \approx s(x_2)$, dann verschieben sich die Stirnseiten nahezu gleich und der Druck im Volumen ändert sich nicht, d.h. der Schalldruck ist Null.

Im Vergleich zur sinusförmigen Verschiebungskurve variiert der Schalldruck wie die negative Cosinusfunktion.

Schallwellen 4

Die im Volumen eingeschlossen Masse m bewegt sich gemäß der Newtonschen Bewegungsgleichung

$$m \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = A(p_S(x_1) - p_S(x_2))$$

mit

$$p_S(x_2) = p_S(x_1) + \frac{\partial p_S}{\partial x}(x_2 - x_1)$$

bleibt

$$\underline{m \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = -A(x_2 - x_1) \frac{\partial p_S}{\partial x}}$$

und mit $p_S = -\gamma p_0 \frac{\partial s}{\partial x}$ folgt die Wellengleichung

Schallwellen 4

Kommentar 1

Nun kann für die Masse, die im Volumen enthalten ist, die Newtonsche Bewegungsgleichung aufgestellt werden.

Die Masse mal der zweiten zeitlichen Ableitung der Auslenkung ist gleich der angreifenden Kraft. Da die Änderung der Auslenkung entlang des Volumenelements nur sehr klein ist, ist es gleichgültig, ob die Auslenkung am linken oder rechten Ende oder ein Mittelwert verwendet wird.

Die Kraft ergibt sich aus dem Schalldruck am Ort x_1 , die nach rechts schiebt minus der Kraft am Ort x_2 , die nach links schiebt.

Da auch die Änderung des Schalldrucks über das Volumen von x_1 nach x_2 sehr klein ist, kann wieder eine Taylor-Entwicklung für den Schalldruck am Ort x_2 bis zur ersten Ableitung angesetzt werden.

Schallwellen 4

Kommentar 2

Damit ergibt sich die rot unterstrichene Gleichung.

Die Masse m dividiert durch das Volumen V ist die Dichte ρ und die Ableitung des Schalldrucks nach dem Ort ist proportional zur zweiten Ableitung der Auslenkung nach dem Ort.

Damit ergibt sich die Wellengleichung für die Auslenkung beim Schall.

Schallwellen 5

mit dem Volumen $V = A(x_2 - x_1)$, der Dichte $\rho = m/V$ und dem Zusammenhang zwischen Schalldruck und Auslenkung ergibt sich die eindimensionale Wellengleichung für die Auslenkung beim Schall

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \frac{\gamma p_0}{\rho} \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$$

Allgemein genügen die Auslenkung und Schalldruck der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \vec{s}}{\partial t^2} = c_s^2 \nabla^2 \vec{s} \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 p_s}{\partial t^2} = c_s^2 \nabla^2 p_s$$

mit der Schallgeschwindigkeit

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho}}$$

Schallwellen

Kommentar

Breitet sich die ebene Schallwelle nicht entlang der x-Achse aus, kann die eindimensionale Wellengleichung zur dreidimensionalen Wellengleichung erweitert werden.

Mit etwas Rechenarbeit findet man die entsprechende Wellengleichung für den Schalldruck.

Mit der Wellengleichung ergibt sich auf die Formel für die Schallgeschwindigkeit.

Wird diese Formel unter der Wurzel im Zähler und Nenner mit der Fläche A erweitert, dann steht im Zähler eine Kraft und im Nenner eine Masse je Länge.

Auf diese Weise erkennt man die Formel wieder, die sich für die Geschwindigkeit einer Welle auf einem gespannten Seil ergeben hat.

Schallwellen 6

Wie bei den Seilwellen ergeben sich auch bei den Schallwellen stehende Wellen



(Flammenrohr.mp4)

Schallwellen 6

Kommentar

Das Video zeigt, dass sich auch bei Schallwellen stehende Welle ausbilden, die bei passender Frequenz durch Resonanz sehr verstärkt werden können.

Das Rubensche Flammrohr ist mit einem brennbaren Gas gefüllt, das durch kleine Öffnungen austreten kann, so dass kleine Flammen über den Öffnungen stehen.

Durch einen Lautsprecher wird im Rohr eine Schallwelle angeregt und man erkennt, dass es für bestimmte Frequenzen zur Resonanz kommt. Es bilden sich verstärkte stehende Welle aus und die Flammen brennen an Orten mit vergrößertem Schalldruck stärker, so dass die stehende Welle sichtbar wird.

Schallwellen 7



(KundtsTube.mp4)

Schallwellen 7

Kommentar

Ein zweites Video zeigt, dass auch die Auslenkung sichtbar gemacht werden kann. Dazu wird das sogenannte Kundtsche Staubrohr verwendet.

Im Video werden statt Staub bzw. Sägemehl, kleine Styroporkügelchen verwendet.

Styropor ist im Gegensatz zu Staub nicht hygroskopisch, hat aber den Nachteil, dass es sich elektrostatisch auflädt und an Rohr kleben bleibt.

Den kleinen Frequenzen, für welche die stehenden Wellen demonstriert werden sollen, ist eine kräftige hochfrequente Schallwelle überlagert.

Dadurch wird verhindert, dass die Styroporkügelchen aneinander und am Glas kleben.

Revision

Revision

1

1. Schreiben Sie die Wellenfunktion für eine allgemeine eindimensionale Welle auf.
2. Schreiben Sie die Wellengleichung für eine eindimensionale Welle auf.
3. Schreiben Sie die Wellenfunktion für eine eindimensional harmonische Welle auf.
4. Schreiben Sie die Formeln für die Wellenzahl und Kreisfrequenz auf.
5. Schreiben Sie die Formel für die Geschwindigkeit einer Seilwelle auf.
6. Schreiben Sie die Formeln für den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten der Amplitude auf.
7. Geben sie den Reflexionskoeffizienten bei einer idealen Reflexion für den Fall an, dass das Seil am Ende fest an einer Wand befestigt ist bzw. am Ende frei schwingen kann.
8. Was ist eine stehende Welle und wann entstehen sie?

Revision

2

9. In welchen Abständen treten die Knoten (Stellen mit Amplitude Null) vom Punkt der Reflexion auf?
10. Wie lautet die Formel für die Geschwindigkeit einer Schallwelle?
11. Eine Schallwelle läuft ein Rohr entlang, das am Ende geschlossen ist. Welchen Wert hat im Idealfall der Reflexionskoeffizient für den Schalldruck bzw. für die Auslenkung?
12. Schreiben Sie die Phase einer ebenen Welle auf.
13. Wie ist der Wellenzahlvektor bezüglich der Ebenen konstanter Phase orientiert?
14. Wie ändert sich die Phase, wenn man in Richtung des Wellenzahlvektors um eine Wellenlänge λ voranschreitet?