

Wellen und Quantenphysik

1. Eigenschaften von Wellen

2. Interferenz und Beugung

3. Relativitätstheorie

4. Welle-Teilchen Dualismus

5. Atome

6. Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

Drude

Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

- Ohmsches Gesetz
- Das Drude-Modell
- Das Sommerfeld-Modell
- Das semiklassische Modell der Elektronendynamik
- Ferromagnetismus & Supraleitung

Das Drude-Modell 1

Paul Drude (1900): In Metallen gibt es frei bewegliche Elektronen, die nicht an ein bestimmtes Atom, sondern nur an den Festkörper gebunden sind. Diese Elektronen werden Leitungselektronen genannt.

Die Leitungselektronen können durch ein äußeres elektrisches Feld beschleunigt werden

$$ma = F = qE$$

Die Leitungselektronen gewinnen kinetische Energie und geben diese in Stößen mit den Atomen wieder ab

Drude-Theorie: Die Leitungselektronen verhalten sich wie ein ideales klassisches Gas.

Das Drude-Modell 1

Kommentar 1

Nachdem Joseph Thomson 1897 das Elektron entdeckt hat und Hendrik Lorentz 1899 zeigte, dass die optischen Eigenschaften der Atome von Elektronen verursacht werden, veröffentlichte Drude im Jahr 1900 seine Theorie, der elektrischen Leitfähigkeit.

Drude nimmt an, dass es Elektronen gibt, die nicht an ein bestimmtes Atom gebunden sind, sondern sich als Leitungselektronen mehr oder minder frei durch den gesamten Festkörper bewegen können.

Im Drude-Modell verhalten sich die Leitungselektronen wie ein ideales klassisches Gas, das sich im thermischen Gleichgewicht mit den Atomen des Festkörpers befindet.

Das Drude-Modell 1

Kommentar 2

Wird an den Festkörper ein elektrisches Feld angelegt, dann erfahren die Leitungselektronen eine Kraft, die sie beschleunigt und zu einer Driftgeschwindigkeit der Elektronen führt.

Die Leitungselektronen gewinnen durch das elektrische Feld kinetische Energie, die sie teilweise durch Stöße auf die Atome des Festkörpers übertragen.

Der Festkörper erwärmt sich dadurch.

Aus Messungen der Leitfähigkeit kann die mittlere Stoßzeit der Ladungsträger bestimmt werden, wenn die Ladung, die Masse und die Dichte der Ladungsträger bekannt ist.

Die Elementarladung und damit die Ladung des Elektrons wurde erstmalig von Robert Millikan und Harvey Fletcher im Jahr 1910 gemessen.

Das Drude-Modell 1

Kommentar 3

Robert Millikan wurde 1923 „für seine Arbeiten über die elektrische Elementarladung, sowie den photoelektrischen Effekt“ mit dem Nobelpreis ausgezeichnet.

Damit kann für die Leitungselektronen die mittlere Stoßzeit aus der Leitfähigkeit bestimmt werden, wenn man annimmt, dass jedes Atom ein Leitungselektron beisteuert.

Nimmt man an, dass sich Leitungselektronen wie ein klassisches ideales Gas verhalten, das sich im thermischen Gleichgewicht mit dem Metallgitter befindet, dann kann die Geschwindigkeit der Leitungselektronen durch die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung beschrieben werden.

Das Drude-Modell 1

Kommentar 4

Wird die Geschwindigkeit im Maximum der Geschwindigkeitsverteilung verwendet (dort gilt $\frac{1}{2}mv^2 = k_B T$), dann zeigt sich, dass die mittlere freie Weglänge mit den Abständen der Atome halbwegs übereinstimmt.

Das wurde als Indiz dafür gewertet, dass die Vorstellung eines quasi freien Elektronengases nicht grundsätzlich falsch sein kann.

Das Drude-Modell 2

Probleme, die sich bei der Annahme eines quasi freien Elektronengases ergeben:

- Quasi freie Leitungselektronen sollten sich in der Wärmekapazität bemerkbar machen
 - Jedes Elektron trägt $\frac{3}{2}k_B$ zur Wärmekapazität bei
 - Der Beitrag eines Atoms, das im Kristallgitter schwingt, ist $3k_B$ bei hohen Temperaturen

Der erwartete große Beitrag der Leitungselektronen zur Wärmekapazität eines Metalls wird nicht beobachtet

Das Drude-Modell 2

Kommentar 1

Allerdings zeigte es sich bald, dass Metalle Eigenschaften haben, die nicht in das Bild eines idealen klassischen Elektronengases passen möchten.

Ein großes Problem ergaben die Messungen der Wärmekapazität von Metallen.

Gibt es in Metallen frei bewegliche Elektronen, dann sollten diese wie ein ideales Gas zur Wärmekapazität beitragen.

Beim idealen Gas ist der Beitrag zur Wärmekapazität für jedes Teilchen durch die Boltzmann-Konstante multipliziert mit dem Faktor $3/2$ gegeben.

Da die Gitteratome Schwingungen um ihre Gleichgewichtslage ausführen, ergibt das Kristallgitter einen Beitrag zur Wärmekapazität von $3 \cdot k_B$ je Gitteratom.

Das Drude-Modell 2

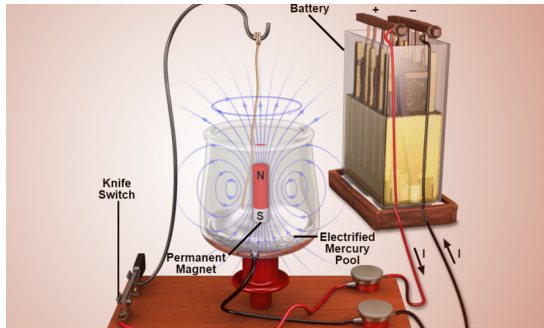
Kommentar 2

Nimmt man an, dass die Valenzelektronen der Atome die Leitungselektronen der Metalle sind, dann sollte der Beitrag der Leitungselektronen zur Wärmekapazität von der gleichen Größenordnung sein, wie der Beitrag der Gitteratome.

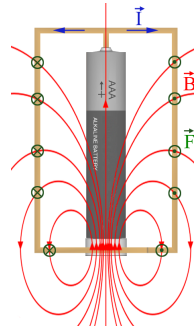
Der Beitrag der Leitungselektronen ist aber winzig klein und kann betriebssicher nur bei tiefen Temperaturen gemessen werden, wenn die Bewegung der Gitteratome einfriert, während die Leitungselektronen aufgrund ihrer kleinen Masse weiterhin beweglich bleiben.

Das Drude-Modell 3

Faraday Motor (1821)



(Faradaymotor.mp4)



(Faradaymotorbuegel.mp4)

Das Drude-Modell 3

Kommentar

Die Videos zeigen einen einfachen Elektromotor, der erstmals 1821 von Faraday vorgeführt wurde.

Auf einen Leiter durch den ein elektrischer Strom fließt, wirkt in einem Magnetfeld eine Kraft.

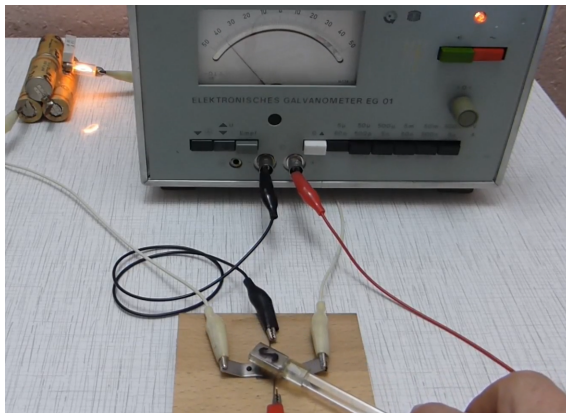
Es stellte sich die Frage, ob die Kraft auf den Leiter oder auf die Ladungsträger wirkt.

1879 konnte Edwin Hall erstmals zeigen, dass die Kraft auf die Ladungsträger wirkt. Die Kraft selbst konnte erst 1895 von H. Lorentz theoretisch erklärt werden und wird seither Lorentzkraft genannt.

Die Abbildungen zeigen die magnetischen Feldlinien und den elektrischen Strom, so dass die Richtung der Lorentzkraft $d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}$ auf ein Leiterstück der Länge $d\ell$ bestimmt werden kann.

Das Drude-Modell 4

Hall-Effekt (Edwin Hall 1879)



(Halleffekt.mp4)

Das Drude-Modell 4

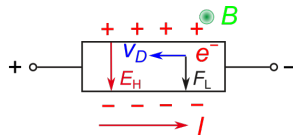
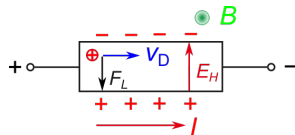
Kommentar

Das Video zeigt das Experiment von Edwin Hall.

Die Ladungsträger werden durch die Lorentzkraft abgelenkt und es fließt ein Strom quer zur Hauptstromrichtung.

Das Drude-Modell 5

- Der Hall Effekt (Edwin Hall 1879) hängt vom Vorzeichen der Ladungsträger ab (Lorentzkraft: $\vec{F} = q\vec{v}_D \times \vec{B}$)



Die Hall-Spannung ist proportional zur elektrischen Stromstärke I und zur Stärke des angelegten Magnetfelds B (d bezeichnet die Dicke des Hall-Sensors)

$$U_H = A_H \frac{IB}{d} \quad \text{und} \quad A_H^{-1} = q \frac{N}{V}$$

Das Drude-Modell 5

Kommentar 1

Die Skizze auf der rechten Seite zeigt den Fall, dass der Strom von positiven Ladungsträgern verursacht wird.

Die Ladungsträger strömen vom positiven Pol zum negativen Pol der angelegten Spannung.

Die Skizze auf der linken Seite zeigt den Fall, dass der Strom von negativen Ladungsträgern verursacht wird.

In diesem Fall fließen die Ladungsträger vom negativen Pol zum positiven Pol der angelegten Spannung

Mit der rot unterstrichenen Formel für die Lorentzkraft, die auf die Ladungsträger wirkt, ergibt es sich, dass die Ladungsträger in beiden Skizzen nach unten abgelenkt werden.

Das Drude-Modell 5

Kommentar 2

Es ergibt sich so ein elektrisches Feld bzw. eine elektrische Spannung, die einen Strom quer zur Hauptstromrichtung treiben kann.

Diese Spannung wird Hall-Spannung genannt.

Mit dem Vorzeichen der Hall-Spannung kann festgestellt werden, ob der elektrische Strom von positiven oder negativen Ladungsträgern verursacht wird.

Das Drude-Modell 6

Die Hall Konstanten A_H für verschiedene Elemente

Cu	$-5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3(\text{As})^{-1}$
Ag	$-9,0 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3(\text{As})^{-1}$
Al	$+9,9 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3(\text{As})^{-1}$
Au	$-7,0 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3(\text{As})^{-1}$
Pt	$-2,0 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3(\text{As})^{-1}$
Zn	$+6,4 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3(\text{As})^{-1}$
Bi	$-5,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3(\text{As})^{-1}$

beachte:

Die Ladungsträger eines Metalls können auch positiv sein, was im Bild eines idealen klassischen Elektronengases unverständlich ist.

Das Drude-Modell 6

Kommentar

Aus dem Vorzeichen der Hall-Spannung kann das Vorzeichen der Ladungsträger bestimmt werden.

Von den Halbleitern ist bekannt, dass sie je nach Dotierung positive oder negative Ladungsträger haben können.

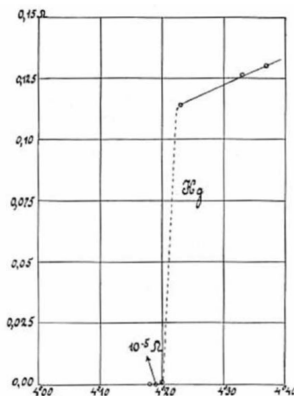
Die Tabelle zeigt die Hall-Konstanten für einige Elemente.

Es zeigt sich, dass auch der Strom bei manchen Metallen von positiven Ladungsträgern verursacht wird.

Diese experimentelle Ergebnisse sind im Bild frei beweglicher Leitungselektronen, die sich wie ein klassisches Gas verhalten, nicht plausibel.

Das Drude-Modell 7

- 1911 entdeckt Heike Kamerlingh Onnes bei Widerstandsmessungen von Quecksilber die Supraleitung



Das Drude-Modell 7

Kommentar

1895 ließ sich Carl von Linde sein Verfahren zur Verflüssigung von Gasen patentieren. In den folgenden Jahren wurde es möglich, flüssige Gase in größeren Mengen herzustellen und Experimente bei tiefen Temperaturen durchzuführen.

Auf dem Gebiet der Tieftemperaturphysik ist das Element Helium besonders wichtig.

Es kondensiert bei einer Temperatur von 4,15 K und wird bis zu den tiefsten Temperaturen nicht fest.

1911 entdeckte Kamerling Onnes, dass Quecksilber im Bereich der Siedetemperatur von Helium seinen elektrischen Widerstand verliert. Die Abbildung zeigt die berühmte historische Messung. Kamerling Onnes hatte die Supraleitung entdeckt.

Das Drude-Modell 8

H	Li 30 GPa 14 K T_c=0.4 mK Pressure required for maximum T_c Maximum T_c T_c at ambient pressure Superconducting at P = 0 Superconducting only under pressure Magnetic order at P = 0																He	
Li 30 GPa 14 K T _c =0.4 mK	Be															Ne		
Na	Mg															Ar		
K	Ca 216 GPa 29 K	Sc 106 GPa 19.6 K	Ti 56 GPa 3.35 K T _c =0.39 K	V 120 GPa 16.5 K T _c =5.38 K	Cr	Mn	Fe 21 GPa 2.1 K	Co	Ni	Cu	Zn	Ga 1.4 GPa 7 K T _c =1.081 K	Ge 11.5 GPa 5.35 K	As 32 GPa 2.4 K	Se 150 GPa 8 K	Br 100 GPa 1.4 K	Kr	
Rb	Sr 50 GPa 7 K	Y 115 GPa 19.5 K	Zr 30 GPa 11 K T _c =0.546 K	Nb 10 GPa 9.9 K T _c =9.20 K	Mo T _c =0.92 K	Tc T _c =7.77 K	Ru T _c =0.51 K	Rh T _c =0.33mK	Pd	Ag	Cd T _c =0.52 K	In T _c =3.4 K	Sn 11.3 GPa 5.3 K T _c =3.722 K	Sb 25 GPa 3.9 K	Te 35 GPa 7.5 K	I 25 GPa 1.2 K	Xe	
Cs 12 GPa 1.3 K	Ba 18 GPa 5 K	La 15 GPa 13 K T _c =6.00 K	Hf 62 GPa 8.6 K T _c =0.12 K	Ta 43 GPa 4.5 K T _c =4.483 K	W T _c =12 mK	Re T _c =1.4 K	Os T _c =0.66 K	Ir T _c =0.14 K	Pt	Au	Hg T _c =4.15 K	Tl T _c =2.39 K	Pb T _c =7.19 K	Bi 9.1 GPa 8.5 K	Po	At	Rn	
Fr	Ra	Ac	Rf	Db	Sg													

Ce 5 GPa 1.7 K	Pr	Nd	Pm	Sm 142 GPa 2.75 K	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu 174 GPa 12.4 K
Th T _c =1.37 K	Pa T _c =1.4 K	U 1.2 GPa 2.4 K	Np	Pu 6 GPa 2.2 K T _c =0.79 K	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr

Das Drude-Modell 8

Kommentar 1

Supraleitung ist kein exotisches Phänomen. Die meisten Elemente des Periodensystems werden bei tiefen Temperaturen supraleitend.

Viele bei Normaldruck und einige, wenn mehr oder minder große Drücke angelegt werden.

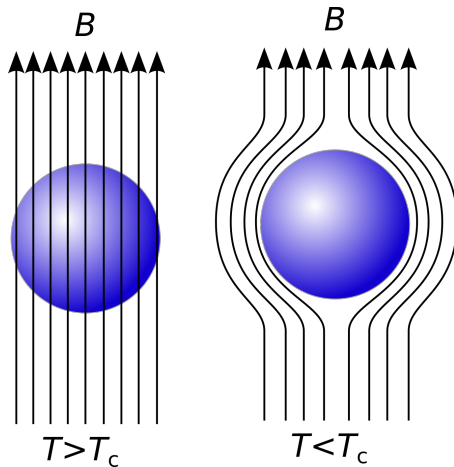
Daneben gibt es Elemente, bei denen die Leitungselektronen eine magnetische Ordnung bilden.

Am bekanntesten sind die Ferromagnete Eisen, Kobalt und Nickel.

Es gibt nur wenige Metalle, die weder supraleitend noch magnetisch sind. Weshalb Elektronen bei tiefen Temperaturen nicht mehr mit den Atomen kollidieren sollen oder gar magnetisch geordnete Strukturen ergeben, kann mit einem idealen klassischen Elektronengas nicht erklärt werden.

Das Drude-Modell 9

Meißner-Ochsenfeld-Effekt



Das Drude-Modell 9

Kommentar 1

Dass der elektrische Widerstand tatsächlich exakt den Wert Null annimmt, wird beim Bau von supraleitenden Spulen ausgenutzt.

Supraleitende Spulen können dauerhaft einen Strom kreisen lassen und somit ein permanentes magnetisches Feld erzeugen, was z.B. bei der Kernspintomographie in der Medizin genutzt wird.

1932 entdeckten Walther Meißner und Robert Ochsenfeld, dass ein Metall, wenn es unter seine Übergangstemperatur zum Supraleiter abgekühlt wird, das Magnetfeld aus seinem Innern verdrängt.

Die linke Abbildung zeigt den Fall eines normalleitenden Metalls und die rechte Abbildung den Fall eines Supraleiters.

Das Drude-Modell 9

Kommentar 2

Die magnetischen Feldlinien werden aus dem Metall hinausgedrängt, wenn das Metall unter seinen Übergangstemperatur zum Supraleiter abgekühlt wird.

Das Video zeigt diesen Effekt.

Eine Zylinder aus Zinn ist von kleinen Kompassnadeln umgeben, die auf Nadeln gelagert sind und sich frei drehen können.

Die Probe wird in einen Dewar eingebaut, der sich zwischen den Polschuhen eines Elektromagneten befindet.

Am Grund des Dewars befindet sich flüssiges Helium.

Das abdampfende Helium wird abgepumpt.

Das Drude-Modell 9

Kommentar 3

Das vorbeiströmende Heliumgas kühlt den Zinn-Zylinder unter seine supraleitenden Übergangstemperatur von 3,7 K ab und man erkennt an der Orientierung der Kompassnadeln, wie das Magnetfeld aus dem Zylinder hinausgedrängt wird.

Auch dieser Effekt kann im Bild eines klassischen Elektronengases nicht verstanden werden.

Sommerfeld

Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

- Elektrische Leitfähigkeit und Ohmsches Gesetz
- Das Drude-Modell
- Das Sommerfeldmodell
 - Die Fermi-Kugel
 - Die Fermi-Verteilungsfunktion
 - Die Zustandsdichte
 - Die Wärmekapazität des Elektronengases
- Das semiklassische Modell der Elektronendynamik
- Ferromagnetismus & Supraleitung

Das Sommerfeldmodell 1

- Frei bewegliche Leitungselektronen
- Konstante ortsunabhängige potentielle Energie
- Die Oberflächen schließen die Leitungselektronen in das Volumen der Metalls ein
- Die Schrödinger-Gleichung enthält nur den Term der kinetischen Energie

$$E(\vec{k})\psi_{\vec{k}}(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} \psi_{\vec{k}}(\vec{r}, t)$$

Die Wellenfunktionen sind ebene Wellen

$$\underline{\psi_{\vec{k}}(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}}$$

und die Energie ist

$$\underline{E(\vec{k}) = \hbar\omega = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m}}$$

Das Sommerfeldmodell 1

Kommentar 1

Um die verschiedenartigen Eigenschaften von Festkörpern verstehen zu können, wird Quantenphysik benötigt.

Der erste Schritt wurde 1927 von Arnold Sommerfeld getan.

Wie das Drude-Modell geht das Sommerfeld-Modell von frei beweglichen Leitungselektronen aus.

Dabei stößt ein Elektron alle übrigen Elektronen in seiner Umgebung aufgrund der Coulomb-Kraft so zurück, dass die positive Ladung der Atomrümpfe wirksam wird.

Die positive Ladung der Atomrümpfe und die negative Ladung des Elektrons neutralisieren sich, so dass die Ladung des Elektrons und somit die Coulomb-Kraft zwischen den Elektronen abgeschirmt wird.

Aus diesem Grund kann Sommerfeld die Wechselwirkung der Elektronen untereinander vernachlässigen und unabhängige Elektronen betrachten.

Das Sommerfeldmodell 1

Kommentar 2

Außerdem wird angenommen, dass die anziehende Kraft der positiv geladenen Atomrümpfe und die abstoßende Kraft zwischen den Leitungselektronen sich für jedes Leitungselektron so mitteln, dass die potentielle Energie für jedes Elektron unabhängig von der Position im Festkörper ist.

Nur an den Oberflächen ändern sich die Kräfte so, dass die Leitungselektronen den Festkörper nicht einfach verlassen können.

Damit enthält die Hamiltonfunktion eines jeden Leitungselektrons nur die kinetische Energie und es ergibt sich die Schrödingergleichung, die bereits in der 9. Vorlesung beim Kastenpotential verwendet worden ist.

Die Eigenfunktionen bzw. Quantenzustände dieser Schrödingergleichung sind ebene Wellen und es ergibt sich die untere rot unterstrichene Formel für die Energie der Leitungselektronen, die nur vom Betrag des Wellenzahlvektors bestimmt ist.

Das Sommerfeldmodell 1

Kommentar 3

Die vereinfachenden Annahmen im Sommerfeld-Modell entsprechen den Annahmen des Drude-Modells.

Der Unterschied liegt darin, dass das Sommerfeld von Quantenteilchen ausgeht, die der Schrödinger-Gleichung unterliegen, während das Drude-Modell von einem idealen klassischen Gas der Leitungselektronen ausgeht.

Im Drude-Modell bewegen sich die Leitungselektronen wie die Moleküle der Luft in alle Raumrichtungen mit Geschwindigkeiten, die von der Temperatur des Festkörpers vorgegeben wird.

Das thermische Gleichgewicht der Geschwindigkeit wird dabei durch Stöße der Leitungselektronen mit den Atomen eingestellt.

Im Sommerfeld-Modell besetzen die Leitungselektronen die Wellenfunktionen der Schrödingergleichung.

Das Sommerfeldmodell 1

Kommentar 4

Gemäß dem Pauli-Prinzip kann jede Wellenfunktion mit zwei Elektronen besetzt werden, die sich in der Spinquantenzahl unterscheiden.

Befinden sich die Leitungselektronen im thermischen Gleichgewicht mit den Atomen, dann muss die Besetzung der Eigenzustände der Schrödingergleichung der thermischen Gleichgewichtsbesetzung entsprechen.

Während das Drude-Modell von 1900 von Elektronen ausgeht, die wie klassische Teilchen mit den Atomen zusammenstoßen können, muss man im Sommerfeld-Modell von Wellenfunktionen ausgehen, welche die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen bestimmen.

Damit ändert sich der Blick auf die Prozesse, durch die die Leitungselektronen ins Gleichgewicht mit den Atomen kommen können.

Das Sommerfeldmodell 1

Kommentar 5

Elektronenwellen können an einem Kristallgitter gemäß dem Braggschen Gesetz gebeugt werden.

Bei dieser Beugung ändern die Elektronenwellen die Richtung, während die Wellenlänge, d.h. die Energie der Elektronen unverändert bleibt.

Für ein perfektes Kristallgitter kann man also erwarten, dass die Elektronenwellen keine Energie auf der Kristallgitter übertragen können.

Der elektrische Widerstand sollte deshalb für ein perfektes Gitter verschwinden.

Die Elektronenwellen der Leitungselektronen können nur dann Energie auf das Kristallgitter übertragen, wenn die perfekte Anordnung der Atome gestört ist.

Das Sommerfeldmodell 1

Kommentar 6

Da die Atome aufgrund der thermischen Bewegung um ihre Gleichgewichtslagen schwingen, wird das reale Kristallgitter immer von der perfekten Anordnung der Atome abweichen, so dass auch im Sommerfeldmodell ein Energieübertrag zwischen den Atomen des Gitters und den Leitungselektronen stattfinden kann.

Inelastische Streuprozesse der Elektronenwellen ergeben sich einerseits durch Gitterschwingungen und andererseits durch Störstellen im Kristallgitter.

Die Gitterschwingungen ergeben einen temperaturabhängigen Beitrag zur elektrischen Leitfähigkeit, während die Störstellen im Kristallgitter den temperaturunabhängigen Restwiderstand bestimmen.

Da die Gitterschwingungen mit abnehmender Temperatur ausfrieren, muss der Widerstand eines Metalls mit abnehmender Temperatur bis auf den Restwiderstand verschwinden, was auch so beobachtet wird.

Fermi-Kugel

Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

- Elektrische Leitfähigkeit und Ohmsches Gesetz
- Das Drude-Modell
- Das Sommerfeldmodell
 - Die Fermi-Kugel
 - Die Fermi-Verteilungsfunktion
 - Die Zustandsdichte
 - Die Wärmekapazität des Elektronengases
- Das semiklassische Modell der Elektronendynamik
- Ferromagnetismus & Supraleitung

Die Fermi-Kugel 1

Schrödinger-Gleichung

$$\underline{E(\vec{k})\psi_{\vec{k}}(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} \psi_{\vec{k}}(\vec{r}, t)}$$

ebene Wellen

$$\underline{\psi_{\vec{k}}(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}}$$

Periodische Randbedingung (würfelförmiger Festkörper mit Kantenlänge L)

$$\psi_{\vec{k}}(x, y, z, t) = \psi_{\vec{k}}(x + L, y, z, t)$$

$$\psi_{\vec{k}}(x, y, z, t) = \psi_{\vec{k}}(x, y + L, z, t)$$

$$\psi_{\vec{k}}(x, y, z, t) = \psi_{\vec{k}}(x, y, z + L, t)$$

$$k_x L = 2\pi n_1 \quad k_y L = 2\pi n_2 \quad k_z L = 2\pi n_3$$

Die Fermi-Kugel 1

Kommentar 1

Wie bei der Einführung der Schrödingergleichung diskutiert worden ist, sind ebene Wellen Eigenfunktionen des Impulsoperators.

Der Impuls einer ebenen Welle mit dem Wellenzahlvektor $\vec{k}$ hat den Eigenwert $\hbar k$ und ist damit festgelegt.

Gemäß der Unschärferelation für den Impuls ist das Teilchen total delokalisiert und kann sich überall aufhalten.

Damit sind die ebenen Wellen nicht die gesuchten Lösungen der Schrödingergleichung im Sommerfeldmodell, da sich die Elektronen im Volumen eines endlichen Festkörpers befinden sollen, während die ebenen Wellen sich ins Unendliche erstrecken.

Die Fermi-Kugel 1

Kommentar 2

Stehende Wellen, die als Lösungen für das Kastenpotential in der 9. Vorlesung diskutiert wurden, kommen als Lösung für einen Festkörper nicht in Frage, da sich aufgrund der Streuprozesse, die das thermische Gleichgewicht der Leitungselektronen einstellen, keine stehenden Wellen ausbilden können.

Aus dieser Klemme hilft ein mathematischer Kunstgriff, der unter dem Namen „periodische Randbedingungen“ bekannt ist.

Der Einfachheit halber soll nun ein würfelförmiger Festkörper mit der Kantenlänge L betrachtet werden.

Von den ebenen Wellen werden nur die als Lösung der Schrödingergleichung verwendet, welche die periodische Randbedingung erfüllen, die mit den rot umrandeten Formeln angegeben sind.

Die Fermi-Kugel 1

Kommentar 3

Darin wird gefordert, dass sich für die Welle immer der gleiche Funktionswert ergibt, wenn z.B. zur Koordinate x die Kantenlänge L des Festkörpers hinzuaddiert wird.

Entsprechendes gilt für die Koordinaten y und z .

Damit ergeben sich die in der unteren Zeile angegebenen Bedingungen für die erlaubten Wellenzahlvektoren.

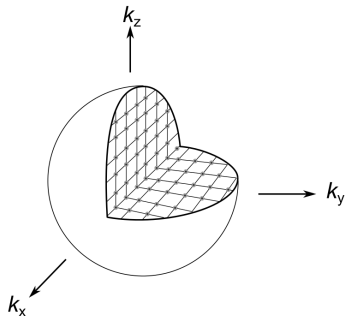
Das Produkt des x -Komponente des Wellenzahlvektors mit der Kantenlänge muss ein Vielfaches von 2π betragen.

Gleiches gilt für die y - und die z -Komponente des Wellenzahlvektors.

Die Fermi-Kugel 2

erlaubte Wellenzahlvektoren

$$\vec{k}_{n_1, n_2, n_3} = \frac{2\pi}{L} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$$



Volumen der würfelförmigen Zellen

$$\underline{\Delta k^3 = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^3 = \frac{(2\pi)^3}{V}}$$

Die Fermi-Kugel 2

Kommentar 1

Die rot umrandete Formel gibt die so erlaubten Wellenzahlvektoren.

Die mit einem erlaubten Wellenzahlvektor verbundenen Quantenzustände eines Festkörpers werden auch kurz k -Zustände genannt.

Mit diesen Wellenzahlvektoren kann zu jeder Koordinate ein beliebiges Vielfaches der Kantenlänge des Festkörpers hinzuaddiert werden, ohne dass sich der Funktionswert der Wellenfunktion ändert.

Die Teilchen sind somit komplett delokalisiert, da sich die Wellenfunktionen bis ins Unendliche erstrecken.

Dabei wiederholen sich die Wellenfunktionen in jedem Bereich mit dem Volumen des Festkörpers aufs Neue, so dass alles was innerhalb des Kristalls passiert, mit diesen Funktionen beschrieben werden kann.

Die Fermi-Kugel 2

Kommentar 2

Die Verwendung der periodischen Randbedingung impliziert die Forderung, dass die Reflexion der Wellen an den Oberflächen des Festkörpers aufgrund der inelastischen Streuprozesse zu keinen stehenden Wellen führen darf.

Tatsächlich zeigt der Vergleich mit der Lösung der Schrödinger Gleichung für das Kastenpotential, dass die k -Zustände nur teilweise mit den k -Zuständen der periodischen Randbedingung übereinstimmen.

Da die Überlagerung einer Welle mit ihrer reflektierten Welle zu stehenden Wellen führt, muss die Streuung der Wellen im Festkörper die Bildung von stehenden Wellen, die sich über das gesamte Volumen des Festkörpers erstrecken, effektiv verhindern.

Die Fermi-Kugel 2

Kommentar 3

Die durch die periodischen Randbedingungen erlaubten Wellenzahlvektoren bilden ein Gitter.

Jeder Punkt des Gitters beansprucht ein Volumen, das mit der rot unterstrichenen Formel angegeben ist.

L^3 ist das Volumen V des Festkörpers.

Da die Oberfläche eines Festkörpers keinen Einfluss auf die Wellenfunktionen haben sollen, kann auch der Bezug auf einen würfelförmigen Festkörper entfallen.

Die Fermi-Kugel 2

Kommentar 4

Unabhängig von der Form eines endlichen Festkörpers mit dem Volumen V , muss es diskrete k -Zustände geben, wobei jeder k -Vektor in einer Zelle mit dem Volumen $(2\pi)^3/V$ endet.

Die Formel $(2\pi)^3/V$ für das Volumen eines k -Zustands gilt somit allgemein.

Jeder k -Zustand kann mit zwei Elektronen besetzt werden, die sich in ihrer Spinquantenzahl unterscheiden.

Die Energie der k -Zustände ist $E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m}$.

Die k -Zustände werden von $k = 2\pi/L$ an besetzt, bis aufgrund der endlichen Anzahl der Elektronen N eine höchste Energie erreicht wird, die Fermi-Energie genannt wird.

Die zugehörige Wellenzahl wird Fermi-Wellenzahl k_F genannt.

Die Fermi-Kugel 2

Kommentar 5

Im Grundzustand werden die besetzten k -Zustände im Sommerfeld-Modell von einer Kugel umschlossen.

Diese Kugel wird Fermi-Kugel genannt.

Die Skizze deutet die Fermi-Kugel und die besetzten Wellenzahlzustände an.

In der Skizze ist die Fermi-Kugel geöffnet, damit die Lage der k -Zustände sichtbar wird.

Die Fermi-Kugel 3

Die folgende Bedingung bestimmt den Radius der Fermi-Kugel:

$$N = 2 \cdot \frac{\frac{4\pi}{3} k_F^3}{\frac{(2\pi)^3}{V}} = \frac{V k_F^3}{3\pi^2}$$

Die Fermi-Wellenzahl k_F ist

$$k_F = \left(3\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Die Fermi-Kugel 3

Kommentar

Der Radius der Kugel ergibt sich aus der Bedingung, dass im Grundzustand alle Elektronen in der Fermi-Kugel Platz finden müssen.

Das Volumen der Kugel geteilt durch das Volumen eines einzelnen k -Zustands multipliziert mit dem Faktor 2, muss der Anzahl der Elektronen entsprechen.

Der Faktor 2 berücksichtigt, dass jeder k -Zustand mit 2 Elektronen besetzt werden kann.

Die rot umrandete Formel gibt die Fermi-Wellenzahl.

Der Radius der Fermi-Kugel wird somit von der Dichte der Leitungselektronen bestimmt.

Die Fermi-Kugel 4

Fermi-Energie, Fermi-Temperatur und Fermi-Geschwindigkeit

$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$$

$$T_F = \frac{E_F}{k_B}$$

$$v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m}}$$

und $E_F = k_B T_F$

und $E_F = \frac{1}{2} m v_F^2$

Die Fermi-Kugel 4

Kommentar

Mit der Fermi-Wellenzahl kann die Fermi-Energie, Temperatur und Geschwindigkeit berechnet werden.

Die Fermi-Kugel 5

	Valenz	$N/V [\text{cm}^{-3}]$	$E_F [\text{eV}]$	$T_F [\text{K}]$	$v_F [10^8 \text{ cm/s}]$
Li	1	$4,70 \cdot 10^{22}$	4,72	54800	1,29
Rb	1	$1,15 \cdot 10^{22}$	1,85	21500	0,81
Cu	1	$8,45 \cdot 10^{22}$	7,00	81200	1,57
Au	1	$5,90 \cdot 10^{22}$	5,51	63900	1,4
Be	2	$24,20 \cdot 10^{22}$	14,14	164100	2,25
Zn	2	$13,10 \cdot 10^{22}$	9,39	109000	1,83
Al	3	$18,06 \cdot 10^{22}$	11,63	134900	2,03
Pb	4	$13,20 \cdot 10^{22}$	9,37	108700	1,83

Die Fermi-Kugel 5

Kommentar 1

Die Tabelle gibt die Valenz, d.h. die Anzahl der Leitungselektronen je Atom, die Dichte der Leitungselektronen für einige Metalle und die damit berechneten Zahlenwerte für die Fermi-Energie, die Fermi-Temperatur und die Fermi-Geschwindigkeit.

Die Fermi-Temperatur liegt um zwei bis drei Größenordnungen über der Raumtemperatur von rund 300 K.

Diese Zahlen zeigen, dass die thermische Energie für alle Temperaturen, in denen die Metalle als Festkörper oder Schmelzen existieren können, klein sind im Vergleich zur Fermi-Energie.

Die Fermi-Kugel 5

Kommentar 2

Die Fermi-Geschwindigkeit ist rund zwei Größenordnungen kleiner als die Lichtgeschwindigkeit aber um zwei bis drei Größenordnungen größer als die Geschwindigkeiten im Maximum der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilungsfunktion.

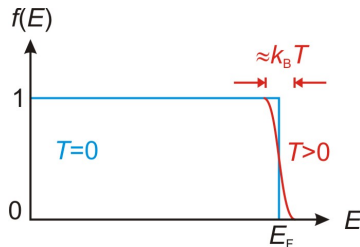
Elektronen, deren kinetische Energie der Fermi-Energie entspricht, sind somit sehr viel schneller als es für ein ideales Elektronengas erwartet werden kann, das der klassischen Physik genügt.

Fermi-Verteilungsfunktion

Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

- Elektrische Leitfähigkeit und Ohmsches Gesetz
- Das Drude-Modell
- **Das Sommerfeldmodell**
 - Die Fermi-Kugel
 - Die Fermi-Verteilungsfunktion
 - Die Zustandsdichte
 - Die Wärmekapazität des Elektronengases
- Das semiklassische Modell der Elektronendynamik
- Ferromagnetismus & Supraleitung

Die Fermi-Verteilungsfunktion 1



Fermi-Verteilungsfunktion

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1}$$

Das chemische Potential μ weicht nur wenig von der Fermi-Energie E_F ab

$$\lim_{T \rightarrow 0} \mu(T) = E_F$$

Die Fermi-Verteilungsfunktion 1

Kommentar 1

Die Fermi-Verteilungsfunktion gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der ein k -Zustand mit der Energie E von einem Elektron unabhängig von der Stellung seines Spins besetzt werden kann.

Am absoluten Nullpunkt der Temperatur ist diese Funktion eine Stufenfunktion.

Alle Zustände unterhalb der Fermi-Energie sind mit der Wahrscheinlichkeit Eins besetzt, während die Besetzungswahrscheinlichkeit für Zustände, deren Energie größer als die Fermi-Energie ist, den Wert Null hat.

In der Skizze ist dieser Verlauf der Besetzungswahrscheinlichkeit blau eingezeichnet.

Wird die Temperatur erhöht, dann weicht die Stufe bei der Fermi-Energie auf.

Die Fermi-Verteilungsfunktion 1

Kommentar 2

Elektronen deren Energie kleiner als die Fermi-Energie ist, können zu Energien oberhalb der Fermi-Energie angeregt werden.

Der Verlauf der Wahrscheinlichkeit bei einer endlichen Temperatur ist in der Skizze rot eingezeichnet.

Da die Fermi-Temperatur soviel größer ist, als alle Temperaturen für die der Festkörper existieren kann, ist der Energiebereich, in dem sich die Wahrscheinlichkeit durch die Erwärmung ändert, sehr klein.

Dieser Energiebereich hat die Größenordnung der thermischen Energie $k_B T$, was einer Energie von rund 26 meV bei Raumtemperatur entspricht.

Die rot umrandete Formel gibt die Fermi-Verteilungsfunktion.

Die Fermi-Verteilungsfunktion 1

Kommentar 3

Die Energie μ im Exponenten der Exponentialfunktion wird chemisches Potential genannt.

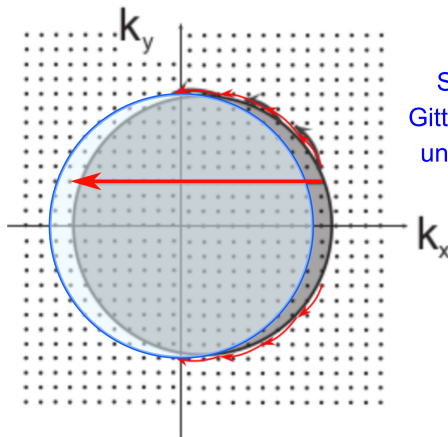
Das chemische Potential hat am absoluten Nullpunkt der Temperatur den Zahlenwert der Fermi-Energie.

Mit zunehmender Temperatur wird das chemische Potential kleiner.

Die Änderung von μ mit der Temperatur ist jedoch im Vergleich zur thermischen Energie $k_B T$ sehr klein, und kann im Rahmen dieser Vorlesung komplett ignoriert werden.

Die Fermi-Verteilungsfunktion 2

Verschiebung der Fermi-Kugel in einem externen elektrischen Feld und Relaxation in den Gleichgewichtszustand, wenn das elektrische Feld abgeschaltet wird.



Streuung der k -Zustände an
Gitterschwingungen (kuze Pfeile)
und an Störstellen (langer Pfeil)

Die Fermi-Verteilungsfunktion 2

Kommentar 1

Das Pauli-Prinzip bringt es mit sich, dass die meisten Leitungselektronen nicht an den Streuprozessen der Elektronenwellen mit den Gitterschwingung und Störstellen teilnehmen können, da die Streuung auf k -Zustände führen würde, die bereits mit Elektronen besetzt sind.

Nur Elektronen, deren k -Zustände im Bereich der Oberfläche der Fermi-Kugel liegen, können durch Streuung in andere k -Zustände gelangen.

Damit ergibt es sich, dass nur diese Elektronen an der Oberfläche der Fermi-Kugel zur elektrischen Leitfähigkeit beitragen können.

Alle Elektronen, die k -Zustände im Inneren der Kugel besetzen, sind blockiert.

Die entsprechenden Elektronenwellen werde durch gegenläufige kompensiert, so dass diese Elektronen nicht zur Leitfähigkeit beitragen.

Die Fermi-Verteilungsfunktion 2

Kommentar 2

Wird ein elektrisches Feld an den Festkörper angelegt, dann überlagert sich der Elektronenbewegung eine Driftgeschwindigkeit, die von der Stärke des elektrischen Felds abhängt.

Die Driftgeschwindigkeit ändert die Wellenzahlvektoren der k -Zustände für alle Elektronen in gleicher Weise etwas.

Die Abbildung zeigt eine Fermikugel, die durch ein äußeres elektrisches Feld in x -Richtung aus der Gleichgewichtslage (blauer Kreis) ohne Feld ausgelenkt ist.

Die roten Pfeile deuten Streuprozesse durch Gitterschwingungen (kurze Pfeile) oder durch Streuung an Gitterfehlstellen (langer Pfeil) an.

Wird das elektrische Feld abgeschaltet, kehrt die Fermikugel in die Gleichgewichtslage ohne Feld zurück.

Die Fermi-Verteilungsfunktion 2

Kommentar 3

Die kinetische Energie der Elektronen, die an den Streuprozessen teilnehmen können, liegt im Bereich der Fermi-Energie.

Diese Elektronen bewegen sich mit der sehr großen Fermi-Geschwindigkeit.

Aus den Stoßzeiten, die mit der Formel für die Leitfähigkeit $\sigma = \frac{q^2}{m} \frac{N}{V} \cdot \tau$ gewonnen werden können, ergeben sich somit freie Weglängen, die um zwei bis drei Größenordnungen die freie Weglänge des Drude-Modells übersteigen.

Entspricht die freie Weglänge im Drude-Modell den Abständen der Atome im Festkörper, so können die Elektronenwellen über tausende von Atomabständen propagieren, bevor es zu einer Streuung kommt.

Für Elektronenwellen ist dieses Ergebnis nicht verwunderlich.

Zustandsdichte

Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

- Elektrische Leitfähigkeit und Ohmsches Gesetz
- Das Drude-Modell
- **Das Sommerfeldmodell**
 - Die Fermi-Kugel
 - Die Fermi-Verteilungsfunktion
 - **Die Zustandsdichte**
 - Die Wärmekapazität des Elektronengases
- Das semiklassische Modell der Elektronendynamik
- Ferromagnetismus & Supraleitung

Die Zustandsdichte 1

Definition der Zustandsdichte

$$D(E) = \frac{1}{V} \frac{dN}{dE}$$

- dN : Anzahl der k -Zustände im Intervall dE bei Energie E

Die Zustandsdichte 1

Kommentar

Um den Anteil der Elektronen, die bei Anregungsprozessen mitmachen können, besser fassen zu können, wird die Zustandsdichte der Leitungselektronen eingeführt.

Die rot umrandete Formel gibt die Definition der Zustandsdichte.

Sie ist bestimmt durch die Anzahl dN der k -Zustände, die sich bei der Energie E im Energieintervall dE befinden.

Die Zustandsdichte 2

Zahl der k -Zustände in einer Kugelschale der Dicke dk und dem Radius k

$$dN = 2 \frac{4\pi k^2 dk}{\frac{(2\pi)^3}{V}} = V \frac{k}{\pi^2} dk$$

Mit $E = \hbar^2 k^2 / 2m$ und $dE = \hbar^2 dk / m$

$$D(E) = \frac{1}{V} \frac{dN}{dE} = \frac{\sqrt{2m^3}}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E}$$

Die Zustandsdichte 2

Kommentar

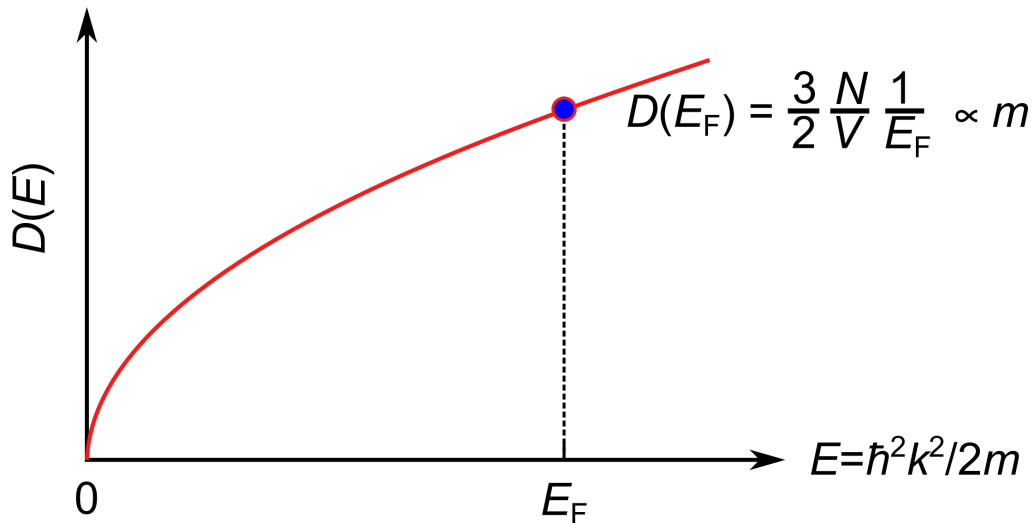
Für das quantisierte Elektronengas im Sommerfeld-Modell kann die Anzahl der k -Zustände, die sich innerhalb einer Kugelschale der Dicke dk und dem Radius k befinden, leicht angegeben werden.

Das Volumen der Kugelschale $4\pi k^2 dk$ muss dazu durch das Volumen eines k -Zustands geteilt werden.

Der Faktor 2 berücksichtigt, dass jeder k -Zustand mit zwei Elektronen besetzt werden kann.

Mit der kinetischen Energie der Leitungselektronen und dem Differential der Energie sieht man, dass die Zustandsdichte proportional zur Wurzel der Energie sein muss.

Die Zustandsdichte 3



Die Zustandsdichte 3

Kommentar

Die Abbildung zeigt die Zustandsdichte im Sommerfeldmodell.

Wichtig ist die Zustandsdichte bei der Fermienergie E_F .

Eine kleine Rechnung zeigt, dass die Zustandsdichte bei der Fermienergie umgekehrt proportional zur Fermienergie ist.

Die Zustandsdichte ist deshalb proportional zur Masse der Ladungsträger, da die kinetische Energie umgekehrt proportional zur Elektronenmasse ist und die Fermi-Wellenzahl allein durch die Dichte der Valenzelektronen bestimmt ist.

Wärmekapazität des Elektronengases

Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

- Elektrische Leitfähigkeit und Ohmsches Gesetz
- Das Drude-Modell
- **Das Sommerfeldmodell**
 - Die Fermi-Kugel
 - Die Fermi-Verteilungsfunktion
 - Die Zustandsdichte
 - Die Wärmekapazität des Elektronengases
- Das semiklassische Modell der Elektronendynamik
- Ferromagnetismus & Supraleitung

Die Wärmekapazität des Elektronengases 1

Wärmekapazität

$$C = \frac{\partial E}{\partial T}$$

Mit der Definition der Zustandsdichte $D(E) = V^{-1} dN/dE$ folgt

$$\Delta N \propto VD(E_F)k_B T$$

Die zusätzliche Energie aufgrund der thermischen Anregung der Leitungselektronen ist

$$\Delta E \propto VD(E_F)(k_B T)^2$$

Die Wärmekapazität des Elektronengases 1

Kommentar 1

Ignoriert man die thermodynamischen Details, wie Messungen bei konstantem Druck oder konstantem Volumen, dann ist die Wärmekapazität schlicht durch die Änderung der Energie der Leitungselektronen mit der Temperatur gegeben, wie es in der rot unterstrichenen Formel angegeben ist.

Aus der Definition der Zustandsdichte ergibt es sich, dass die Anzahl der Elektronen, die thermisch angeregt werden kann, proportional zur Zustandsdichte bei der Fermi-Energie ist.

Das relevante Energieintervall dE ist durch die thermische Anregungsenergie $k_B T$ gegeben.

Damit ergibt sich die zweite rot unterstrichene Formel.

Die Wärmekapazität des Elektronengases 1

Kommentar 2

Die Zahl der Elektronen die thermisch angeregt werden kann, ist proportional zum Produkt aus dem Volumen der Probe, der Zustandsdichte bei der Fermi-Energie und der Temperatur multipliziert mit der Boltzmann-Konstante.

Die Gesamtenergie aufgrund der thermischen Anregung ist durch das Produkt aus der Anzahl der angeregten Elektronen ΔN mit der thermischen Energie $k_B T$ gegeben.

Damit ergibt sich die rot umrandete Formel.

Die Wärmekapazität des Elektronengases 2

Die exakte Rechnung (Sommerfeld-Entwicklung) ergibt

$$E(T) = E(T=0) + V \frac{\pi^2}{6} D(E_F) (k_B T)^2$$

Wärmekapazität der Leitungselektronen

$$C = V \frac{\pi^2}{3} D(E_F) k_B^2 T = N k_B \frac{\pi^2}{2} \frac{k_B T}{E_F} = \gamma T$$

Bei Metallen ist die Wärmekapazität bei tiefen Temperaturen

$$C = \gamma T + \beta T^3$$

Die Wärmekapazität des Elektronengases 2

Kommentar

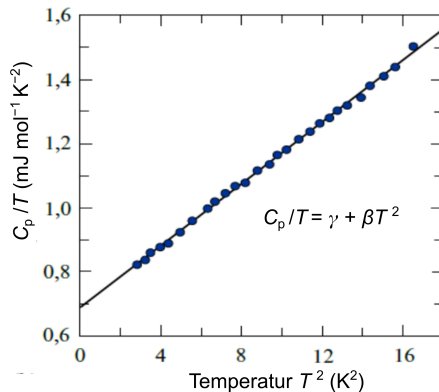
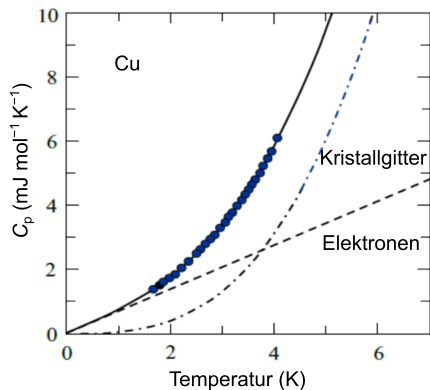
Das Ergebnis der exakten Rechnung von Sommerfeld stimmt sehr gut mit der Abschätzung der vorhergehenden Seite überein.

Die rot umrandete Formel gibt die Wärmekapazität, wie sie im Sommerfeld-Modell berechnet wird.

Die Wärmekapazität der Leitungselektronen wächst proportional zur Temperatur an. In die Proportionalitätskonstante γ geht die Zustandsdichte der Elektronen bei der Fermi-Energie ein.

Da die Wärmekapazität eines Kristallgitters ohne Leitungselektronen bei tiefen Temperaturen proportional zur dritten Potenz der Temperatur anwächst, ergibt sich die zweite rot umrandete Formel für die Wärmekapazität eines elektrischen Leiters bei tiefen Temperaturen.

Die Wärmekapazität des Elektronengases 3



Die Wärmekapazität des Elektronengases 3

Kommentar

Die linke Abbildung zeigt die Wärmekapazität von Kupfer im Temperaturbereich zwischen 2 und 4 K.

Die gestrichelte Linie gibt den linearen Beitrag der Leitungselektronen zur Wärmekapazität.

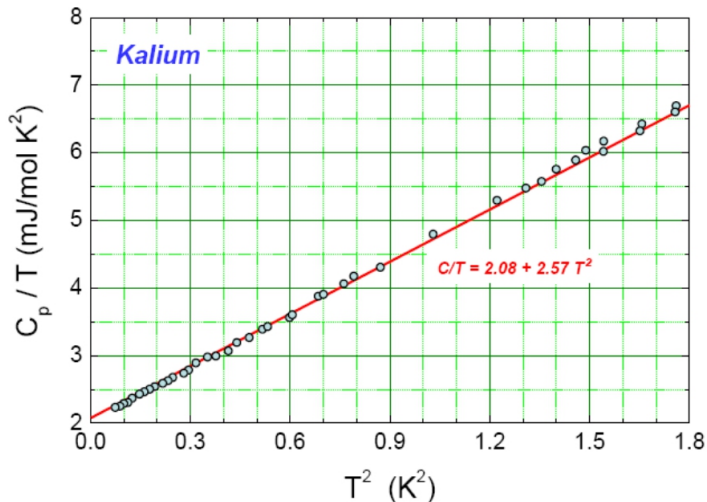
Die strichpunktierte Linie gibt den Beitrag der Gitterschwingungen der Kupferatome.

In der rechten Abbildung ist der Quotient von Wärmekapazität und Temperatur über dem Quadrat der Temperatur aufgetragen.

Es ergibt sich eine Gerade mit der Steigung β und dem Achsenabschnitt γ . Aus dem Achsenabschnitt γ kann die Zustandsdichte der Leitungselektronen bestimmt werden.

Die Wärmekapazität des Elektronengases 4

$$C/T = \gamma + \beta T^2$$



Die Wärmekapazität des Elektronengases 4

Kommentar

Diese Abbildung zeigt eine Messung der Wärmekapazität von Kalium.

Aufgetragen ist der Quotient von Wärmekapazität und Temperatur über dem Quadrat der Temperatur im Temperaturbereich zwischen 0,3 K und 1,3 K.

Die Wärmekapazität des Elektronengases 5

effektive Masse der Leitungselektronen m^*

$$\underline{\gamma^* = \gamma \frac{m^*}{m_e}} \quad \text{und} \quad \gamma = Nk_B \frac{\pi^2}{2} \frac{k_B}{E_F} = Nk_B \pi^2 \frac{\underline{m_e}}{\hbar^2 k_F^2}$$

	$\gamma^* [\text{mJ mol}^{-1} \text{K}^2]$	$\frac{m^*}{m_e}$
K	2,08	1,2
Cu	0,69	1,4
Fe	4,98	10
CeAl ₃	1500	200

Die Wärmekapazität des Elektronengases 5

Kommentar 1

Die Tabelle gibt die gemessenen γ^* -Werte für einige Substanzen.

Es zeigt sich, dass die experimentell bestimmten Werte nicht sehr gut mit der Vorhersage der Sommerfeld-Theorie übereinstimmen.

Da γ direkt proportional zur Masse der Ladungsträger ist, führt man eine effektive Masse m^* der Ladungsträger ein.

Die Tabelle zeigt, dass die effektiven Massen der Ladungsträger erheblich von der Masse eines freien Elektrons m_e abweichen können.

Die Wärmekapazität des Elektronengases 5

Kommentar 2

Das ist nicht verwunderlich, da jedes Elektron von einer positiven Ladungswolke der Atomrümpfe umgeben ist.

Es werden nicht die Bewegungen freier Elektronen betrachtet, sondern die Bewegung der Elektronen samt ihrer Abschirmungswolke.

Die effektive Masse muss somit von einer mikroskopischen Theorie der Elektronenbewegung erklärt werden können.

Das Sommerfeld-Modell erklärt immerhin, weshalb nur ein Bruchteil der Elektronen zur Wärmekapazität der Metalle beiträgt. Es erklärt aber nicht, weshalb die Ladungsträger mancher Metalle gemäß dem Hall-Effekt eine positive Ladung tragen.

Der Grund dafür liegt in der Periodizität des Kristallgitters, deren Einfluss auf die Elektronenbewegung nicht vernachlässigt werden darf.

Revision

Revision

1

1. Wie lautet die Schrödingergleichung für die Leitungselektronen im Sommerfeld-Modell?
2. Welche Energie haben Leitungselektronen im Sommerfeld-Modell?
3. Wieso variiert die Wellenzahlvektoren in einem Festkörper mit dem Volumen V nicht kontinuierlich?
4. Welches Volumen beansprucht jeder Wellenzahlvektor?
5. Weshalb kann eine ebene Welle die Aufenthaltswahrscheinlichkeit von maximal zwei Elektronen beschreiben?
6. Was versteht man unter der Fermi-Kugel?
7. Was versteht man unter der Fermi-Energie?

Revision

2

8. Was beschreibt die Fermi-Verteilungsfunktion?
9. Skizzieren Sie die Fermi-Verteilungsfunktion bei der Temperatur $T = 0$.
10. Welchen Radius hat die Fermi-Kugel?
11. Wie ist die Zustandsdichte der Leitungselektronen definiert?
12. Eine Welle mit dem Wellenzahlvektor $\vec{k}$ wird k-Zustand genannt. Wieviele k-Zustände befinden sich in einer Kugelschale mit dem Radius k und der Dicke dk ?
13. Wie hängt die Wärmekapazität der Leitungselektronen von der Temperatur ab?
14. Weshalb hängt die Wärmekapazität der Leitungselektronen von der Zustandsdichte der Leitungselektronen bei der Fermi-Energie ab?

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis

1. Vorlesung

- Eindimensionale Wellengleichung
- Reflexion und Transmission
- Stehende Wellen
- Dreidimensionale Wellen
- Schallwellen

2. Vorlesung

- Elektromagnetische Wellen
- Kohärenz
- Michelson Interferometer
- Interferenz an dünnen Schichten
- Beugung am Doppelspalt
- Beugung am Gitter

Inhaltsverzeichnis

3. Vorlesung

- Fabry-Perot Interferometer
- Beugung am Einzelspalt
- Bragg'sches Gesetz
- Laue Bedingung
- Michelson Morley Experiment

4. Vorlesung

- Die Einsteinschen Postulate
- Lorentz Transformation
- Zeitdilatation und Längenkontraktion
- Das Experiment von Hall und Rossi
- Zwillingsparadoxon
- „sichtbare Effekte“ der Lorentz Transformation
- Der invariante Abstand
- Relativistische Invarianten
- Doppler-Effekt
- Relativistische Mechanik

Inhaltsverzeichnis

5. Vorlesung

- Doppler-Effekt
- Relativistische Mechanik
- Wärmestrahlung

6. Vorlesung

- Plancksches Strahlungsgesetz
- Laser

7. Vorlesung

- Photoelektrischer Effekt
- Compton Effekt
- Materiewellen

8. Vorlesung

- Unschärferelationen
- Elektron und Elementarladung
- Kern und Elektronenwolke
- Das Spektrum des Wasserstoffatoms
- Das Bohrsche Atommodell

Inhaltsverzeichnis

9. Vorlesung

- Die Spektren der Alkalimetalle
- Die Spektren der Röntgenstrahlung
- Das Frank-Hertz Experiment
- Die Schrödinger Gleichung
- Das Kastenpotential
- Bahndrehimpuls

10. Vorlesung

- Die Lösung der Schrödinger Gleichung für das H-Atom
- normaler Zeeman Effekt

11. Vorlesung

- Stern-Gerlach Experiment
- Spin-Bahn-Kopplung
- Addition von Drehimpulsen

12. Vorlesung

- Periodensystem der Elemente
- Austauschwechselwirkung
- Neon
- Cadmium
- Quecksilber
- Festkörper
- Ohmsches Gesetz