

Wellen und Quantenphysik

1. Eigenschaften von Wellen

2. Interferenz und Beugung

3. Relativitätstheorie

4. Welle-Teilchen Dualismus

5. Atome

6. Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

Elm. Wellen

Eigenschaften von Wellen

- Eindimensionale Wellengleichung
- Reflexion und Transmission
- Stehende Wellen
- Dreidimensionale Wellen
- Schallwellen
- Elektromagnetische Wellen

Elektromagnetische Wellen 1

Im Vakuum reduzieren sich die Maxwell-Gleichungen auf die Wellengleichungen für das elektrische Feld $\vec{E}$ und das magnetische Feld $\vec{B}$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \vec{B}(\vec{r}, t).$$

Die Lichtgeschwindigkeit ist eine Naturkonstante

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 299792458 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 300.000 \text{ km/s}$$

Elektromagnetische Wellen 1

Kommentar 1

Für die Vorlesung ist ein detailliertes Verständnis der klassischen Elektrodynamik und der zugrundeliegenden Maxwell-Gleichungen nicht erforderlich.

Jedoch spielen elektromagnetische Wellen in der Form von Licht z.B. in der Wellenoptik oder in der Quantenphysik beim Photoelektrischen Effekt eine wichtige Rolle.

Deshalb sollen nun einige Eigenschaften von elektromagnetischen Wellen diskutiert werden.

Maxwell lehrt uns, dass ein zeitlich variierendes elektrisches Feld ein magnetisches Feld induziert und umgekehrt ein zeitlich variierendes magnetisches Feld ein elektrisches Feld induziert. Dadurch gelingt es elektromagnetischen Feldern, sich im Raum auszubreiten.

Elektromagnetische Wellen 1

Kommentar 2

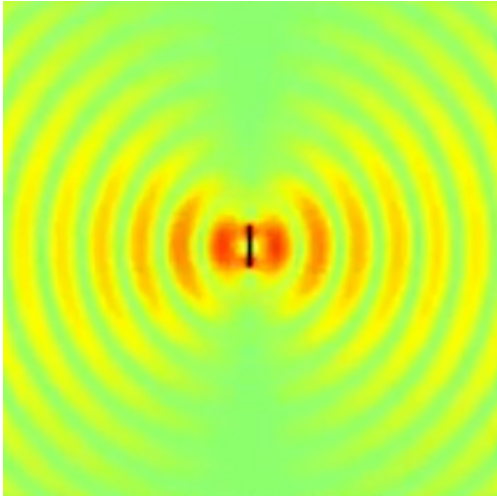
Die Lichtgeschwindigkeit ist der einzige Parameter, der in die Maxwell-Theorie eingeht.

Die Lichtgeschwindigkeit ist mit rund dreihunderttausend Kilometern je Sekunde extrem groß.

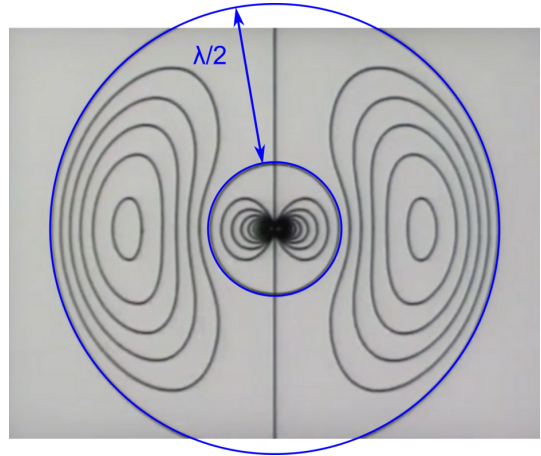
Die Lichtgeschwindigkeit ist eine Naturkonstante.

Die rot umrandete Formel gibt die Definition der Lichtgeschwindigkeit. Der Zahlenwert ist festgelegt, so dass es keine Fehlergrenzen gibt.

Elektromagnetische Wellen 2



(DipolAntenne.mp4)



(HertzscheDipolAbstrahlung.mp4)

Elektromagnetische Wellen 2

Kommentar 1

Die beiden Videos dieser Seite erläutern die Abstrahlung elektromagnetischer Wellen von einem Dipol.

In der Animation auf der linken Seite wird in rot-gelber Farbe, die Intensität der Strahlung kodiert und die Ablösung des elektrischen Felds vom Dipol gezeigt.

Die Ladungen oszillieren auf dem Dipol, d.h. der Dipol wechselt ständig seine Polarität.

Dann, wenn der Strom im Dipol maximal ist, kompensieren sich die Ladungen und der Dipol ist für einen kurzen Moment elektrisch neutral.

In diesem Moment koppeln die elektrischen Feldlinien von den Ladungen ab und breiten sich frei mit der Lichtgeschwindigkeit im Raum aus.

Elektromagnetische Wellen 2

Kommentar 2

Die Animation zeigt schön, dass die Intensität senkrecht zur Dipolachse maximal ist, während sie entlang der Dipolachse verschwindet.

Ein Dipol kann keine Strahlung in Richtung der Dipolachse emittieren!

Das Video auf der rechten Seite ist etwas in die Jahre gekommen, erläutert aber sehr anschaulich und detailliert die Abstrahlung elektrischer und magnetischer Feldlinien vom Dipol.

Die Kreise, die ich in der Abbildung blau markiert habe, begrenzen die Raumbereiche der Halbwellen und stellen keine elektrischen Feldlinien dar.

Der Sender regt auf der Dipolantenne eine stehende Welle an. Die Grundmode mit $L = \lambda/2$ wird am wenigsten gedämpft und dominiert die Abstrahlung der Antenne.

Elektromagnetische Wellen 2

Kommentar 3

Direkt bei der Antenne oszillieren das elektrische und magnetische Feld um 90° phasenverschoben.

Dann, wenn der Strom und damit das B -Feld maximal ist, kompensieren sich die Ladungen und das elektrische Feld verschwindet am Ort des Dipols.

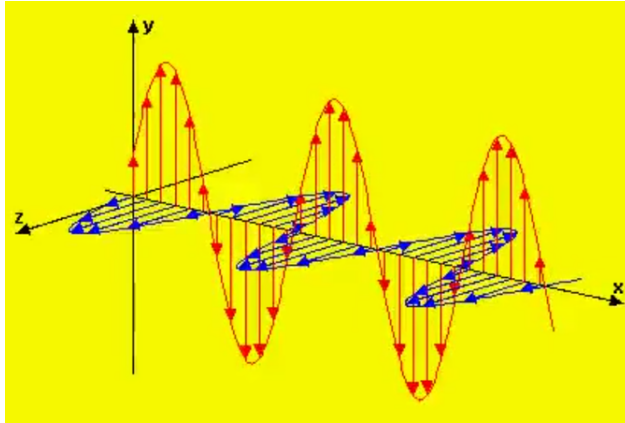
Umgekehrt ist das elektrische Feld maximal, wenn der Strom verschwunden ist und es am Ort des Dipols kein magnetisches Feld gibt.

Diese Phasenverschiebung zwischen dem elektrischen und magnetischen Feld verschwindet schnell mit dem Abstand zum Dipol.

Schon im Abstand von einer Wellenlänge, sind das E -Feld und B -Feld in Phase.

Obwohl der Abstand zum Dipol noch nicht sehr groß ist, spricht man vom „Fernfeld“ im Gegensatz zum „Nahfeld“ in der unmittelbaren Umgebung.

Elektromagnetische Wellen 3



(ElectromagnetischeWellen.mp4)

Elektromagnetische Wellen 3

Kommentar

Mit etwas Rechenarbeit ergeben sich aus den Maxwell-Gleichungen im Vakuum die Wellengleichungen für das elektrische und magnetische Feld.

Das Video zeigt eine ebene elektromagnetische Welle.

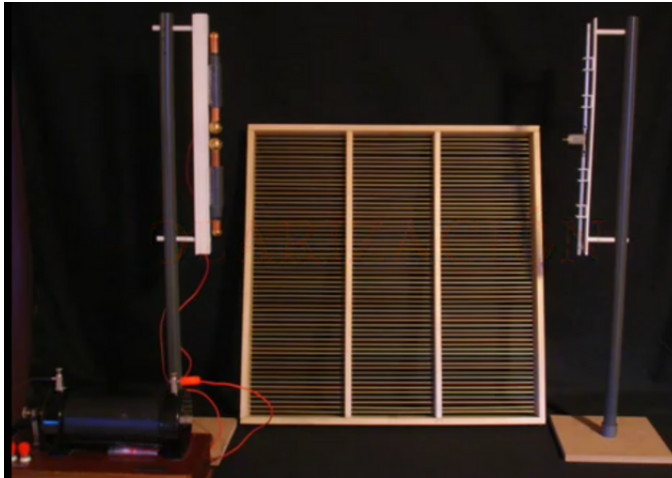
Die roten Vektoren deuten das elektrische Feld und die blauen das magnetische Feld an.

Das magnetische Feld steht senkrecht zum elektrischen Feld.

Das elektrische und magnetische Feld liegt in den Ebenen konstanter Phase und stehen senkrecht auf dem Wellenzahlvektor.

Der Wellenzahlvektor, das elektrische Feld und das magnetische Feld bilden ein rechtshändiges System.

Elektromagnetische Wellen 4



(Polarisation.mp4)

Elektromagnetische Wellen 4

Kommentar 1

Die folgende zwei Videos zeigen Experimente mit Zentimeter-Wellen.

Die elektromagnetische Welle wird durch einen Aufbau erzeugt, der dem Hertzschen Originalexperiment von 1886 nachempfunden ist.

Der Sender besteht aus einer großen Spule, die im Video links unten zu sehen ist.

Die Spule ist mit einer Batterie verbunden. Die Anschlüsse sind außerdem mit den beiden Stäben der Antenne verbunden.

Die beiden Stäbe der Antenne sind durch einen kleinen Spalt getrennt.

Wird der Strom durch die Spulen unterbrochen, dann versucht die Spule, durch eine große Induktionsspannung den Strom aufrecht zu erhalten.

Elektromagnetische Wellen 4

Kommentar 2

Dadurch zündet der Lichtbogen, der markant zwischen den Elektroden der Antenne leuchtet.

Der Lichtbogen regt die Ladungen auf den Stäben der Antenne zu Schwingungen an.

Außerdem stellt er für die Spule einen Kurzschluss dar, so dass der Strom weiter fließen kann.

Nimmt die Induktionsspannung ab, so dass der Lichtbogen erlischt, dann induziert die Spule einen weiteren Spannungsstoß, so dass der Strom weiter fließen kann.

Dadurch werden auch die Schwingungen der Ladungen auf der Antenne immer wieder angetrieben.

Elektromagnetische Wellen 4

Kommentar 3

Ist die Energie der Spule verbraucht, dann muss die Spule neu mit Strom „geladen“ werden.

Heinrich Hertz hat diese Aufgabe durch einen Magnetschalter gelöst, der durch das Magnetfeld der Spule betätigt wird.

Ist das Magnetfeld der Spule klein, dann ist der Schalter geschlossen und die Spule hängt an der Batterie.

Erreicht das Magnetfeld einen bestimmten Wert, dann öffnet der Schalter und der Lichtbogen zündet aufgrund der Induktionsspannung, so dass das Spiel von vorn beginnt.

Elektromagnetische Wellen 4

Kommentar 4

Zur Detektion der elektromagnetischen Welle wird eine Antenne verwendet, die aus zwei Metallstäben besteht, zwischen denen sich eine Glühlampe befindet.

Das Lämpchen beginnt zu leuchten, wenn die Leitungselektronen in den Metallstäben durch das elektrische Feld der Welle zu Schwingungen angeregt werden. Die Achsen des Hertzschen Dipols und der Antenne sind parallel zu einander ausgerichtet, so dass das Lämpchen leuchtet, wenn der Dipol in Betrieb ist.

Elektromagnetische Wellen 4

Kommentar 5

Im ersten Versuch wird ein Gitter aus parallelen Drähten zwischen den Dipol und die Antenne gehalten.

Sind die Drähte parallel zu Dipol und Antennen orientiert, wird die elektromagnetische Welle stark gedämpft, da das elektrische Feld der Welle in den Drähten des Gitters elektrische Ströme induziert, welche die Energie der Welle aufgrund des elektrischen Widerstands der Drähte in Wärme umwandeln und das Lämpchen der Antenne erlischt.

Sind die Drähte senkrecht zu Dipol und Antenne orientiert, dann fällt es dem elektrischen Feld der Welle schwer, einen elektrischen Strom zu induzieren und die Welle kann das Gitter nahezu ungedämpft durchdringen und das Lämpchen der Antenne leuchtet.

Elektromagnetische Wellen 5



(ElmStehendeWelle.mp4)

Elektromagnetische Wellen 5

Kommentar

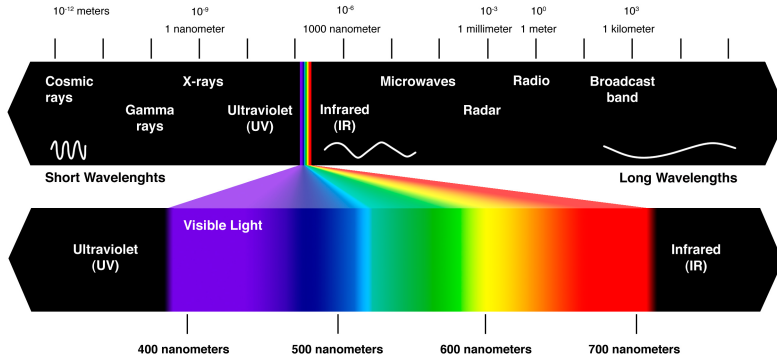
Im zweiten Versuch wird durch den Dipol zwischen zwei Metallplatten eine stehende Welle angeregt.

Die Stärke des elektrischen Feldes wird mittels der Antenne durch das Leuchten des Lämpchens detektiert.

Es zeigt sich, dass auch mit elektromagnetischen Wellen resonant stehende Wellen angeregt werden können.

Schätzt man die halbe Wellenlänge auf 30 cm, dann ergibt sich mit $\nu = c/\lambda$ eine Frequenz der Antenne von ≈ 500 MHz.

Elektromagnetische Wellen 6



Das Spektrum der elektromagnetischen Wellen

Elektromagnetische Wellen 6

Kommentar

Die Abbildung zeigt das elektromagnetische Spektrum.

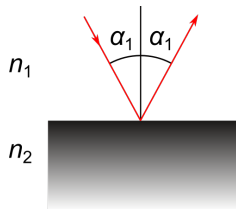
Es erstreckt sich über mehr als 15 Größenordnungen.

Bemerkenswert ist, dass der Bereich des Spektrum, der für unsere Augen sichtbar ist, sehr klein ist.

Er erstreckt sich von ≈ 400 bis zu ≈ 700 Nanometern.

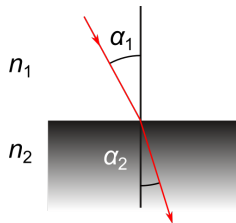
In diesem Spektralbereich strahlt die Sonne am stärksten. Die größte Strahlungsintensität erreicht die Sonne bei ≈ 550 nm. D.h. das Auge ist optimal auf das elektromagnetische Spektrum der Sonne angepasst.

Elektromagnetische Wellen 7: Reflexion und Brechung



Reflexionsgesetz

$$\alpha_1 = \alpha_1'$$



Brechungsgesetz

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

das Brechungsgesetz im Laufe der Zeit

- 10. Jahrhundert: Ibn Sahl, wiederentdeckt durch Willebrord van Roijen Snell im Jahr 1620
- 1660 Pierre de Fermat
- 1669 Isaac Newton
- 1678 Christian Huygens
- 1886 Maxwellsche Elektrodynamik

Elektromagnetische Wellen 7

Kommentar 1

Dass Licht an Gläsern reflektiert und gebrochen wird, ist seit dem Altertum bekannt.

Die erste mathematisch korrekte Beschreibung der Brechung wurde von Ibn Sahl in Persien im 10. Jahrhundert gegeben.

Obwohl die mathematische Form des Brechungsgesetzes in Europa lange Zeit unbekannt war, wurden dennoch Linsen und Lesehilfen seit dem 13. Jahrhundert hergestellt.

Das wissenschaftliche Werk von Ibn Sahl wurde 1620 von Willebrord van Roijen Snell wiederentdeckt, weshalb das Brechungsgesetz auch häufig das Snelliussche Brechungsgesetz genannt wird.

Elektromagnetische Wellen 7

Kommentar 2

Die erste physikalische Begründung für das Reflexions- und das Brechungsgesetz wurde von Pierre de Fermat 1660 im Rahmen einer Disputation mit René Descartes begeben, der den Regenbogen erklären konnte.

Fermat war der erste, der ein Extremalprinzip verwendet hat, um ein Naturgesetz abzuleiten. Er war damit seiner Zeit hundert Jahre voraus.

Fermat postulierte, dass Licht zwischen zwei Punkten den Weg nimmt, für den es die geringste Zeit benötigt.

Wie fundamental der Ansatz von Fermat ist, zeigte sich erst 250 Jahre später, als Louis de Broglie Materiewellen postulierte und deren Eigenschaften, mit dem Fermatschen Prinzip bestimmte.

Elektromagnetische Wellen 7

Kommentar 3

Das Fermatsche Prinzip steht so auch am Anfang der theoretischen Quantenphysik.

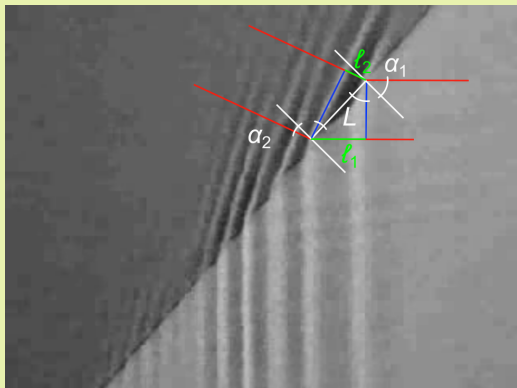
1672 nahm Isaac Newton an, dass es sich bei Licht um ein Teilchenphänomen handelt und leitete auf dieser Grundlage im Rahmen seiner Mechanik das Reflexions- und Brechungsgesetz her.

1678 nahm Christian Huygens an, dass es sich bei Licht um ein Wellenphänomen handelt und leitete auf dieser Grundlage das Reflexions- und das Brechungsgesetz her.

Nachdem Heinrich Hertz 1886 die elektromagnetischen Wellen entdeckt hat, konnte das Reflexionsgesetz und Brechungsgesetz mit den Maxwellgleichungen begründet werden.

Elektromagnetische Wellen 7

Kommentar 4



(BrechungvonWasserwellen.mp4)

Das Brechungsgesetz im Wellenbild nach Huygens: Der Phasenabstand zwischen zwei Wellenbergen beträgt 2π und damit

$$k_1 \ell_1 = k_2 \ell_2 = 2\pi$$

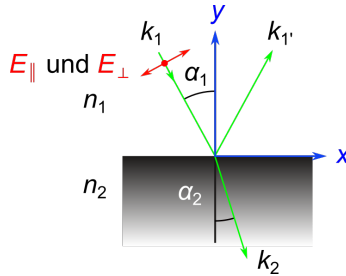
mit

$$\sin \alpha_{1,2} = \frac{\ell_{1,2}}{L} = \frac{2\pi}{L} \frac{1}{k_{1,2}}$$

und $k \propto n$ folgt das Brechungsgesetz

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

Elektromagnetische Wellen 8: Reflexion und Brechung



Reflexionskoeffizient senkrechter Einfall

$$r = \frac{E_r}{E_0} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

Elektromagnetische Wellen 8

Kommentar 1

Die Abbildung illustriert die Reflexion und Brechung von elektromagnetischen Wellen.

Eine ebene Welle fällt von links oben auf eine Grenzfläche (z.B. Luft-Glas).

Der Wellenvektor dieser Welle $\vec{k}_1$ liege in der xy-Ebene.

Das elektrische Feld der Welle kann in eine Komponente zerlegt werden, die in der xy-Ebene schwingt und eine Komponente, die senkrecht zur xy-Ebene schwingt.

Die vertikale Komponente wird in der Abbildung durch einen roten Punkt angedeutet.

Elektromagnetische Wellen 8

Kommentar 2

Mit den Maxwellgleichungen können die elektrischen Feldstärken der Wellen berechnet werden.

Es ergeben sich für die Koeffizienten der Reflexion und Transmission die komplizierten Fresnelschen Formeln.

Ein Spezialfall ist der Reflexionskoeffizient für den senkrechten Lichteinfall, den die rot umrandete Formel zeigt.

Allein dieser Reflexionskoeffizient wird in Rahmen der Vorlesung benötigt.

Wellen und Quantenphysik

1. Eigenschaften von Wellen

2. Interferenz und Beugung

3. Relativitätstheorie

4. Welle-Teilchen Dualismus

5. Atome

6. Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

Interferenz und Beugung

Kommentar

Das zweite Kapitel der Vorlesung behandelt die Wellenoptik.

Der Titel Interferenz und Beugung benennt die beiden wesentlichen Effekte.

Beugung bedeutet, dass Wellen sich um Ecken herum ausbreiten können.

Was bei Schall- bzw. Wasserwellen niemanden verwundert, ist bei Licht bemerkenswert, da im Rahmen der geometrischen Strahlenoptik Lichtstrahlen Ecken ungestört passieren können.

Interferenz bezeichnet die Tatsache, dass Wellen sich überlagern und sich dabei verstärken oder auch auslöschen können.

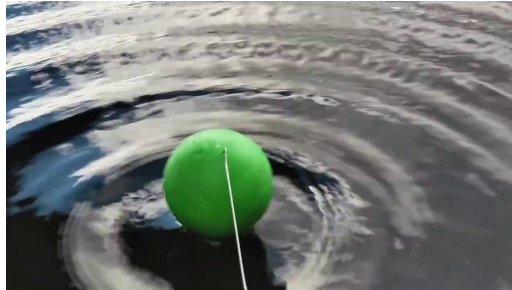
Kohärenz

Interferenz und Beugung

- Kohärenz
- Michelson Interferometer
- Interferenz an dünnen Schichten
- Beugung am Doppelspalt
- Beugung am Gitter
- Fabry-Perot Interferometer
- Beugung am Einzelspalt
- Bragg'sches Gesetz
- Laue-Bedingung

Kohärenz

Haben Wellen in einem ausgedehnten Raumbereich die gleiche Frequenz sowie eine feste Phasenbeziehung, dann nennt man die Strahlung kohärent. Die Abmessung des Raumbereichs, in dem die Strahlung kohärent ist, wird Kohärenzlänge genannt.



(InterferenzWasserwellen.mp4)

Kohärenz

Kommentar 1

Das Video zeigt die Überlagerung von zwei kreisförmigen Wasserwellen, die mehr oder minder periodisch, d.h. harmonisch angeregt werden.

Man erkennt die Bereiche, in denen sich die Wellen verstärken bzw. auslöschen.

Man kann an diesem Video verschiedene Dinge erkennen.

Erstens müssen beide Bälle halbwegs mit der gleichen Periodendauer die Wasseroberfläche zu Wellen anregen, damit sich das charakteristische Interferenzmuster ergibt.

Zweitens müssen beide Bälle mehr oder minder im gleichen Zeitraum die Wasseroberfläche zu Wellen anregen.

Kohärenz

Kommentar 2

Regt zunächst der eine Ball die Wasseroberfläche an und nach einem gewissen Zeitraum der zweite, so erzeugt jeder Ball seine eigenen kreisförmigen Wellen, die sich aber aufgrund des zeitlichen Abstands nicht überlagern können.

Regt ein Ball die Wasseroberfläche während einem bestimmten Zeitraum harmonisch an, dann ergibt sich ein gewisser Abstand zwischen der ersten erzeugten Wellenfront und der letzten erzeugten Wellenfront.

Der Abstand zwischen der ersten und der letzten Wellenfront wird Kohärenzlänge genannt.

Selbst wenn die Bälle nicht gleichzeitig damit beginnen, die Wasseroberfläche anzuregen und gleichzeitig wieder damit aufhören, ist es offensichtlich, dass sich die erzeugten kreisförmigen Wellen in einem gewissen Raumbereich, der durch die Kohärenzlänge bestimmt wird, überlagern und ein Interferenzmuster ausbilden.

Kohärenz

Kommentar 3

Erst wenn die beiden Wellen sich nicht mehr erreichen können, verschwindet das Interferenzmuster.

Was bei Wasserwellen sehr anschaulich ist, ist es beim sichtbaren Licht nicht.

Unser Auge nimmt die Oszillationen der elektrischen und magnetischen Feldstärke nicht wahr, sondern gibt uns statt dessen einen Farbeindruck:

Eine Wellenlänge von 430 nm entspricht der Farbe blau, eine Wellenlänge von 550 nm der Farbe grün und eine Wellenlänge von 630 nm der Farbe rot.

Auch kann das Auge nicht zwischen langen und kurzen Wellenzügen unterscheiden, da die Netzhaut durch die einzelnen Lichtteilchen (man nennt sie Photonen) angeregt wird, die nach und nach im Auge eintreffen.

Kohärenz

Kommentar 4

Das „Sehen“ ist ein Quantenphänomen und durch die Gesetze der Quantenphysik mit den klassischen elektromagnetischen Wellen verbunden.

All diese Informationen, die wir bei Wasserwellen sehr schön beobachten können, haben wir beim sichtbaren Licht nicht, wenn das Auge als Detektor verwendet wird.

Dennoch verhalten sich elektromagnetische Wellen ähnlich, wie die Wasserwellen, solange die Lichtintensität so groß ist, dass der Teilchencharakter des Lichts vernachlässigt werden kann.

Im allgemeinen ist die Kohärenzlänge bei natürlichem Licht klein.

Es besteht aus vielen kurzen Wellenzügen, weshalb es nicht einfach ist, Interferenzen mit sichtbarem Licht zu beobachten.

Kohärenz

Kommentar 5

Es war Isaac Newton der 1666 erstmalig ein Interferenzexperiment beschrieben hat: die Newtonschen Ringe.

Später versuchte er, dieses typische Wellenphänomen im Rahmen seiner Teilchentheorie des Lichts zu erklären, was natürlich nicht befriedigend gelang.

Um bei sichtbarem Licht Interferenzen beobachten zu können, werden lange Wellenzüge benötigt, die räumlich überlagert werden können.

Im Sinne des Video werden also Lichtquellen benötigt, die relativ lange jeweils eine elektromagnetische Welle abstrahlen.

Da die Lichtgeschwindigkeit sehr groß ist, muss die Sendezeit dazu nicht übermäßig lang sein, um z.B. meterlange Wellenzüge zu erhalten.

Kohärenz

Kommentar 6

Heutzutage werden dazu Laser verwendet, doch tun es auch Spektrallinien von Niederdrucklampen, die mit einem atomaren Gas (z.B. Cd- bzw. Hg-Atome) gefüllt sind.

Einen alternativen Weg, großen Kohärenzlängen zu erlangen, deutet bereits das erste Video der Vorlesung an: der Stein, der ins Wasser fällt.

Die pulsartige Anregung ergibt einen räumlich eng begrenzten Wellenberg, der jedoch nach und nach aufgrund der Dispersion in seine harmonischen Komponenten zerfällt.

Übertragen auf sichtbares Licht bedeutet das: Selbst wenn eine Lichtquelle pulsartig sehr kurze Wellenzüge aussendet, kann man durch optische Filter aus dem Licht einzelne harmonische Komponenten herausfiltern, die sehr lang sein können.

Kohärenz

Kommentar 7

Die Länge der quasi harmonischen Wellenzüge hängt von der spektralen Breite der optischen Filter ab.

Je kleiner die spektrale Breite ist, desto länger sind die Wellenzüge und desto einfacher werden Interferenzexperimente.

Der Nachteil dieses Verfahrens ist, dass der größte Anteil der Energie, die von einer Lampe emittiert wird, im Filter hängen bleibt und nicht genutzt werden kann.

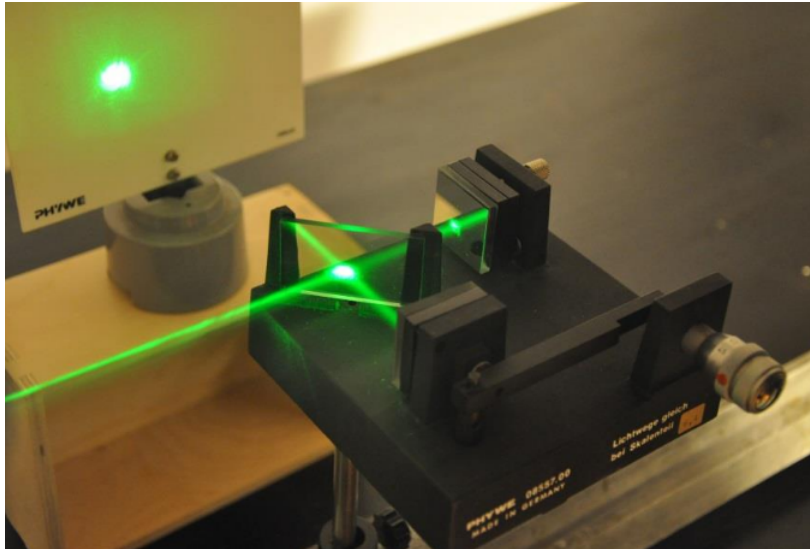
Laser und Spektrallampen haben dieses Problem natürlich nicht.

Michelson Interferometer

Interferenz und Beugung

- Kohärenz
- Michelson Interferometer
- Interferenz an dünnen Schichten
- Beugung am Doppelspalt
- Beugung am Gitter
- Fabry-Perot Interferometer
- Beugung am Einzelspalt
- Bragg'sches Gesetz
- Laue-Bedingung

Michelson Interferometer 1



Michelson Interferometer 1

Kommentar 1

Das Bild zeigt ein kleines Michelson Interferometer, wie es zur Demonstration in der Vorlesung verwendet wird.

Der Laserstrahl kommt von links und fällt auf einen Strahlteiler.

Der Strahlteiler ist eine Glasplatte, die mit einem dünnen Aluminium-Film bedampft ist.

Die dünne Metallschicht bewirkt, dass die Hälfte der Lichtintensität reflektiert und die andere Hälfte transmittiert wird.

Das reflektierte bzw. transmittierte Licht trifft auf Spiegel und wird zurück reflektiert.

Michelson Interferometer 1

Kommentar 2

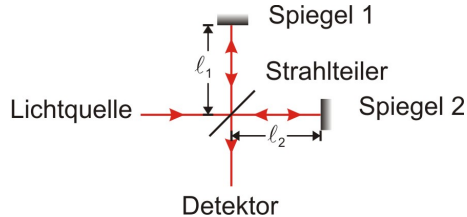
Einer der Spiegel kann mittels einer Mikrometerschraube über einen Hebel verschoben werden, so dass sich der Lichtweg ändert.

Am Strahlteiler wird wiederum eine Hälfte der Intensität reflektiert bzw. transmittiert.

Somit läuft ein Teil des Lichts zurück zur Lichtquelle und ein anderer Teil zu einem Schirm, auf dem die Interferenz der beiden Teilstrahlen beobachtet werden kann.

Michelson Interferometer 2

Prinzipieller Aufbau eines Michelson Interferometers



der Phasenunterschied $\Delta\varphi$ zwischen Strahl 1 und 2 ist

$$\underline{\Delta\varphi = k\Delta\ell = \frac{2\pi}{\lambda} 2(\ell_1 - \ell_2)}$$

Michelson Interferometer 2

Kommentar

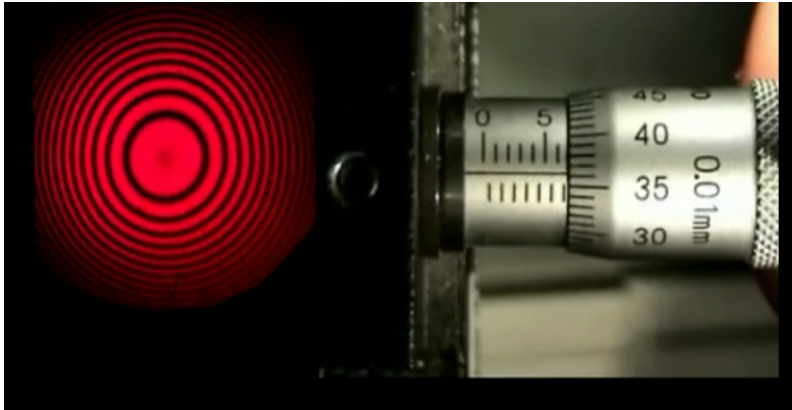
Die Skizze zeigt den prinzipiellen Aufbau mit dem Strahlengang.

Der Wegunterschied zwischen dem Strahl 1 und dem Strahl 2 wird durch die Abstände ℓ_1 und ℓ_2 der Spiegel zum Strahlteiler bestimmt.

Für eine genaue Rechnung müsste auch die Glasplatte des Strahlteilers berücksichtigt werden.

Der Phasenunterschied zwischen Strahl 1 und Strahl 2 ergibt sich, wenn der Wegunterschied mit der Wellenzahl $2\pi/\lambda$ multipliziert wird.

Michelson Interferometer 3



(MichelsonInterferometerPathVariations.mp4)

Michelson Interferometer 3

Kommentar 1

Das Video zeigt, wie sich das Interferenzmuster am Schirm ändert, wenn an der Mikrometerschraube gedreht wird.

Die Intensität im Zentrum wechselt in Abhängigkeit von der Spiegelposition von hell nach dunkel, d.h. die Wellen verstärken sich bzw. löschen sich aus.

Da die Kohärenzlänge des verwendeten Laser-Strahls sehr groß ist, kann der Spiegel über weite Strecken verschoben werden, ohne dass das Interferenzmuster am Schirm verschwindet.

Wird das Experiment jedoch mit einer natürlichen Spektrallinie durchgeführt, dann darf die Differenz zwischen den beiden optischen Lichtwegen nicht zu groß sein.

Befindet sich die Glasplatte des Strahlteilers z.B. im Strahl 1, dann muss zur Kompensation eine entsprechende Glasplatte in den Strahl 2 eingesetzt werden.

Michelson Interferometer 3

Kommentar 2

Das Michelson Interferometer erlaubt interessante Einblicke in die Relativitätstheorie und wird im Abschnitt „Relativität“ noch einmal genauer betrachtet.

In technischer Hinsicht ist das Michelson Interferometer als sogenanntes Fourier-Spektrometer in der Infrarot-Spektroskopie von Bedeutung.

Wird das Interferometer mit einer idealen harmonischen Welle beleuchtet, dann variiert die Intensität als Funktion der Spiegelposition periodisch und zwar unabhängig davon, wie groß der relative Abstand der beiden Spiegel ist.

Wird z.B. das Licht einer Spektrallinie verwendet, dann gibt es aufgrund der endlichen Kohärenzlänge nur einen bestimmten Bereich für den relativen Abstand der Spiegel, in dem die Interferenz beobachtet werden kann.

Michelson Interferometer 3

Kommentar 3

Wie die Intensität des Interferenzmusters mit der Spiegelposition variiert, wird auch von der Form des Wellenzugs bestimmt.

Ein rechteckiger Puls wird ein anderes Interferogramm ergeben als ein gaußförmiger Wellenzug.

Vertieft man sich in die Mathematik des Interferogramms, dann zeigt es sich, dass durch eine Fouriertransformation aus dem Interferogramm das Spektrum der Lichtquelle bestimmt werden kann.

Die Fouriertransformation gab diesem Spektrometer den Namen.

Dünne Schichten

Interferenz und Beugung

- Kohärenz
- Michelson Interferometer
- **Interferenz an dünnen Schichten**
- Beugung am Doppelspalt
- Beugung am Gitter
- Fabry-Perot Interferometer
- Beugung am Einzelspalt
- Bragg'sches Gesetz
- Laue-Bedingung

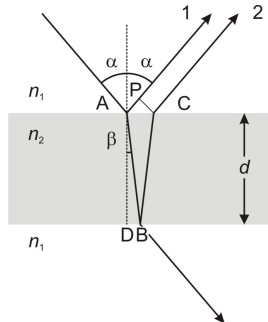
Interferenz an dünnen Schichten 0



Interferenz an dünnen Schichten 1

Vorbemerkung:

Im folgenden werden dünne nichtleitende Schichten betrachtet, die durch eine Brechzahl n charakterisiert werden können.



Interferenz an dünnen Schichten 1

Kommentar 1

Mit dünnen Schichten sind nun nicht dünne Metallschichten gemeint, wie sie z.B. beim Strahlteiler im Michelson Interferometer verwendet werden, sondern dünne nichtleitende Schichten, die durch eine Brechzahl n charakterisiert werden können, z.B. Ölfilme auf Wasser oder Seifenblasen.

Die Abbildung skizziert die Reflexion an einer dünnen Schicht.

Der einfallende Lichtstrahl kommt von links oben und wird am Punkt A in den Strahl 1 reflektiert.

Ein Teil der Welle wird in das Medium transmittiert und an der unteren Seite der dünnen Schicht reflektiert.

Am Punkt C tritt ein Teil dieses Strahls aus der dünnen Schicht aus und erhält die Nummer 2.

Interferenz an dünnen Schichten 1

Kommentar 2

Zu dieser Abbildung muss nun einiges bemerkt werden.

Erstens ist die Wegstrecke von A nach P verschieden von der Wegstrecke im Medium von A über B nach C.

Interferenz kann nur beobachtet werden, wenn die Wellen an den Punkten P und C vom gleichen Wellenzug stammen, der bei Punkt A die Oberfläche getroffen hat.

Je länger der Wellenzug ist, d.h. je größer die Kohärenzlänge ist, desto dicker kann die Schicht werden, bevor die Interferenz verschwindet.

Da die Wellenzüge bei natürlichem Licht üblicherweise sehr kurz sind, kann Interferenz nur bei sehr dünnen Schichten beobachtet werden.

Interferenz an dünnen Schichten 1

Kommentar 3

Zweitens stellt sich die Frage, weshalb eigentlich nur die Strahlen 1 und 2 betrachtet werden müssen.

Grundsätzlich wird die Welle auch am Punkt C reflektiert, so dass es neben dem Strahl 2 weitere Strahlen gibt, welche die dünne Schicht an der oberen Grenzfläche verlassen.

Für die Antwort muss man sich die Amplituden der reflektierten Strahlen ansehen.

Im allgemeinen ist der Reflexionskoeffizient einer elektromagnetischen Welle eine komplizierte Formeln, die vom Einfallswinkel und der Polarisierung der Welle abhängt (Fresnelsche Formeln).

Interferenz an dünnen Schichten 2

$$r = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} = \boxed{r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}}$$

Mit $\nu\lambda = v$ und $v = c/n$

$$\lambda = \frac{c}{n\nu} \quad \text{und} \quad \underline{k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \frac{n\nu}{c} = n \frac{2\pi\nu}{c} = n \frac{2\pi}{\lambda_0} = nk_0}$$

dabei bezeichnet λ_0 die Wellenlänge und $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ist die Wellenzahl im Vakuum.

Beim Übergang Luft ($n_1 = 1$) zu Glas ($n_2 = 1,5$) ist $r = -0,2$, d.h. nur 4% der Intensität werden reflektiert

Interferenz an dünnen Schichten 2

Kommentar 1

Fällt die Welle jedoch senkrecht auf die Grenzfläche, dann reduzieren sich diese Formeln auf die einfache Formel, die sich bereits bei der Reflexion von Seilwellen ergab.

Für die rot umrahmte Formel muss beachtet werden, dass sich die Lichtgeschwindigkeit in einem Medium ergibt, wenn die Vakuumlichtgeschwindigkeit durch die Brechzahl n im Medium dividiert wird.

Da sich mit der Lichtgeschwindigkeit auch die Wellenlänge ändert, findet man, dass die Wellenzahl im Medium proportional zur Brechzahl ist.

Die Wellenzahlen in der ursprünglichen Formel können somit durch die Brechzahlen ersetzt werden.

Interferenz an dünnen Schichten 2

Kommentar 2

Beim Übergang von Luft mit $n = 1$ nach Glas mit $n = 1,5$ ergibt sich für den Reflexionskoeffizienten $r = -0,2$.

Der Reflexionskoeffizient r bezieht sich auf die Amplitude der Welle und bei elektromagnetischen Wellen speziell auf die elektrische Feldstärke.

Da die Lichtintensität proportional zum Quadrat der elektrischen Feldstärke ist, ergibt sich, dass nur 4% der Lichtintensität an der Grenzfläche Luft-Glas bzw. Glas-Luft reflektiert wird.

Obwohl die exakten Zahlenwerte vom Einfallswinkel abhängen, erkennt man, dass vom einfallenden Lichtstrahl der größte Teil in die Schicht transmittiert wird, wenn z.B. die Grenzfläche Luft-Glas betrachtet wird.

Interferenz an dünnen Schichten 2

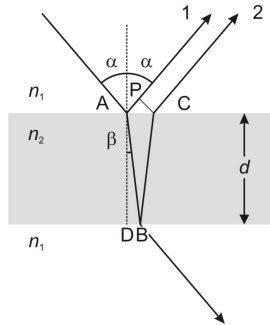
Kommentar 3

Auch an der unteren Grenzfläche ergibt es sich am Punkt B, dass der größte Anteil der Intensität die Schicht verlassen kann.

Der kleine reflektierte Anteil kann dann kaum reduziert, das Medium am Punkt C verlassen.

So findet man, dass die Strahlen 1 und 2 näherungsweise die gleiche Intensität haben, während alle weiteren potentiellen Strahlen sehr viel schwächer sind und vernachlässigt werden können.

Interferenz an dünnen Schichten 3



Der Gangunterschied von Strahl 1 und 2 bei **senkrechtem** Einfall ist $2d$. Die zusätzliche Phase von Strahl 2 ist

$$\Delta\varphi_2 = k_2 \cdot 2d = n_2 k_0 \cdot 2d = n_2 \frac{2\pi}{\lambda_0} 2d$$

Interferenz an dünnen Schichten 3

Kommentar

Bei senkrechtem Einfall ist der Gangunterschied zwischen Strahl 1 und 2 die doppelte Schichtdicke.

Für die Interferenz kommt es auf den Phasenunterschied der harmonischen Wellen an.

Der ortsabhängige Anteil der Phase besteht aus dem Produkt der Wellenzahl multipliziert mit dem Ort.

Die zusätzliche Phase von Strahl 2 ergibt sich also durch die Wellenzahl k_2 multipliziert mit der zweifachen Schichtdicke.

Interferenz an dünnen Schichten 4

Für $n_1 < n_2$ ist $r < 0$ und $\Delta\varphi_1 = \pm\pi$

Merke:

Kommt die Welle aus einem Medium mit der Brechzahl n_1 und wird an einem Medium mit der Brechzahl $n_2 > n_1$ reflektiert, dann tritt ein Phasensprung von $\pm\pi$ auf.

Der Phasenunterschied zwischen Strahl 2 und Strahl 1 ist bei senkrechtem Einfall

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1 = n_2 \frac{2\pi}{\lambda_0} 2d \pm \pi$$

Interferenz an dünnen Schichten 4

Kommentar

Nun muss beachtet werden, dass z.B. beim Übergang von Luft nach Glas der Reflexionskoeffizient negativ ist. Das negative Vorzeichen wird in der Phase durch die Addition bzw. Subtraktion von π berücksichtigt.

Allgemein muss man sich merken: Kommt die Welle aus einem Medium mit der Brechzahl n_1 und wird an einem Medium mit einer größeren Brechzahl $n_2 > n_1$ reflektiert, dann tritt ein Phasensprung von $\pm\pi$ auf und die Amplitude der elektrischen Feldstärke ändert das Vorzeichen.

Der Phasenunterschied zwischen Strahl 2 und 1 ergibt dann die rot umrandete Formel.

Dabei ist es gleichgültig, ob die Brechzahl der Schicht kleiner oder größer ist, als die des umgebenden Mediums, d.h. ob der Phasensprung an der oberen bzw. unteren Grenzfläche erfolgt.

Interferenz an dünnen Schichten 5

für konstruktive Interferenz gilt die Bedingung

$$\Delta\varphi = 2\pi m \quad \text{und} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Die Dicke der Schicht ist dann bei senkrechtem Einfall

$$d_m = \frac{1}{2n_2} \left(m\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2} \right) = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{4n_2}$$

und mit der Wellenlänge in der Schicht $\lambda_2 = \lambda_0/n_2$

$$d = \frac{\lambda_2}{4}, 3\frac{\lambda_2}{4} \dots$$

Interferenz an dünnen Schichten 5

Kommentar

Die Wellen 1 und 2 verstärken sich, wenn der Phasenunterschied ein Vielfaches von 2π beträgt, d.h. es trifft Wellenberg auf Wellenberg.

Mit dieser Bedingung kann die Dicke der Schicht für den Fall der konstruktiven Interferenz berechnet werden.

Die Dicke der dünnsten Schicht beträgt ein Viertel der Wellenlänge in der Schicht λ_2 .

Interferenz an dünnen Schichten 6

Destruktive Interferenz ergibt sich für

$$\Delta\varphi = \pi m \quad \text{und} \quad m = 1, 3, 5, \dots$$

Die Dicke der Schicht ist dann

$$d_m = m \frac{\lambda_0}{2n_2} \quad \text{und} \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

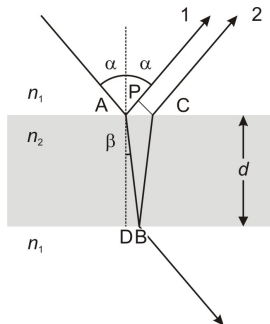
Interferenz an dünnen Schichten 6

Kommentar

Die beiden Wellen löschen sich aus, wenn der Phasenunterschied ein ungerades Vielfaches von π beträgt, d.h. es trifft Wellenberg auf Wellental.

Die Schichtdicken für den Fall der destruktiven Interferenz sind Vielfache der halben Wellenlänge in der Schicht.

Interferenz an dünnen Schichten 7



Die Phasendifferenz zwischen den Strahl 1 und 2 ist

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_2} \overline{ABC} - \frac{2\pi}{\lambda_1} \overline{AP} \pm \pi = \frac{2\pi n_1}{\lambda_0} 2d \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \alpha} \pm \pi$$

Interferenz an dünnen Schichten 7

Kommentar

Trifft der Lichtstrahl nicht senkrecht auf die Schicht, dann muss für den Strahl 1 die Strecke AP und für Strahl 2 die Strecke zwischen den Punkten ABC betrachtet werden.

Für die Phasendifferenz müssen diese Strecken mit den entsprechenden Wellenzahlen multipliziert werden.

Zusätzlich muss der Phasensprung von π berücksichtigt werden, der je nach den Brechungsindizes an der obereren bzw. unteren Grenzfläche erfolgen kann.

Mit etwas Rechenarbeit ergibt sich die rot unterstrichene Formel, die man sich aber bestimmt nicht merken muss.

Interferenz an dünnen Schichten 8



Interferenz an dünnen Schichten 8

Kommentar

Das Bild zeigt die Interferenz an Seifenblasen.

Es ergeben sich bei weißem Tageslicht die typischen Interferenzfarben.

Durch destruktive Interferenz werden aus dem Spektrum des Tageslichts einzelne Frequenzen ausgelöscht.

Welche Frequenzen ausgelöscht werden, hängt vom Einfallswinkel des Lichts und der Dicke der Schicht ab.

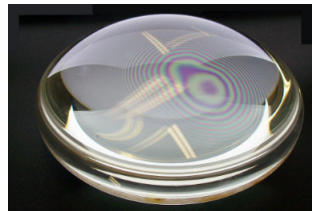
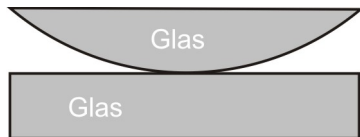
Solche Interferenzfarben können auch für Ölfilme auf Wasseroberflächen beobachtet werden.

Der Farbeindruck, den ein Frequenzspektrum im sichtbaren Bereich des elektromagnetischen Spektrums hervorruft ist jedoch subjektiv.

Interferenz an dünnen Schichten 9

Interferenz an einer dünnen Luftschicht

Bei den Newton-Ringen (Isaac Newton 1643-1727) tritt die Interferenz am Luftkeil zwischen der Linse und der Trägerplatte auf



Beachte:

Da die im Glas zurückgelegten Wege üblicherweise sehr viel länger sind als die Kohärenzlänge, muss nur die Interferenz an der Luftschicht zwischen den Glaskörpern beachtet werden.

Interferenz an dünnen Schichten 9

Kommentar

Interferenzen treten auch auf, wenn zwei transparente Medien durch eine dünne Luftschicht voneinander getrennt sind.

Das berühmteste Beispiel sind die Newtonschen Ringe, die beobachtet werden können, wenn eine plankonvexe Linse auf eine Glasplatte gelegt wird.

Der Gangunterschied zwischen den Strahlen 1 und 2 aufgrund der Luftschicht ist mit der Formel auf Seite 7 und dem Brechungsgesetz einfach $2d \cos \beta$.

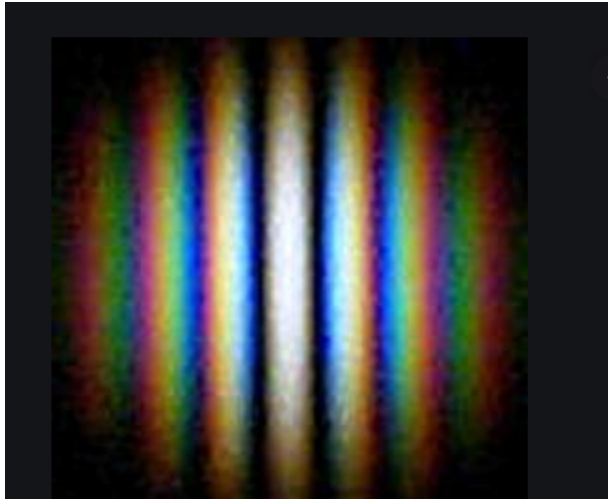
Doppelspalt

Interferenz und Beugung

- Kohärenz
- Michelson Interferometer
- Interferenz an dünnen Schichten
- **Beugung am Doppelspalt**
- Beugung am Gitter
- Fabry-Perot Interferometer
- Beugung am Einzelspalt
- Bragg'sches Gesetz
- Laue-Bedingung

Beugung am Doppelspalt 1

Thomas Young 1802



Beugung am Doppelspalt 1

Kommentar 1

Das von Thomas Young beschriebene Doppelspaltexperiment wurde allgemein als der experimentelle Beweis für die Richtigkeit der Wellentheorie des Lichts akzeptiert.

Das Experiment von Young bestand aus einem Loch im Fensterladen durch das Sonnenlicht in einen dunklen Raum fallen konnte.

Den Lichtstrahl ließ Young auf einen Doppelspalt fallen und beobachtete auf einem Schirm hinter dem Doppelspalt die im Bild gezeigten farbigen Streifen.

Beugung am Doppelspalt 1

Kommentar 2

Um die Bedeutung diese Experiments zu verdeutlichen, ist ein Kommentar zum Welle-Teilchen Problem des Lichts erforderlich:

Die Newtonsche Teilchentheorie des Lichts hatte den großen Vorteil, dass sie zwanglos die sogenannte Aberration des Lichts der Sterne erklären konnte. Die Aberration wurde 1728 von dem Astronomen James Bradley entdeckt und bezeichnet den Effekt, dass die Winkel, unter denen Sterne beobachtet werden können, sich periodisch im Lauf des Jahres ändern. Im Newtonschen Teilchenbild kann dieser Effekt einfach auf die Bahngeschwindigkeit der Erde auf ihrer Umlaufbahn um die Sonne zurückgeführt werden. Da die Bahngeschwindigkeit der Erde bekannt ist, kann zudem aus der Aberration der Sterne die Lichtgeschwindigkeit bestimmt werden.

Beugung am Doppelspalt 1

Kommentar 3

Es ergibt sich, dass die Lichtgeschwindigkeit bei allen Sternen den gleichen Wert hat und mit den terrestrisch bestimmten Werten übereinstimmt.

Dieses Ergebnis ist im Teilchenbild jedoch verwunderlich, da man auch damals davon ausgehen konnte, dass die Sterne sich mit großen und unterschiedlichen Geschwindigkeiten bewegen.

Wenn man jedoch annimmt, dass Licht ein Wellenphänomen ist und diese Wellen sich in einem Medium, das „Äther“ genannt wurde, ausbreiten, dann ist es nicht verwunderlich, dass die Lichtgeschwindigkeit unabhängig von der Geschwindigkeit der Sterne ist.

Beugung am Doppelspalt 1

Kommentar 4

Das Wellenbild erklärt jedoch nicht zwanglos, weshalb Sterne in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der Erde unter verschiedenen Winkeln beobachtet werden können.

Dieses Problem wurde 1818 von Augustin-Jean Fresnel durch die Einführung sogenannter Mitführungskoeffizienten gelöst.

Nach dieser Theorie führt die Erde den „Äther“ bei ihrer Bewegung mit und bewirkt dadurch die beobachtete Ablenkung des Lichts.

Die Fresnelsche Theorie verhalf der Wellentheorie des Lichts zum Durchbruch, führt aber zu vielen Problemen, die im Laufe des 19. Jahrhunderts theoretisch und experimentell untersucht worden sind.

Beugung am Doppelspalt 1

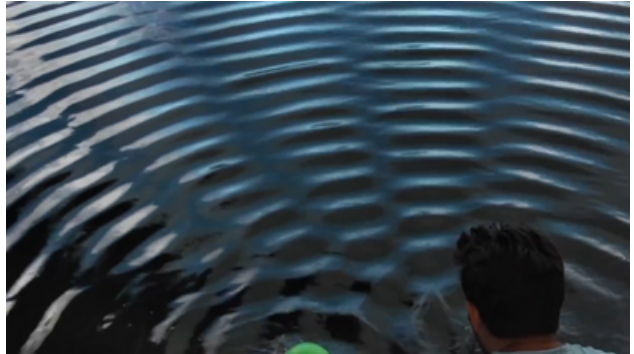
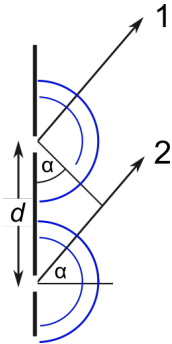
Kommentar 5

Die durch die Äthertheorie verursachte Verwirrung regte Albert Einstein an, sich mit diesem Problem zu beschäftigen.

Es gelang ihm, im Rahmen seiner speziellen Relativitätstheorie all die Probleme zu lösen, die sich aus der Äthertheorie ergeben hatten.

Beugung am Doppelspalt 2

Ein Doppelspalt wird senkrecht mit ebenen Wellen beleuchtet. Aus den Öffnungen treten Wellen, die am Ort der Öffnung die gleiche Phase haben



Beugung am Doppelspalt 2

Kommentar 1

Die Abbildung skizziert die Situation am Doppelspalt.

Das Licht mit seinen ebenen Wellenfronten fällt von links senkrecht auf den Doppelspalt.

Nun kann man annehmen, dass sich das Licht hinter den Spaltöffnungen gleichmäßig in alle Raumrichtungen ausbreiten kann, so dass sich nach den Spalten zylinderförmige Wellenfronten ergeben (Huygensche Elementarwellen). Dabei geben die Spalte die Richtung der Zylinderachsen vor.

Für Raumbereiche die klein genug sind, können diese zylindrischen Wellenfronten durch ebene Wellen ersetzt werden. Damit kommt man zu dem Bild der beiden Strahlen 1 und 2, die von den Spalten ausgehen und schließlich in großer Entfernung zu den Spalten interferieren.

Beugung am Doppelspalt 2

Kommentar 2

Wie im Fall der Wasserwellen leicht zu sehen ist, gibt es Richtungen in denen sich die Wellen von Strahl 1 und 2 auslöschen und andere Richtungen in denen sich die Wellen verstärken.

Parallele Strahlen 1 und 2 können verwendet werden, wenn die Lichtstrahlen in einem großen Abstand zu den Spalten zur Interferenz kommen oder durch eine Linse zur Interferenz zusammengeführt werden. Diese Beobachtungsart wird Fraunhofersche Beobachtungsart genannt.

Wird die Interferenz nahe an den Spalten beobachtet, dann kommen geneigte Strahlen zur Interferenz. Diese Beobachtungsart wird Fresnelsche Beobachtungsart genannt.

In dieser Vorlesung wird nur die Fraunhofersche Beobachtungsart verwendet.

Beugung am Doppelspalt 3

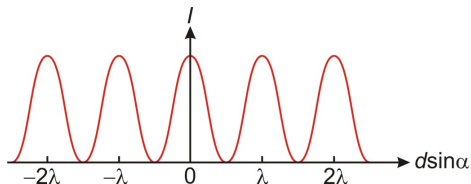
Verlaufen Strahl 1 und 2 nahezu parallel, dann ergibt sich konstruktive Interferenz für

$$d \sin \alpha_m = m \lambda$$

und destruktive Interferenz für

$$d \sin \alpha_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

mit $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$



Intensität nach dem Doppelspalt

Beugung am Doppelspalt 3

Kommentar 1

Der Wegunterschied zwischen Strahl 1 und Strahl 2 ergibt sich aus dem Abstand der Spalte multipliziert mit dem Sinus des Ablenkswinkels.

Konstruktive Interferenz ergibt sich, wenn der Wegunterschied ein Vielfaches der Wellenlänge ist.

Destruktive Interferenz ergibt sich, wenn zum Wegunterschied zusätzlich noch eine halbe Wellenlänge addiert wird.

Die Interferenzbedingung hängt also von der Wellenlänge an.

Das erklärt, weshalb bei weißem Licht hinter dem Doppelspalt farbige Streifen beobachtet werden.

Der Ablenkswinkel nimmt mit der Wellenlänge zu.

Beugung am Doppelspalt 3

Kommentar 2

Die Maxima bei rotem Licht werden aufgrund der größeren Wellenlänge bei größeren Ablenkwinkeln erwartet als die Maxima des blauen Lichts.

Eine Rechnung zeigt, dass die Lichtintensität hinter dem Spalt proportional zu $\cos^2(\Delta\varphi/2)$ ist. Dabei bezeichnet $\Delta\varphi$ den Phasenunterschied zwischen Strahl 1 und 2.

Damit ergibt sich der skizzierte Verlauf der Intensität hinter einem Doppelspalt.

Aufgetragen ist die Intensität über dem Gangunterschied zwischen Strahl 1 und 2.

Revision

Revision

1

1. Schreiben Sie die Wellengleichungen einer dreidimensionalen elektromagnetischen Welle auf.
2. Geben Sie näherungsweise den Wert der Lichtgeschwindigkeit an.
3. In welchem Frequenzbereich kann das menschliche Auge elektromagnetische Wellen wahrnehmen?
4. Was ist die Kohärenzlänge?
5. Wann nennt man Licht kohärent?
6. Skizzieren Sie ein Michelson-Interferometer und schreiben Sie die Bedingung für konstruktive Interferenz auf.
7. Schreiben Sie die Interferenzbedingung für konstruktive Interferenz an einer dünnen Luftschicht zwischen zwei Glasplatten bei senkrechtem Lichteinfall auf.
8. Wie lautet der Reflexionskoeffizient für das elektrische Feld bei senkrechtem Lichteinfall auf eine dielektrische Grenzfläche?

Revision

2

9. Was versteht man unter der Fraunhoferschen Beobachtungsart?
10. Wie lautet die Interferenzbedingung für konstruktive Interferenz bei einem Doppelspalt?
11. Skizzieren Sie den Verlauf der Intensität nach einem Doppelspalt als Funktion des Gangunterschieds der Strahlen.