

Wellen und Quantenphysik

1. Eigenschaften von Wellen

2. Interferenz und Beugung

3. Relativitätstheorie

4. Welle-Teilchen Dualismus

5. Atome

6. Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

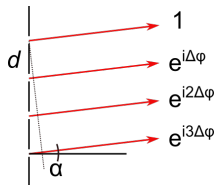
Gitter

Interferenz und Beugung

- Kohärenz
- Michelson Interferometer
- Interferenz an dünnen Schichten
- Beugung am Doppelspalt
- **Beugung am Gitter**
- Fabry-Perot Interferometer
- Beugung am Einzelspalt
- Bragg'sches Gesetz
- Laue-Bedingung

Beugung am Gitter 1

Ein Gitter mit 4 Spalten wird mit einer ebenen Wellen beleuchtet.



$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \cdot \sin \alpha$$

Die Hauptmaxima ergeben sich wie beim Doppelspalt für

$$d \sin \alpha_m = m\lambda$$

mit $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Beugung am Gitter 1

Kommentar 1

Statt des allgemeinen Falls soll zunächst als Beispiel ein Gitter mit 4 Spalten behandelt werden, d.h. die Doppelspaltanordnung wird um zwei weitere Spalte erweitert.

Wieder werden parallele Strahl betrachtet, die von den Spaltöffnungen in die verschiedenen Richtungen abgehen können.

Der Gangunterschied zwischen zwei benachbarten Strahlen ist wie beim Doppelspalt durch die Formel $d \cdot \sin \alpha$ gegeben, und der Phasenunterschied $\Delta\varphi$ ergibt sich durch die Multiplikation mit der Wellenzahl $2\pi/\lambda$

In der Abbildung ist bezogen auf den obersten Strahl zu jedem Strahl der zusätzliche Phasenfaktor aufgrund des Gangunterschieds angegeben.

Beugung am Gitter 1

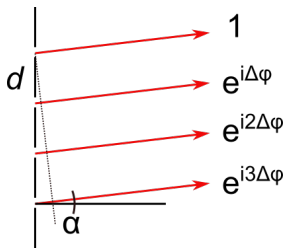
Kommentar 2

Die Hauptmaxima der Intensität ergeben sich, wenn der Gangunterschied zwischen benachbarten Strahlen ein Vielfaches der Wellenlänge ist.

Die zusätzliche Phase ist ein Vielfaches von 2π und die Phasenfaktoren der vier Strahlen haben alle den Zahlenwert Eins, so dass sich die Wellen optimal addieren.

Beugung am Gitter 2

Minima beim Gitter



Beträgt der Gangunterschied benachbarter Strahlen $\lambda/4$, dann ist $\Delta\phi = \pi/2$ und die Phasenfaktoren der 4 Strahlen addieren sich zu Null

$$1 + e^{i\pi/2} + e^{i2\pi/2} + e^{i3\pi/2} = 1 + i - 1 - i = 0$$

Beugung am Gitter 2

Kommentar 1

Beträgt der Gangunterschied benachbarter Strahlen gerade $\lambda/4$, dann ist die Phasendifferenz $\Delta\varphi = \pi/2$.

Die Phasenfaktoren des 4 Strahlen haben die Werte 1, i, -1 und -i.

Werden die Wellen überlagert, so addieren sich die Strahlen aufgrund der Phasenfaktoren zu Null, d.h. die Intensität verschwindet in dieser Richtung.

Entsprechend ist es, wenn der Gangunterschied $2 \cdot \lambda/4$ d.h. $\lambda/2$ beträgt.

Die Phasendifferenz benachbarter Strahlen ist π und die Phasenfaktoren der 4 Strahlen sind +1, -1, +1, -1, so dass sich die Wellen bei Überlagerung auslöschen.

Beugung am Gitter 2

Kommentar 2

Beträgt der Gangunterschied benachbarter Strahlen $3\lambda/4$, dann ist die Phasendifferenz $\Delta\varphi = 3\pi/2$.

Die Phasenfaktoren haben die Werte $1, -i, -1, +i$ und die Strahlen löschen sich bei Überlagerung aus.

Beugung am Gitter 3

Allgemein gilt für ein Gitter mit N Spalten:

Die Minima ergeben sich, wenn der Gangunterschied zwischen zwei benachbarten Strahlen ein Vielfaches von λ/N ist, aber kein Vielfaches von λ selbst!

Für die Ablenkungswinkel ergibt sich

$$d \sin \alpha_m = \frac{m}{N} \lambda$$

mit $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ und

m ist kein Vielfaches von N

Beugung am Gitter 3

Kommentar

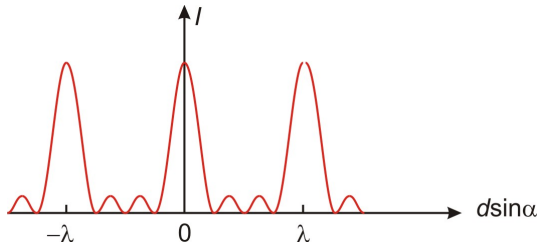
Allgemein gilt für ein Gitter mit N Spalten:

Die Minima ergeben sich, wenn der Gangunterschied zwischen zwei benachbarten Strahlen ein Vielfaches von λ/N ist, aber kein Vielfaches von λ selbst!

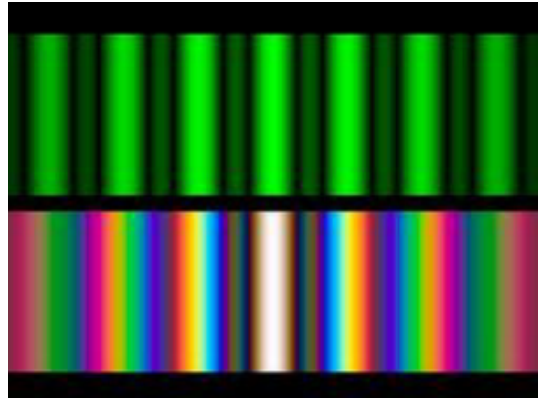
Denn dann verstärken sich die Wellen optimal.

Beugung am Gitter 4

Intensität 4 Spalte



Intensität 3 Spalte



Beugung am Gitter 4

Kommentar

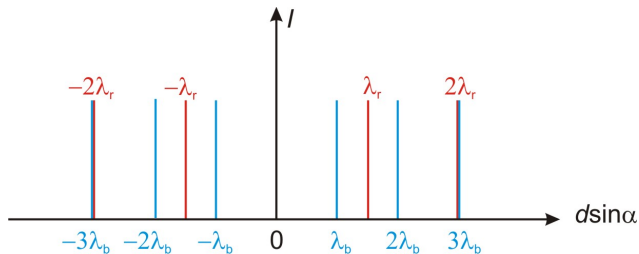
Die linke Abbildung zeigt die Intensität nach einem Gitter mit 4 Spalten aufgetragen über dem Gangunterschied zwischen zwei benachbarten Strahlen.

Das rechte Bild zeigt die Intensität nach einem Gitter mit drei Spalten, wenn grünes Licht bzw. weißes Licht verwendet wird.

Man erkennt, dass das Gitter das weiße Licht in seine einzelnen Farben, d.h. in seine spektralen Komponenten zerlegt.

Beugung am Gitter 5

Gitter können zur spektralen Zerlegung von Licht verwendet werden



Formel für die maximale Auflösung beim Gitter $\Delta\lambda = \lambda/(Nm)$

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$$

Beugung am Gitter 5

Kommentar 1

Optische Gitter können zur Spektroskopie verwendet werden.

Die Abbildung zeigt schematisch die Intensität hinter einem Gitter mit vielen Spalten als Funktion des Gangunterschieds zwischen zwei benachbarten Strahlen.

Nur die Hauptmaxima sind eingezeichnet, da die Nebenmaxima aufgrund der vielen Spalte eine zu geringe Intensität haben.

Das Gitter werde mit zwei Spektrallinien beleuchtet: einer roten und einer blauen.

Der Gangunterschied für konstruktive Interferenz ist für rot aufgrund der größeren Wellenlänge größer als bei blau.

Der Gangunterschied nimmt mit der Beugungsordnung zu.

Beugung am Gitter 5

Kommentar 2

Zwei unterschiedliche Spektrallinien können dann noch aufgelöst werden, wenn das Hauptmaximum der einen Linie in das erste Minimum neben dem Hauptmaximum der anderen Linie fällt.

Da der Abstand zwischen den Minima gerade λ/N beträgt, ist die kleinste auflösbar Differenz der Wellenlängen durch λ/N gegeben.

Da der Abstand zwischen den Spektrallinien proportional zur Beugungsordnung anwächst, ist die kleinste Differenz der Wellenlängen, die gerade noch spektral getrennt werden kann, durch die Formel $\lambda/(Nm)$ gegeben.

Die Abbildung zeigt auch den unschönen Effekt, dass sich bei Gittern verschiedene Beugungsordnungen überlagern können. Unerwünschte Bereiche des Spektrums werden deshalb durch Filter vor dem Gitter-Spektrometer ausgeblendet.

Beugung am Gitter 5

Kommentar 3

Eine besondere Schwierigkeit bei Gitterspektrometern ist, dass das Gitter mit möglichst parallelem Licht beleuchtet werden muss, da die Lage der Maxima auch vom Einfallswinkel der Welle auf das Gitter abhängt.

Deshalb wird das zu untersuchende Licht vor dem Gitter auf einen Spalt fokussiert, der im Brennpunkt einer Linse steht, so dass sich nach der Linse paralleles Licht ergibt.

Je kleiner die Spaltbreite ist, desto kleiner ist die Unsicherheit des Einfallswinkels.

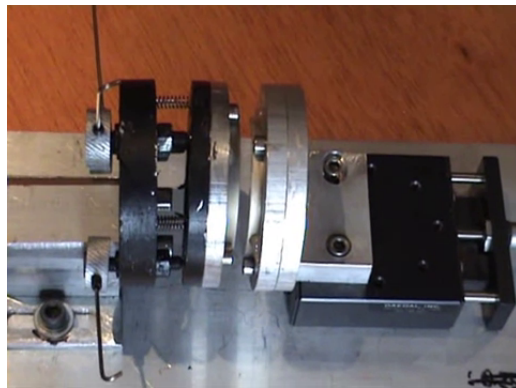
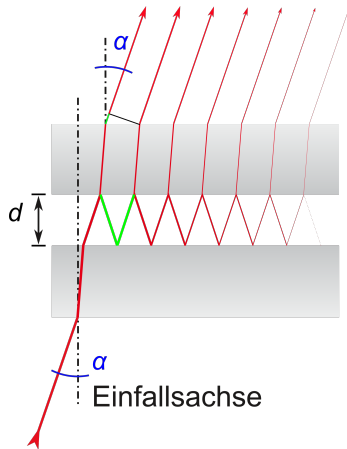
Allerdings reduziert eine kleine Breite des Eintrittspalts auch die verfügbare Lichtintensität, so dass notgedrungen ein Kompromiss zwischen der Auflösung und der Lichtintensität gefunden werden muss.

Fabry-Perot Interferometer

Interferenz und Beugung

- Kohärenz
- Michelson Interferometer
- Interferenz an dünnen Schichten
- Beugung am Doppelspalt
- Beugung am Gitter
- **Fabry-Perot Interferometer**
- Beugung am Einzelspalt
- Bragg'sches Gesetz
- Laue-Bedingung

Fabry-Perot Interferometer 1



(FabryPerotInterferometer.mp4)

Fabry-Perot Interferometer 1

Kommentar 1

Ein Fabry-Perot Interferometer besteht aus zwei verspiegelten Glasplatten, die parallel zu einander angeordnet sind.

Die linke Abbildung zeigt eine Skizze des Strahlengangs und die Abbildung auf der rechten Seite zeigt ein selbstgebautes Fabry-Perot Interferometer.

Die verspiegelten Platten lassen einen kleinen Anteil der Lichtintensität passieren.

Da die Platten verspiegelt sind, wird der Strahl sehr oft im Spalt zwischen den Platten hin und her gespiegelt.

Dabei kann jeweils etwas Licht entweichen, d.h. ein Teil der Energie wird in die Glasplatten transmittiert und die Intensität der Teilstrahlen nimmt nach und nach ab.

Fabry-Perot Interferometer 1

Kommentar 2

Der Gangunterschied zwischen zwei benachbarten Teilstrahlen ist in der Skizze durch grüne Linien für zwei Teilstrahlen hervorgehoben.

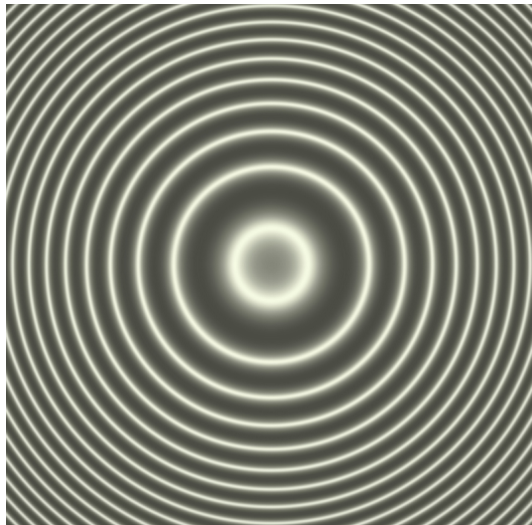
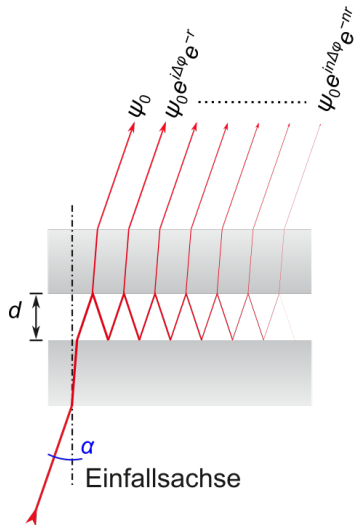
Eine Rechnung zeigt, dass der Gangunterschied durch die einfache Formel $\Delta s = 2d \cos \alpha$ gegeben ist (vgl. 2. Vorlesung Interferenz an dünnen Schichten 7).

Der Gangunterschied zwischen benachbarten Teilstrahlen wird durch den Abstand der Platten d und den Einfallswinkel α bestimmt.

Das Video zeigt ein selbstgebautes Interferometer, was den Vorteil hat, dass jedes technische Detail erkennbar ist.

Zur Demonstration wird das gelbe Licht einer Natriumdampflampe durch das Interferometer beobachtet.

Fabry-Perot Interferometer 2



Fabry-Perot Interferometer 2

Kommentar 1

Die Amplitude der austretenden Strahlen nimmt aufgrund der Reflexionen von Teilstrahl zu Teilstrahl um einen Faktor e^{-r} ab.

Die Zahl r sollte möglichst klein sein, damit möglichst viele Teilstrahlen zur Interferenz kommen.

Zudem gibt es zwischen jedem Teilstrahl den Gangunterschied $\Delta s = 2d \cos \alpha$ bzw. den Phasenunterschied $\Delta \varphi = \Delta s \cdot 2\pi/\lambda$.

Überlagern sich die Teilstrahlen, ergibt sich um die Achse des einfallenden Lichts ein Ring, dessen Intensität vom Gangunterschied zwischen den Teilstrahlen bestimmt ist.

Fabry-Perot Interferometer 2

Kommentar 2

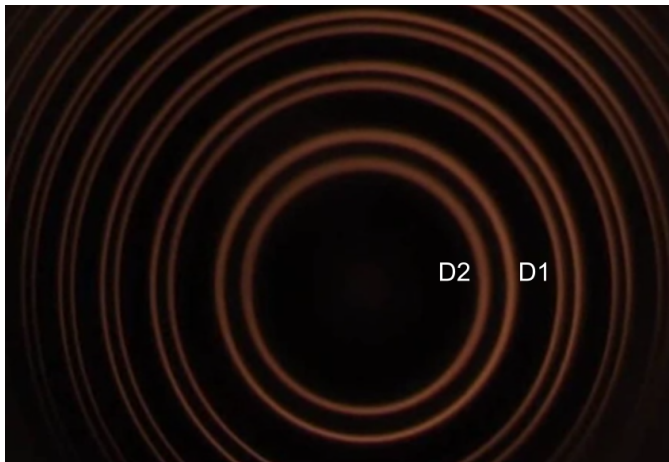
Maxima der Intensität ergeben sich bei konstruktiver Interferenz. Von Maximum zu Maximum nimmt der Gangunterschied benachbarter Teilstrahlen von innen nach außen um eine Wellenlänge ab.

Da der Phasenunterschied zwischen benachbarten Teilstrahlen von der Wellenlänge abhängt, kann die Anordnung paralleler verspiegelter Platten zur Auflösung kleiner Wellenlängenunterschiede verwendet werden.

Mit relativ geringem Aufwand kann eine spektrale Auflösung erzielt werden, welche die eines Beugungsgitters übertrifft.

Fabry-Perot Interferometer 3

Aufspaltung der Natrium D Linie: ($D_1 : \lambda = 588,9951 \text{ nm}$ und
 $D_2 : \lambda = 589,5924 \text{ nm}$)



Fabry-Perot Interferometer 3

Kommentar 1

Der Radius eines Interferenzrings hängt von der Wellenlänge ab und ändert sich, wenn die Wellenlänge verändert wird.

Die Abbildung zeigt die Feinstrukturaufspaltung der Natrium D-Linie.

Der Wellenlängenunterschied zwischen der Natrium D_1 und D_2 Linie ist klein, so dass sich jeweils zwei benachbarte Interferenzringe ergeben.

Der Gangunterschied nimmt mit zunehmenden Ablenkungswinkel α ab ($\Delta s = 2d \cos \alpha$) und man erkennt, dass die Auflösung mit zunehmender Ordnung der Interferenz zunimmt. Die maximale Auflösung wird im Zentrum beobachtet, wo der Gangunterschied am größten ist.

Die Breite der Ringe hängt von der Dämpfung e^{-r} ab und ist umso kleiner, je weniger die Teilstrahlen nach einander an Intensität verlieren.

Fabry-Perot Interferometer 3

Kommentar 2

Bei den dünnen Schichten der letzten Vorlesung war die Intensität schon beim dritten Teilstrahl vernachlässigbar klein, so dass sich lediglich eine sinusförmige Modulation der Intensität ergibt und eine spektroskopische Anwendung nicht möglich ist.

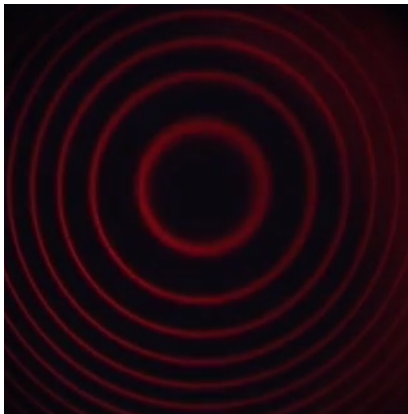
Das andere Extrem wäre $r = 0$. Die Teilstrahlen verlieren nicht an Intensität, was aber bedeutet, dass das Licht den Bereich zwischen den verspiegelten Platten nicht verlassen kann und es kein Licht hinter dem Interferometer ergibt.

Für die optimale Dämpfung r muss also ein Kompromiss gefunden werden.

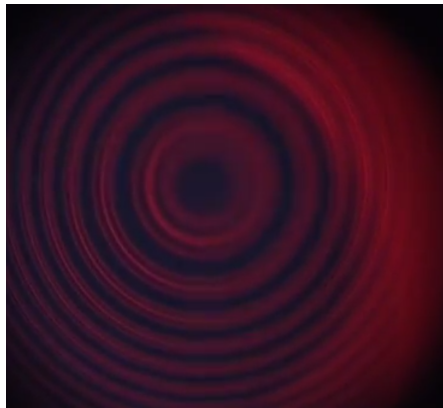
Fabry-Perot Interferometer 4

Aufspaltung der roten Cd-Linie im Magnetfeld

ohne Magnetfeld



mit Magnetfeld



Fabry-Perot Interferometer 4

Kommentar

Die Abbildungen zeigen die Interferenzringe der roten Cd-Linie.

Das linke Bild zeigt den Fall, wenn kein Magnetfeld angelegt ist.

Das rechte Bild zeigt die Interferenzringe, wenn ein Magnetfeld angelegt ist.

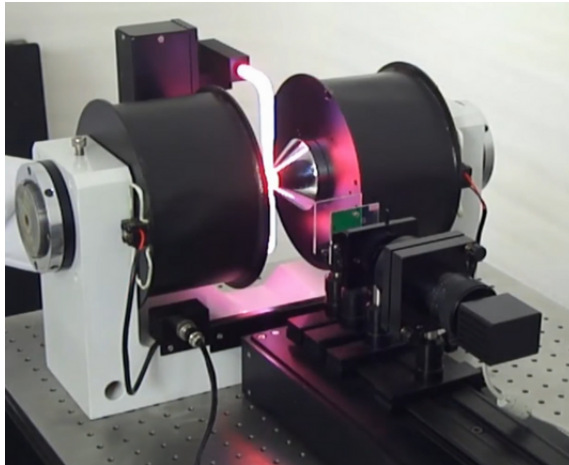
Das Video zeigt die Aufspaltung der roten Cd-Linie, wenn das Magnetfeld verändert wird.

Die Interferenzringe ohne Magnetfeld spalten im Magnetfeld in jeweils drei Ringe unterschiedlicher Intensität auf.

Die Größe der Aufspaltung hängt von der Stärke des Magnetfelds ab.

Fabry-Perot Interferometer 5

Aufspaltung der grünen Hg-Linie im Magnetfeld



(ZeemanGrüneHgLinie.mp4)

Fabry-Perot Interferometer 5

Kommentar

Die Abbildung zeigt den experimentellen Aufbau.

Die Spektrallampe, die mit einem Gas aus Quecksilberatomen gefüllt ist, steht zwischen den Polen eines Elektromagneten.

Davor steht das Fabry-Perot Interferometer mit der kleinen Kamera zur Aufnahme des Interferenzbildes.

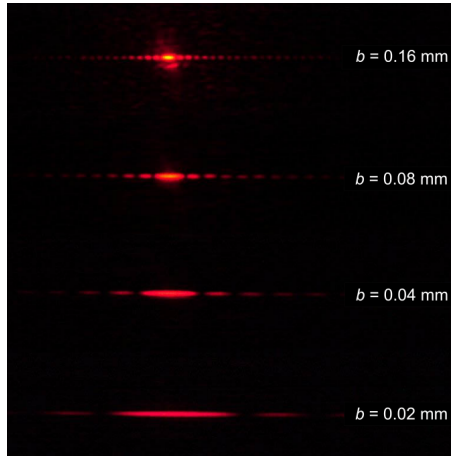
Das Video zeigt das Experiment und die Aufspaltung der Interferenzringe in drei Komponenten, wenn das Magnetfeld eingeschaltet wird.

Einzelspalt

Interferenz und Beugung

- Kohärenz
- Michelson Interferometer
- Interferenz an dünnen Schichten
- Beugung am Doppelspalt
- Beugung am Gitter
- Fabry-Perot Interferometer
- **Beugung am Einzelspalt**
- Bragg'sches Gesetz
- Laue-Bedingung

Beugung am Einzelspalt 1



Beugung am Einzelspalt 1

Kommentar

Wird ein Einzelspalt mit einer ebenen Welle beleuchtet, dann ergeben sich in einem Abstand zum Spalt auf einem Schirm ähnlich wie beim Doppelspalt Maxima und Minima der Intensität.

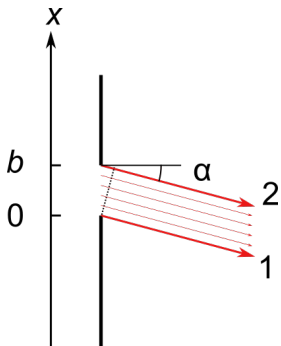
Das Bild zeigt, dass sich der Abstand zwischen den Minima der Intensität vergrößert, wenn die Spaltbreite b verkleinert wird.

Beugung am Einzelspalt 2

Ein einzelner Spalt wird mit einer ebenen Welle beleuchtet

Gangunterschied der Teilstrahlen zum Strahl 1

$$\underline{\Delta s = x \sin \alpha}$$



Die Phase der Teilstrahlen $\Delta\varphi(x)$ hängt von Ort ab

$$\Delta\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha$$

Beugung am Einzelspalt 2

Kommentar

Die Skizze zeigt einen Spalt, der parallel zur x-Achse orientiert ist.

Von jedem Punkt der Spaltöffnung gehen Teilwellen aus bzw. parallele Teilstrahlen, wenn die Interferenz in großen Abständen betrachtet wird (Fraunhofersche Beobachtungsart).

Einige dieser Teilstrahlen sind durch rote Pfeile angedeutet.

Der Gangunterschied der Teilstrahlen bezogen auf den Strahl 1 hängt vom Ort ab.

Mit der Skizze ergibt sich für den Gangunterschied eines Teilstrahls zum Referenzstrahl 1 die unterstrichene Formel.

Der Gangunterschied muss für die Phase zusätzlich mit der Wellenzahl $2\pi/\lambda$ multipliziert werden.

Beugung am Einzelspalt 3

Integration über die Teilstrahlen

$$\psi = \psi_0 \frac{1}{b} \int_{x=0}^b e^{i\Delta\varphi(x)} dx$$

Die Intensität $I = \psi\psi^*$ nach einem Spalt ist

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \Delta\varphi/2}{\Delta\varphi/2} \right)^2$$

$$\text{mit } \Delta\varphi = \Delta\varphi(b) = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \alpha$$

Beugung am Einzelspalt 3

Kommentar

Die Amplitude eines Teilstrahls, der von einem Streckenelement dx ausgeht, ist proportional zu dx bezogen auf die Breite des Spalts b .

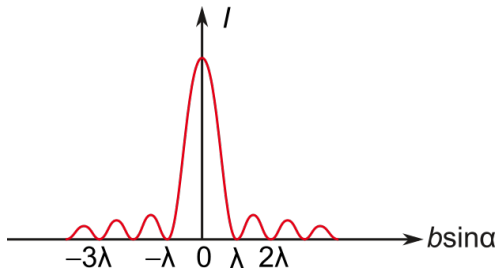
Damit kann man über alle Teilstrahlen summieren bzw. integrieren und es ergibt sich nach einer kleinen Rechnung die rot umrandete Formel für die Intensität nach einem Spalt.

Die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ bezeichnet die maximale Phasendifferenz zwischen den Randstrahlen 1 und 2.

Beugung am Einzelspalt 4

Minima

$$m\pi = \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \alpha \rightarrow \boxed{m\lambda = b \sin \alpha} \quad m = \pm 1, \pm 2 \dots$$



Beugung am Einzelspalt 4

Kommentar

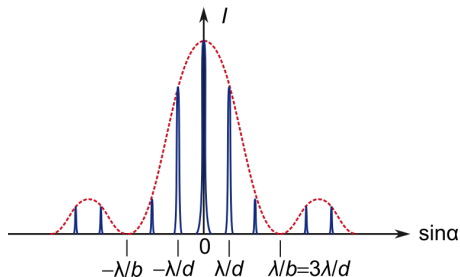
Die Minima der Intensität ergeben sich, wenn das Argument $\Delta\phi/2$ im Sinus ein Vielfaches von π ist.

Daraus folgt, dass für die Minima der Gangunterschied zwischen den beiden Randstrahlen ein Vielfaches der Wellenlänge ist.

Die Abbildung skizziert die erwartete Intensität hinter einem Spalt als Funktion des Gangunterschieds der Randstrahlen.

Beugung am Einzelspalt 5

Beim Doppelspalt bzw. Gitter überlagert sich dem Intensitätsverlauf der Intensitätsverlauf des Einzelspalts.



Schematischer Verlauf der Intensität, wenn die Spalte eines Gitters (Gitterkonstante d) die Breite $b = \frac{d}{3}$ haben, d.h. ein Drittel des Spaltabstands. Die rote gestrichelte Linie zeigt den Verlauf der Intensität eines Einzelspalts. Die Hauptmaxima $3n$ -ter Ordnung ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$) werden durch den Einzelspalt vollständig unterdrückt.

Beugung am Einzelspalt 5

Kommentar 1

Da reale Beugungsgitter immer aus Einzelspalten endlicher Breite bestehen, muss die Intensitätsfunktion des Gitters mit der Intensitätsfunktion des Einzelspalts multipliziert werden.

Die Abbildung zeigt den Intensitätsverlauf bei einem Gitter mit vielen Spalten.

Nur die Hauptmaxima werden berücksichtigt, da die Intensität der Nebenmaxima aufgrund der vielen Spalte vernachlässigbar klein sein soll.

In der Abbildung wird angenommen, dass die Spaltbreite ein Drittel des Spaltabstands beträgt.

Beugung am Einzelspalt 5

Kommentar 2

Die Intensität der Hauptmaxima wird aufgrund der endlichen Spaltbreite mit zunehmenden Ablenkwinkel reduziert. Im skizzierten Fall wird sogar jedes dritte Hauptmaximum komplett ausgelöscht.

Die Phasenfunktion eines Spalts $\Delta\varphi(x)$ muss nicht notwendigerweise proportional zur Koordinate x sein.

Man könnte zum Beispiel ein keilförmiges Glasstück in die Spaltöffnung einsetzen und dadurch den Verlauf der Phase über der Spaltbreite beeinflussen.

Wichtig ist die Beobachtung, dass die Lage der Maxima durch die Phasenfunktion der Spalte nicht verändert wird.

Die Phasenfunktion der Spalte beeinflusst nur die Intensität der Maxima.

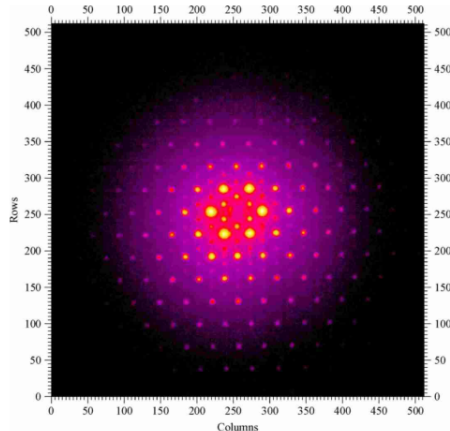
Bragg

Interferenz und Beugung

- Kohärenz
- Michelson Interferometer
- Interferenz an dünnen Schichten
- Beugung am Doppelspalt
- Beugung am Gitter
- Fabry-Perot Interferometer
- Beugung am Einzelspalt
- Bragg'sches Gesetz
- Laue-Bedingung

Bragg'sches Gesetz 1

Die Wellenlänge von Röntgenstrahlen ist vergleichbar mit den Abständen der Atome in einem Kristallgitter, d.h. $\approx 10^{-10}$ m.



Bragg'sche Gesetz 1

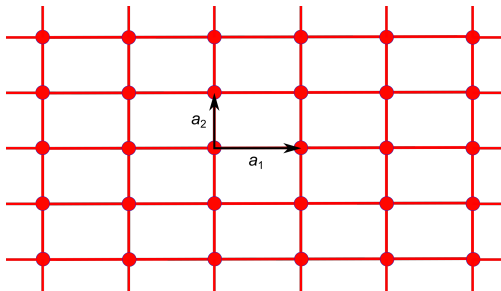
Kommentar

Es ergibt sich ein Interferenzmuster, wenn ein Kristall mit Röntgenlicht bestrahlt wird.

Aus diesem Interferenzmuster kann auf die Art und die Lage der Atome im Kristallgitter geschlossen werden.

Bragg'sches Gesetz 2

Das Röntgenlicht wird durch Streuzentren gebeugt, die in einem Kristallgitter angeordnet sind. Die Lage der Streuzentren wird durch die Vektoren $\vec{R}_{n_1, n_2, n_3}$ bestimmt. Dabei spannen die Vektoren $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$ die primitive Elementarzelle des Kristallgitters auf.



$$\vec{R}_{n_1, n_2, n_3} = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3$$

Bragg'sche Gesetz 2

Kommentar 1

Das Röntgenlicht wird an Streuzentren gebeugt.

Die Streuzentren bestehen im allgemeinen aus vielen Atomen.

In der Abbildung ist jedes Streuzentrum durch einen roten Punkt angedeutet.

Die Lage benachbarter Streuzentren wird durch die Vektoren $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$ angeben.

Diese Vektoren spannen eine sogenannte primitive Elementarzelle auf.

Durch die Aneinanderreihung der primitiven Elementarzellen ergibt sich das Kristallgitter.

Die relative Lage der primitiven Elementarzellen wird durch den Vektor $\vec{R}$ und somit durch die drei natürlichen Zahlen n_1 , n_2 und n_3 festgelegt.

Bragg'sche Gesetz 2

Kommentar 2

Die Atome, die sich in einer primitiven Elementarzelle befinden, bestimmen in ihrer Gesamtheit das Streuzentrum.

Übertragen auf den Fall eines Beugungsgitters, entspricht die Anordnung der primitiven Elementarzellen der Anordnung der Spalte.

Die Streuzentren, d.h. die Atome innerhalb einer primitiven Elementarzelle, entsprechen den Einzelspalten des Beugungsgitters.

Die Anordnung der primitiven Elementarzellen bestimmt wie beim Beugungsgitter die Ablenkwinkel der Interferenzmaxima.

Die Streuzentren aber bestimmen wie die Einzelspalte beim Beugungsgitter die Intensität der Beugungsmaxima.

Bragg'sche Gesetz 2

Kommentar 3

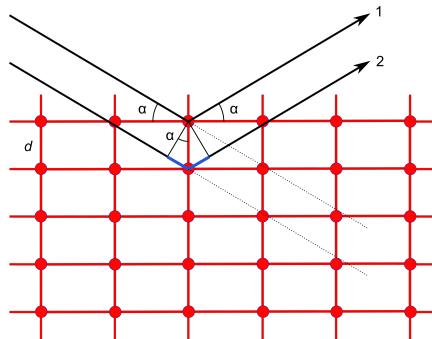
Aus den Beugungswinkeln der Maxima kann somit auf die Lage der primitiven Elementarzellen geschlossen werden.

Das sind in der Abbildung die roten Punkte.

Aus der Intensität der Interferenzmaxima kann die Information über die Art und die Lage der Atome der Streuzentren, d.h. die relative Anordnung der Atome in den primitiven Elementarzellen gewonnen werden.

Bragg'sches Gesetz 3

Streuung an Netzebenen mit dem Abstand d



Wegunterschied zwischen Strahl 1 und 2

$$\Delta s = 2d \sin \alpha$$

Bragg'sche Gesetz 3

Kommentar

Beim Bragg'schen Gesetz wird angenommen, dass das Licht an Netzebenen reflektiert wird (William Lawrence Bragg und sein Vater William Henry Bragg 1913).

William Lawrence und William Henry Bragg wurden 1915 „für ihre Verdienste um die Erforschung der Kristallstrukturen mittels Röntgenstrahlen“ mit dem Nobelpreis ausgezeichnet.

Die Netzebenen werden von den Streuzentren gebildet und haben den Abstand d .

Damit kann leicht der Gangunterschied zwischen den Strahlen 1 und 2 ausgerechnet werden.

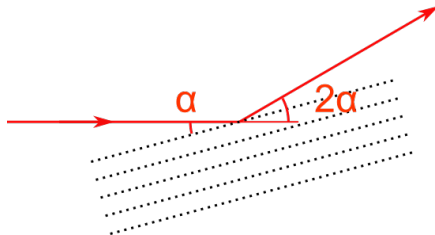
Es ergibt sich für die Strahlen 1 und 2 die rot umrandete Formel $\Delta s = 2d \sin \alpha$ für den Gangunterschied.

Bragg'sches Gesetz 4

Konstruktive Interferenz ergibt sich für

$$m\lambda = 2d \sin \alpha_m$$

mit $m = 1, 2, \dots$



Bragg'sche Gesetz 4

Kommentar

Konstruktive Interferenz ergibt sich zwischen den beiden Strahlen 1 und 2, wenn der Wegunterschied ein Vielfaches der Wellenlänge beträgt.

Da sehr viele Strahlen interferieren, ergeben sich wie beim Beugungsgitter sehr scharfe Maxima der Intensität.

Die Skizze zeigt, dass der doppelte Einfallswinkel α zur Netzebene dem Ablenkwinkel des Röntgenstrahls zur Einfallsrichtung entspricht.

Da die Wellenlänge des verwendeten Röntgenlichts bekannt ist, kann mit dem Braggschen Gesetz jedem Interferenzmaximum eine Netzebenenschar zugeordnet werden.

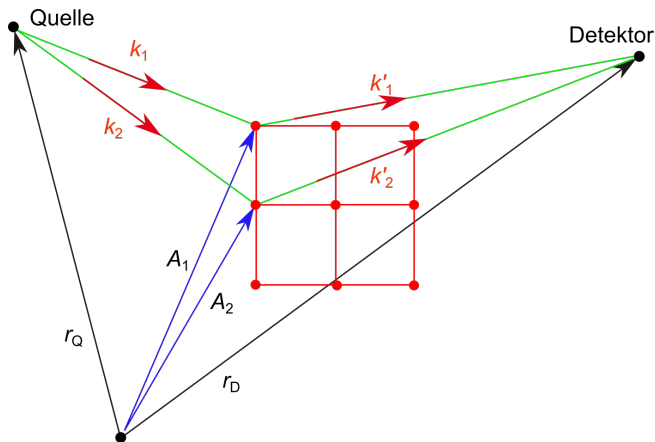
Laue

Interferenz und Beugung

- Kohärenz
- Michelson Interferometer
- Interferenz an dünnen Schichten
- Beugung am Doppelspalt
- Beugung am Gitter
- Fabry-Perot Interferometer
- Beugung am Einzelspalt
- Bragg'sches Gesetz
- Laue-Bedingung

Laue-Bedingung 1

Max von Laue betrachtet direkt die Beugung an den Streuzentren



Laue-Bedingung 1

Kommentar

Max von Laue (1879-1960) geht direkt von der Beugung der Röntgenstrahlen an den Streuzentren aus.

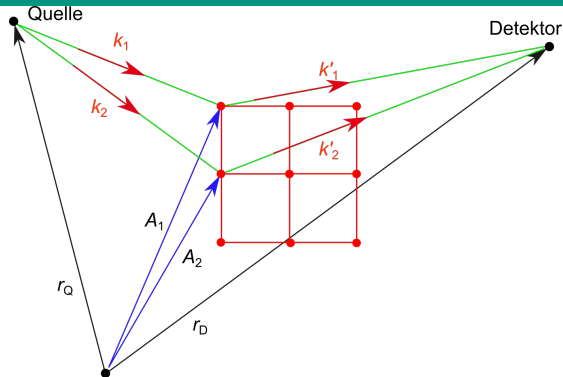
Die Abbildung zeigt die Röntgenquelle, den Detektor und durch rote Punkte angedeutet, die Lage der Streuzentren.

Der Ort der Röntgenquelle ist durch den Vektor $\vec{r}_Q$, der Ort des Detektors durch den Vektor $\vec{r}_D$ und die Lage der Streuzentren 1 und 2 durch die Vektoren $\vec{A}_1$ und $\vec{A}_2$ angegeben.

Die Wellenzahlvektoren der einfallenden Strahlen sind $\vec{k}_1$ und $\vec{k}_2$.

Die Wellenzahlvektoren der gebeugten Strahlen sind $\vec{k}_1'$ und $\vec{k}_2'$.

Laue-Bedingung 2



parallele Strahlen, d.h. großer Abstand von Quelle und Detektor zum Kristall

$$\vec{k}_1 = \vec{k}_2 = \vec{k} \quad \text{und} \quad \vec{k}'_1 = \vec{k}'_2 = \vec{k}'$$

und $|\vec{k}| = |\vec{k}'|$

$$\varphi_1 = \vec{k}_1(\vec{A}_1 - \vec{r}_Q) + \vec{k}'_1(\vec{r}_D - \vec{A}_1) \quad \text{und} \quad \varphi_2 = \vec{k}_2(\vec{A}_2 - \vec{r}_Q) + \vec{k}'_2(\vec{r}_D - \vec{A}_2)$$

$$\underline{\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2} = \vec{k}(\vec{A}_1 - \vec{A}_2) + \vec{k}'(\vec{A}_2 - \vec{A}_1) = \underline{(\vec{k} - \vec{k}')(\vec{A}_1 - \vec{A}_2)}$$

Laue-Bedingung 2

Kommentar 1

Die untersuchten Kristalle sind im Vergleich zu den Abmessungen der Röntgenapparatur sehr klein.

Man kann also davon ausgehen, dass die einfallenden Strahlen 1 und 2 und auch die gebeugten Strahlen parallel zueinander verlaufen (Fraunhofersche Beobachtungsart).

Die Wellenzahlvektoren der einfallenden Strahlen $\vec{k}_1$ und $\vec{k}_2$ können durch den Wellenzahlvektor $\vec{k}$ und die Wellenzahlvektoren der gebeugten Strahlen $\vec{k}_1'$ und $\vec{k}_2'$ durch den Wellenzahlvektor $\vec{k}'$ ersetzt werden.

Zudem wird angenommen, dass die Wellenlänge der Röntgenstrahlung durch die Beugung nicht verändert wird, d.h. die Beträge der Wellenzahlvektoren ändern sich durch die Streuung nicht und man spricht von elastischer Streuung.

Laue-Bedingung 2

Kommentar 1

Der Röntgenstrahl überträgt bzw. empfängt vom Kristall keine Energie und der Betrag des einfallenden Wellenzahlvektors ist gleich dem Betrag des gebeugten Wellenzahlvektors.

Die Phase der beiden Strahlen ergibt sich aus dem Weg multipliziert mit dem jeweiligen Wellenzahlvektor.

Mit den Vektordiagrammen der Abbildung ergeben sich die Formeln für die Phasen φ_1 und φ_2 der beiden Strahlen.

Damit kann die Phasendifferenz zwischen den Strahlen 1 und 2 berechnet werden und es ergibt sich die rot unterstrichene Formel: Die Phasendifferenz ist durch das Skalarprodukt aus der Differenz der Wellenzahlvektoren der einfallenden und gebeugten Welle und der Differenz der Ortsvektoren der Streuzentren gegeben.

Laue-Bedingung 3

Die Differenz zwischen den Vektoren $\vec{A}_1$ und $\vec{A}_2$ kann durch die Vektoren $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$ ausgedrückt werden

$$\underline{\vec{R}_{n_1, n_2, n_3} = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3}$$

Konstruktive Interferenz ergibt sich für

$$2\pi n = (\vec{k} - \vec{k}') \vec{R}_{n_1, n_2, n_3}$$

mit $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Laue-Bedingung 3

Kommentar

Die Differenz der Ortsvektoren kann durch den Vektor R der relativen Lage der Streuzentren ausgedrückt werden.

Die Phasendifferenz der beiden Strahlen muss für konstruktive Interferenz ein Vielfaches von 2π betragen und es ergibt sich die rot umrandete Bedingung für konstruktive Interferenz.

Laue-Bedingung 4

Zu den Vektoren $\vec{a}_i$ wird ein zweiter Satz von Vektoren $\vec{b}_i$ durch das Skalarprodukt

$$\vec{a}_i \vec{b}_j = 2\pi \delta_{ij}$$

definiert.

Die Vektoren $\vec{b}_i$ ergeben mit

$$\vec{K}_{hk\ell} = h\vec{b}_1 + k\vec{b}_2 + \ell\vec{b}_3$$

ein Punktgitter. Die Indizes $h, k, \ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ sind die Miller Indizes. Das resultierende Gitter wird reziprokes Gitter genannt.

Laue-Bedingung 4

Kommentar

Max von Laue konstruiert nun durch die rot umrandete Bedingung zu den Vektor $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$ die neuen Vektoren $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ und $\vec{b}_3$.

Der Vektor $\vec{a}_1$ multipliziert mit dem Vektor $\vec{b}_1$ soll 2π ergeben.

Der Vektor $\vec{a}_1$ multipliziert mit dem Vektor $\vec{b}_2$ bzw. $\vec{b}_3$ soll Null ergeben.

Entsprechendes gilt für die Vektoren $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$.

Auch die Vektoren $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ und $\vec{b}_3$ spannen eine Elementarzelle auf.

Durch Aneinanderreihung dieser Elementarzellen entsteht ein Punktgitter, das reziprokes Gitter genannt wird. Die relative Lage der Elementarzellen des reziproken Gitters wird durch die Vektoren $\vec{K}$ beschrieben.

Die Indizes h, k, ℓ werden die Millerschen Indizes genannt.

Laue-Bedingung 5

Wegen der Bedingung

$$\vec{a}_i \vec{b}_j = 2\pi \delta_{ij}$$

kann man schreiben

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{V_{EZ}} (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)$$

$$\vec{b}_2 = \frac{2\pi}{V_{EZ}} (\vec{a}_3 \times \vec{a}_1)$$

$$\vec{b}_3 = \frac{2\pi}{V_{EZ}} (\vec{a}_1 \times \vec{a}_2)$$

V_{EZ} bezeichnet das Volumen der primitiven Elementarzelle

$$V_{EZ} = \vec{a}_1 (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)$$

Laue-Bedingung 5

Kommentar 1

Aufgrund der Konstruktionsbedingung für die Vektoren $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ und $\vec{b}_3$ können diese leicht durch die Kreuzprodukte der Vektoren $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$ berechnet werden.

Z.B. ist der Vektor $\vec{b}_1$ durch das Kreuzprodukt der Vektoren $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$ gegeben.

Wird dieses Kreuzprodukt mit dem Vektor $\vec{a}_1$ multipliziert, dann ergibt sich das Spatprodukt der Vektoren $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$.

Das ist aber gerade das Volumen der primitiven Elementarzelle.

Wird das Kreuzprodukt der Vektoren $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$ mit dem Vektor $\vec{a}_2$ bzw. $\vec{a}_3$ multipliziert ergibt sich Null.

Laue-Bedingung 5

Kommentar 2

Wird das Kreuzprodukt von $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$ mit 2π multipliziert und durch das Volumen der primitiven Elementarzelle geteilt, dann ergibt sich der Vektor $\vec{b}_1$.

Die übrigen Vektoren $\vec{b}_2$ und $\vec{b}_3$ ergeben sich, wenn die Indizes zyklisch permutiert werden.

Man kann die Formel auch einfach „umdrehen“ und schreiben

$$\begin{aligned}\vec{a}_1 &= \frac{2\pi}{V_{\text{BZ}}}(\vec{b}_2 \times \vec{b}_3) \\ \vec{a}_2 &= \frac{2\pi}{V_{\text{BZ}}}(\vec{b}_3 \times \vec{b}_1) \\ \vec{a}_3 &= \frac{2\pi}{V_{\text{BZ}}}(\vec{b}_1 \times \vec{b}_2)\end{aligned}$$

Laue-Bedingung 5

Kommentar 3

V_{BZ} bezeichnet das Volumen der primitiven Elementarzelle des reziproken Gitters

$$V_{\text{BZ}} = \vec{b}_1(\vec{b}_2 \times \vec{b}_3) = \frac{(2\pi)^3}{V_{\text{EZ}}}$$

Laue-Bedingung 6

Wozu wird das reziproke Gitter benötigt?

$$\begin{aligned}\underline{\vec{K}_{h,k,\ell} \vec{R}_{n_1,n_2,n_3}} &= (h\vec{b}_1 + k\vec{b}_2 + \ell\vec{b}_3)(n_1\vec{a}_1 + n_2\vec{a}_2 + n_3\vec{a}_3) \\ &= \underline{2\pi(hn_1 + kn_2 + \ell n_3)}\end{aligned}$$

Vergleich mit der Bedingung für konstruktive Interferenz

$$\underline{2\pi n = (\vec{k} - \vec{k}') \vec{R}_{n_1,n_2,n_3}}$$

Die Bedingung für konstruktive Interferenz ist erfüllt, wenn gilt

$$\vec{k} - \vec{k}' = \vec{K}_{h,k,\ell}$$

Laue-Bedingung 6

Kommentar 1

Multipliziert man einen Vektor $\vec{K}$ des reziproken Gitters mit einem Vektor $\vec{R}$, der die relative Lage der Streuzentren angibt, dann ergibt sich immer ein ganzzahliges Vielfaches von 2π .

Der Vergleich mit der Bedingung für konstruktive Interferenz zeigt, dass die Differenz des einfallenden Wellenzahlvektors und des gestreuten Wellenzahlvektors einem der Vektoren des reziproken Gitters entspricht.

Die rot umrandete Formel ist die Laue-Bedingung für konstruktive Interferenz (1912).

Aus den Interferenzmaxima der gestreuten Röntgenstrahlung können somit direkt die Vektoren des reziproken Gitters bestimmt werden.

Laue-Bedingung 6

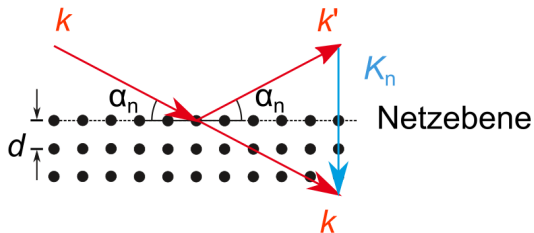
Kommentar 2

Sind die Vektoren $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ und $\vec{b}_3$ bekannt, dann können durch eine einfache Rechnung die Vektoren $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$ des Kristallgitter bestimmt werden.

Max von Laue wurde 1914 „für seine Entdeckung der Beugung von Röntgenstrahlen beim Durchgang durch Kristalle“ mit dem Nobelpreis ausgezeichnet.

Laue-Bedingung 7

Vergleich der Bedingungen für konstruktive Interferenz von Bragg und Laue



$$\underline{n\lambda = 2d \sin \alpha_n}$$

$$\underline{\vec{k} - \vec{k}' = \vec{K}_n}$$

$$k \sin \alpha_n = \frac{K_n}{2}$$

Laue-Bedingung 7

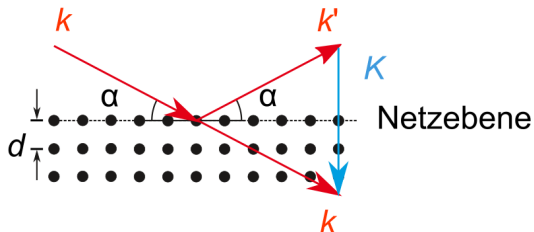
Kommentar

Wird die Laue-Bedingung in das Braggsche Bild der Reflexion an den Netzebenen eingezeichnet, dann sieht man, dass die Vektoren des reziproken Gitters senkrecht auf den Netzebenen stehen.

Der Betrag des Wellenzahlvektors multipliziert mit dem Sinus des Beugungswinkels α ergibt die halbe Länge eines reziproken Gittervektors.

Laue-Bedingung 8

speziell für die Reflexe 1. Ordnung



$$\underline{k \sin \alpha = \frac{K}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \alpha}$$

$$\underline{\lambda = 2d \sin \alpha}$$

Abstand der Netzebenen

$$d = \frac{2\pi}{K}$$

Laue-Bedingung 8

Kommentar 1

Werden speziell die Reflexe 1. Ordnung betrachtet und die Indizes weggelassen, dann ergibt sich die rot umrandete Formel für den Abstand der Netzebenen.

Der Abstand der Netzebenen ist umgekehrt proportional zur Länge der reziproken Gittervektoren.

Laue-Bedingung 8

Kommentar 2

Mit den Vektoren $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$, welche die Lage der primitiven Elementarzellen bestimmen, können die Basisvektoren des reziproken Gitters $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ und $\vec{b}_3$ berechnet werden.

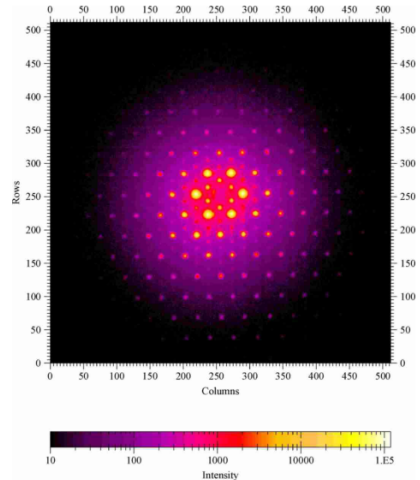
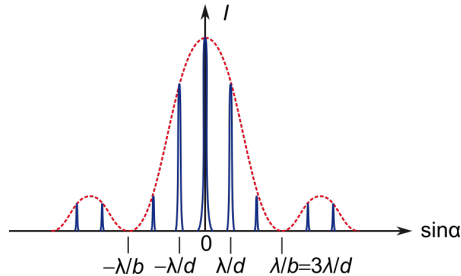
Damit sind alle reziproken Gittervektoren bekannt und die Netzebenenabstände können berechnet werden.

Mit der Wellenlänge der verwendeten Röntgenstrahlung und der Bragg-Formel ergeben sich dann auch alle möglichen Streuwinkel.

Umgekehrt ist es möglich aus den Streuwinkeln der Interferenzmaxima das reziproke Gitter mit den Vektoren $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ und $\vec{b}_3$ zu bestimmen und daraus dann die Gittervektoren $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$.

Laue-Bedingung 9

Vergleich: Beugung am Gitter und Beugung am Kristallgitter



Laue-Bedingung 9

Kommentar

Zum Vergleich sei noch einmal an das Beugungsgitter erinnert: Aus dem Abstand der Interferenzmaxima kann der Abstand der Spalte bestimmen werden.

Die Phasenfunktion der Spalte bestimmt die Intensität der Interferenzmaxima.

Bei der Beugung von Röntgenstrahlen bestimmen die Winkel, unter denen die Maxima beobachtet werden, die Vektoren $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$ der primitiven Elementarzellen.

Durch die relative Intensität der Maxima in den verschiedenen Beugungsordnungen wird die Art und die Lage der Atome in der primitiven Elementarzelle bestimmt.

Laue-Bedingung 10

Einfluss der Atome in der Elementarzelle

$$\varphi_1 = \vec{k}_1(\vec{A}_1 + \vec{d}_1 - \vec{r}_Q) + \vec{k}'_1(\vec{r}_D - \vec{A}_1 - \vec{d}_1)$$

$$\varphi_2 = \vec{k}_2(\vec{A}_2 + \vec{d}_j - \vec{r}_Q) + \vec{k}'_2(\vec{r}_D - \vec{A}_2 - \vec{d}_j)$$

Phasendifferenz zwischen Strahl 2 und Strahl 1

$$\underline{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (\vec{k} - \vec{k}')(\vec{A}_2 - \vec{A}_1) + (\vec{k} - \vec{k}')(\vec{d}_j - \vec{d}_1)}$$

Die Wellenfunktion der gebeugten Welle

$$\psi = \psi_0 \sum_{\vec{R}} e^{i(\vec{k} - \vec{k}')\vec{R}} \cdot \left(\sum_{j=1}^N e^{i(\vec{k} - \vec{k}')(\vec{d}_j - \vec{d}_1)} f_j \right)$$

Laue-Bedingung 10

Kommentar 1

Die Intensität der Beugungsmaxima wird bei der Röntgensteuerung durch die Atome in der Elementarzelle bestimmt.

Die Phase der beiden Strahlen 1 und 2 wird deshalb nicht nur durch die Lage der Elementarzellen, sondern auch durch die Lage der Atome in der Elementarzelle bestimmt.

Die Formeln für die Phasen φ_1 und φ_2 enthalten nun auch die Lagevektoren der Atome innerhalb der Elementarzelle.

Die blau geschriebenen Lagevektoren $\vec{d}_j$ beziehen sich auf den Ursprung der jeweiligen Elementarzelle.

Laue-Bedingung 10

Kommentar 2

Die Phasendifferenz enthält nun einen Beitrag der von der Differenz der Lage der Elementarzellen abhängt und außerdem einen Beitrag der von der Differenz der Lagevektoren der Atome abhängt.

Dieser zusätzliche Beitrag ist in der Formel blau markiert.

Zur gebeugten Welle tragen die Beiträge aller Elementarzellen bei, die durch den Röntgenstrahl beleuchtet werden.

Wie bisher bestimmt die erste Summe der Formel die Winkel, unter denen die Beugungsmaxima beobachtet werden.

Die blaue geschriebene Summe in Klammern bestimmt die Intensität der Beugungsmaxima.

Laue-Bedingung 10

Kommentar 3

Zu diesem Zweck wird über alle Atome summiert, die sich in der Elementarzelle befinden.

Der zusätzliche Faktor f_j bezeichnet den atomaren Strukturfaktor.

Die Streukraft der Atome hängt von der Anzahl der Elektronen ab und ist deshalb für die verschiedenen Atomsorten unterschiedlich.

Die blaue Klammer bezeichnet den Strukturfaktor der Röntgenbeugung, der die Intensität der Beugungsmaxima bestimmt.

Wenn es nur ein Atom in der Elementarzelle gibt, dann reduziert sich die Formel auf die schwarz geschriebene Summe.

Nur in diesem Fall bezeichnen die roten Punkte der zuvor gezeigten Bilder Atome.

Laue-Bedingung 10

Kommentar 4

Ein Detail fehlt in der Formel für die Phasendifferenz.

Die Atome werden durch ihre Lage in der Elementarzelle und ihre Streukraft beschrieben.

Die endliche Ausdehnung der Elektronenwolke um den Atomkern wird jedoch nicht berücksichtigt.

Im Bild des Beugungsgitters wäre es so, als würde jeder Spalt durch eine Anzahl weiterer unendlich schmaler Spalte unterschiedlicher Durchlässigkeit ersetzt, die endliche Breite der Spalte jedoch weiterhin vernachlässigt.

Wie die endliche Breite der Spalte beim Beugungsgitter bewirkt die endliche Ausdehnung der Elektronenwolken, dass die Intensität der Maxima mit zunehmender Beugungsordnung kleiner wird.

Wellen und Quantenphysik

1. Eigenschaften von Wellen

2. Interferenz und Beugung

3. Relativitätstheorie

4. Welle-Teilchen Dualismus

5. Atome

6. Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

Michelson Experiment

Relativitätstheorie

- Michelson Morley Experiment
- Die Einsteinschen Postulate
- Lorentz Transformation
- Zeitdilatation und Längenkontraktion
- Das Experiment von Hall und Rossi
- Zwillingsparadoxon
- „sichtbare Effekte“ der Lorentz Transformation
- Der invariante Abstand
- Relativistische Invarianten
- Doppler-Effekt
- Relativistische Mechanik

Michelson-Morley Experiment 0

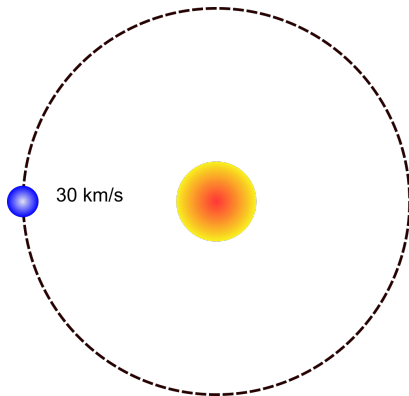
Aberration der Sterne (wurde 1727 von James Bradley entdeckt und erklärt)



(Aberration.mp4)

Michelson Morley Experiment 1

Michelsons Idee: Messung der Geschwindigkeit der Erde relativ zum Äther mit einem Interferenzexperiment



Michelson Morley Experiment 1

Kommentar 1

1727 beobachtete James Bradley erstmalig die Aberration von Sternenlicht.

Der Winkel, unter dem ein Stern beobachtet werden kann, ändert sich periodisch im Lauf eines Jahres.

Mit Hilfe der Newtonschen Teilchentheorie des Lichts konnte Bradley diesen Effekt auf die Geschwindigkeit der Erde auf ihrer Umlaufbahn um die Sonne zurückführen.

Aus der Aberration des Sternenlichts kann zudem die Geschwindigkeit der Lichtteilchen bestimmt werden.

Die Messungen der Aberration ergeben für alle beobachteten Sterne den gleichen Wert der Lichtgeschwindigkeit, was erstaunlich ist, da sich die Sterne unterschiedlich schnell bewegen.

Michelson Morley Experiment 1

Kommentar 2

Dass die Lichtgeschwindigkeit unabhängig von der Geschwindigkeit der Lichtquelle ist, ist nicht verwunderlich, wenn sich Lichtwellen ähnlich wie Schallwellen durch ein Medium, den Äther ausbreiten.

Weshalb sich die Wellenfronten des Lichts jedoch aufgrund der Geschwindigkeit der Erde neigen sollten, so dass es zum Aberrationseffekt kommt, ist nicht offensichtlich.

Aus diesem Grund wurde die Newtonsche Theorie des Lichts lange Zeit nicht verworfen, obwohl sich mit der Wellentheorie zwanglos die zahlreichen Interferenzexperimente erklären lassen, die mit Lichtwellen durchgeführt werden können.

Erst 1818 erdachte sich Augustin-Jean Fresnel eine Theorie des Äthers, die den Aberrationseffekt erklären konnte.

Michelson Morley Experiment 1

Kommentar 3

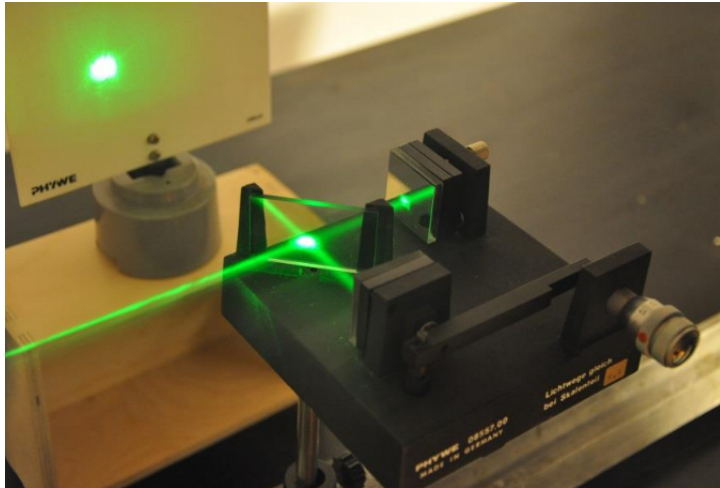
Das Spezialgebiet von Albert A. Michelson (1852-1931) waren Präzisionsmessungen der Lichtgeschwindigkeit.

Er entwickelte das Michelson-Interferometer, mit dem er die Bewegung der Erde nicht durch den Aberrationseffekt, sondern direkt in einem Interferenzexperiment beobachten wollte.

Berühmt wurde der Aufbau aus dem Jahr 1887, den er zusammen mit Edward W. Morley realisiert hat.

1907 wurde Michelson „für seine optischen Präzisionsinstrumente und seine damit ausgeführten spektroskopischen und metrologischen Untersuchungen“ mit dem Nobelpreis ausgezeichnet.

Michelson Morley experiment 2



Michelson Morley Experiment 2

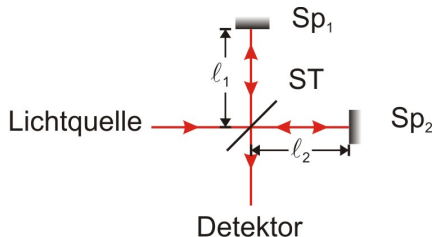
Kommentar

Das Michelson Interferometer besteht aus einem Strahlteiler, der den einfallenden Lichtstrahl in zwei Teilstrahlen aufspaltet, die an zwei Spiegeln reflektiert werden.

Am Strahlteiler wird ein Teil des reflektierten Lichts zu einem Schirm bzw. Detektor gelenkt, wo die Interferenz der beiden Teilstrahlen beobachtet wird.

Michelson Morley Experiment 3

Wenn das Michelson Interferometer im Äther ruht:



Laufzeit $\overline{ST - Sp_1 - ST}$

$$t_1 = \frac{2\ell_1}{c}$$

Laufzeit $\overline{ST - Sp_2 - ST}$

$$t_2 = \frac{2\ell_2}{c}$$

Die Phasendifferenz zwischen Strahl 1 und 2 ist mit $\nu\lambda = c$

$$\Delta\varphi = \omega(t_1 - t_2) = \frac{\omega}{c}(2\ell_1 - 2\ell_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(2\ell_1 - 2\ell_2)$$

Michelson Morley Experiment 3

Kommentar

Ruht das Interferometer im Äther, dann sind die Laufzeiten der Lichtwellen durch die Abstände zwischen dem Strahlteiler und den Spiegeln gegeben.

Die Phasendifferenz zwischen Teilstrahl 1 und 2 ergibt sich aus der Differenz der Laufzeiten.

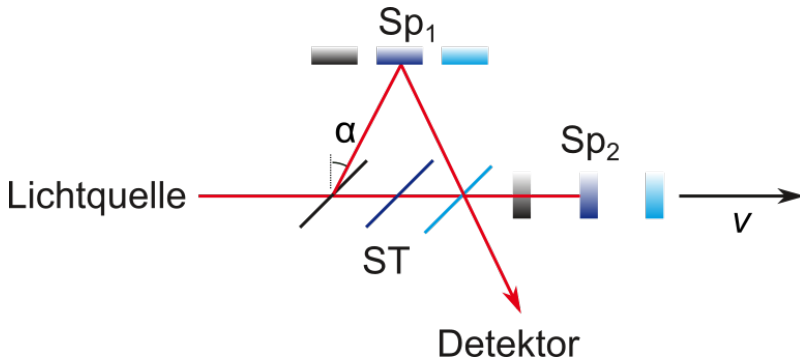
Durch eine kleine Umformung findet man den Wegunterschied zwischen den beiden Teilstrahlen und multipliziert mit der Wellenzahl $2\pi/\lambda$ die Phasendifferenz.

Im folgenden wird angenommen, dass die beiden Wege ℓ_1 und ℓ_2 gleich lang sind.

Michelson-Morley Experiment 4

Die Idee von Michelson: Das Interferometer bewegt sich mit der Erde durch den Äther

(michelsonmorleydynamic.mp4)



Michelson Morley Experiment 4

Kommentar 1

Die Animation zeigt das Interferometer, wie es sich mit der Erde durch den Äther bewegt.

Die Lichtstrahlen breiten sich im Äther mit der Lichtgeschwindigkeit aus, während das Interferometer sich mit der Geschwindigkeit der Erde fortbewegt.

Die Animation zeigt, dass sich dabei ein Gangunterschied zwischen den beiden Teilstrahlen ergibt.

Die Skizze deutet die Bewegung des Interferometers in Richtung des einfallenden Strahls an.

Michelson Morley Experiment 4

Kommentar 2

Um die Bewegung des Interferometers auszugleichen, muss der Strahl vom Strahlteiler zum Spiegel 1 etwas geneigt sein.

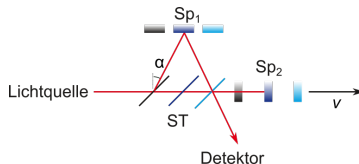
Da die Lichtgeschwindigkeit jedoch sehr viel größer als die Geschwindigkeit der Erde ist, kann diese Neigung im Rahmen der natürlichen Divergenz des Lichtstrahls erreicht werden.

Michelson-Morley Experiment 5

a) Die Laufzeit auf dem Weg 1: $\overline{ST - SP_1 - ST}$

$$\frac{t_1}{2} = \frac{\sqrt{\ell_1^2 + \left(\frac{vt_1}{2}\right)^2}}{c}$$

$$\rightarrow t_1 = \frac{2\ell_1}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$



Michelson Morley Experiment 5

Kommentar

Die Laufzeit vom Strahlteiler zum Spiegel 1 ergibt sich, wenn der Weg mit Hilfe von Pythagoras berechnet wird und durch die Lichtgeschwindigkeit geteilt wird.

Die rot umrandete Formel gibt die Laufzeit auf dem Weg vom Strahlteiler zum Spiegel 1 und zurück an.

Michelson-Morley Experiment 6

b) Laufzeit auf dem Weg 2: $\overline{ST - SP_2 - ST}$

Die Zeit $\overline{ST - SP_2}$ ist

$$t_{2\rightarrow} = \frac{\ell_2 + v t_{2\rightarrow}}{c} \quad \text{und} \quad t_{2\rightarrow} = \frac{\ell_2}{c - v} = \frac{\ell_2}{c} \frac{1}{1 - \frac{v}{c}}$$

Die Zeit $\overline{SP_2 - ST}$ ist

$$t_{2\leftarrow} = \frac{\ell_2}{c} \frac{1}{1 + \frac{v}{c}}$$

und

$$t_{2\rightarrow} + t_{2\leftarrow} = t_2 = \frac{2\ell_2}{c} \frac{1}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} > t_1$$

$$t_1 = \frac{2\ell_1}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Michelson Morley Experiment 6

Kommentar

Für die Laufzeit zum Spiegel 2 muss beachtet werden, dass sich dieser Spiegel fortbewegt während der Lichtstrahl unterwegs ist.

Auf dem Rückweg kommt der Strahlteiler dem Lichtstrahl entgegen und es ergibt sich die rot umrandete Formel für die Laufzeit auf dem Weg 2.

Die Laufzeit auf Weg 2 ist länger als die Laufzeit auf dem Weg 1.

Michelson-Morley Experiment 7

Die Phasendifferenz zwischen den Teilstrahlen 1 und 2 ist

$$\Delta\varphi = \omega(t_2 - t_1)$$

mit $\ell_1 = \ell_2 = \ell$

$$\Delta\varphi = \omega(t_2 - t_1) = \frac{2\pi}{\lambda} 2\ell \left(\frac{1}{1 - (\frac{v}{c})^2} - \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \right)$$

- Geschwindigkeit der Erde: $v \approx 3 \cdot 10^4 \text{ m/s}$
- Lichtgeschwindigkeit $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$$\frac{v}{c} \approx 10^{-4}$$

→ Taylor-Entwicklung

Michelson Morley Experiment 7

Kommentar

Mit der Differenz der Laufzeiten kann die Phasendifferenz zwischen Strahl 2 und 1 berechnet werden.

Da die Geschwindigkeit der Erde sehr viel kleiner ist als die Lichtgeschwindigkeit, kann die Formel für die Phasendifferenz in eine Taylor-Reihe entwickelt werden, wobei nur die erste Ordnung berücksichtigt werden muss.

Michelson-Morley Experiment 8

Maximale Phasendifferenz des bewegten Interferometers

$$\Delta\varphi = \omega(t_2 - t_1) = \frac{2\pi}{\lambda} 2\ell \left(1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2 - 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \right)$$

$$= 2\pi \frac{\ell}{\lambda} \left(\frac{v}{c}\right)^2$$

Der Faktor ℓ/λ verstärkt das kleine Verhältnis $(v/c)^2$

Die Phasendifferenz hängt von der Orientierung des Interferometers zur Geschwindigkeit $\vec{v}$ ab.

Das Interferometer ist drehbar gelagert

Michelson Morley Experiment 8

Kommentar

Damit ergibt sich die rot umrandete Formel für die Phasendifferenz.

Das kleine Verhältnis von Geschwindigkeit zur Lichtgeschwindigkeit zum Quadrat, wird durch das Verhältnis von Lichtweg zu Wellenlänge vergrößert und damit messbar gemacht.

Die Phasendifferenz ist maximal, wenn der einfallende Strahl parallel zur Geschwindigkeit des Interferometers orientiert ist.

Liegt die Geschwindigkeit gerade unter 45° zwischen den Spiegeln, dann sind beide Lichtwege gleich und die Phasendifferenz verschwindet.

Aus diesem Grund war das Michelson-Interferometer drehbar gelagert.

Michelson Morley Experiment 9

Aufbau von 1881



Michelson Morley Experiment 9

Kommentar

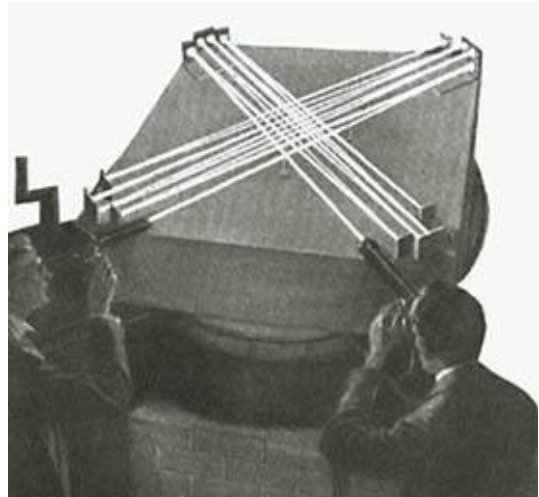
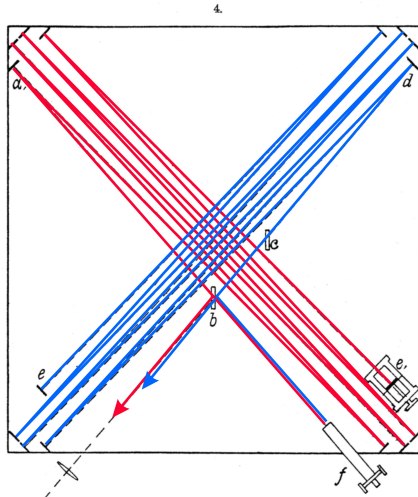
Die folgenden Bilder zeigten, die Entwicklung der Michelson-Interferometer

Mit dem Experiment von 1881 ergab sich eine Geschwindigkeit der Erde relativ zum Äther von 5-8 km/s .

Diese Geschwindigkeit lag deutlich unter dem erwarteten Wert.

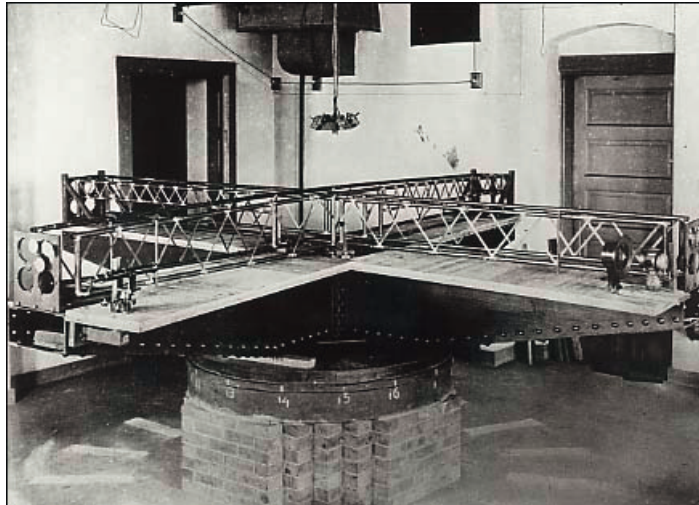
Michelson Morley Experiment 10

Aufbau von 1887



Michelson Morley Experiment 11

Aufbau von 1905



Michelson Morley Experiment 10,11

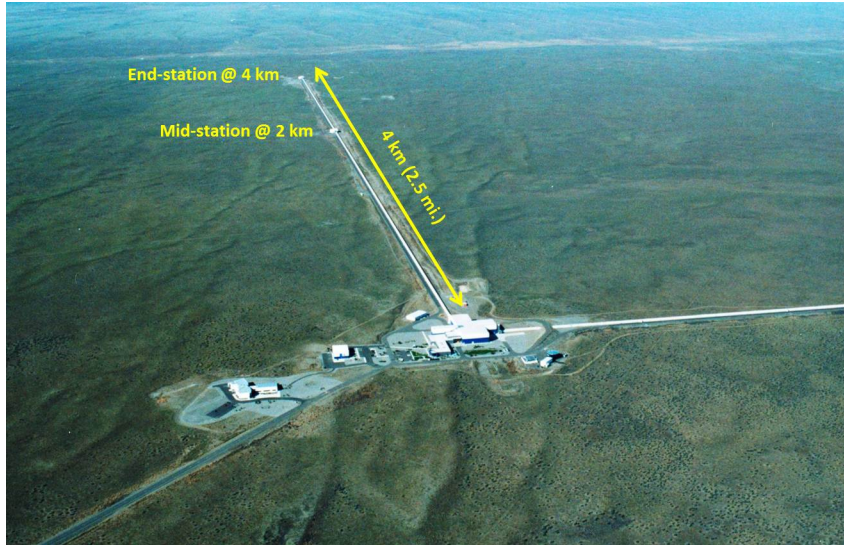
Kommentar

Die verbesserten Versionen von 1887 und 1905 ergaben, dass keine Relativbewegung der Erde bezüglich des Äthers nachweisbar ist.

Die 1905 veröffentlichte spezielle Relativitätstheorie von Albert Einstein löste alle Probleme, die sich seit der Entdeckung der Aberration durch James Bradley im Jahr 1727 ergeben hatten.

Michelson-Morley Experiment: LIGO-Detector 12

Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO)



Michelson Morley Experiment 12

Kommentar

Die Abbildung zeigt einen Gravitationswellendetektor.

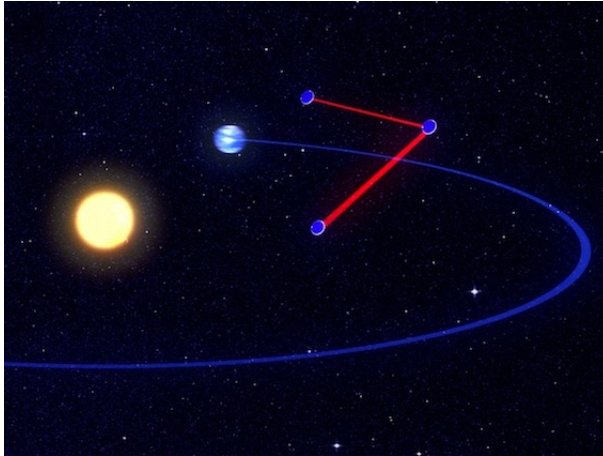
Es handelt sich dabei um ein Michelson-Interferometer mit enormen Abmessungen.

Die Effekte der von Einstein vorhergesagten Gravitationswellen sind extrem klein.

Nach Jahrzehnten der Entwicklung können diese Interferometer, die alle bekannten Tricks der Quantenoptik ausnutzen, seit 2015 erfolgreich in der Astronomie zur Detektion von Gravitationswellen eingesetzt werden, deren Quellen in unserer Galaxie liegen.

Derzeit sind drei Gravitationswellendetektoren im Einsatz, so dass auch die Position einer Quelle, die Gravitationswellen emittiert, bestimmt werden kann.

Michelson Morley Experiment 13: LISA



Propaganda für LISA (Laser Interferometer Space Antenna: [Lisa.mp4](#))

Michelson Morley Experiment 13

Kommentar

Mit den terrestrischen Gravitationswellendetektoren können Quellen innerhalb unserer Galaxie beobachtet werden.

Um auch weiter entfernte Quellen in anderen Galaxien beobachten zu können, wird an ein Interferometer gearbeitet, das im Weltraum aufgebaut werden soll.

Details des Projekts zeigt das Propagandavideo.

Revision

Revision

1

1. Wie lautet die Bedingung für destruktive Interferenz bei einem Gitter mit N Spalten?
2. Wie lautet die Interferenzbedingung für die Hauptmaxima bei einem Gitter mit N Spalten?
3. Skizzieren Sie den Verlauf der Intensität nach einem Gitter mit 5 Spalten als Funktion des Gangunterschieds benachbarter Teilstrahlen.
4. Weshalb hängt das Auflösungsvermögen von der Beugungsordnung ab?
5. Wie groß ist das maximale spektrale Auflösungsvermögen $\lambda/\Delta\lambda$ bei einem Gitter mit N Spalten in der 2. Ordnung?
6. Skizzieren Sie ein Fabry-Perot Interferometer.
7. Von was hängt das Auflösungsvermögen des Fabry-Perot Interferometers ab?
8. Skizzieren Sie das Interferenzmuster nach einem Fabry-Perot Interferometer, wenn es mit einer monochromatischen Lichtwelle beleuchtet wird.

Revision

2

9. Skizzieren Sie die Intensität nach einem Einzelspalt als Funktion des Gangunterschieds der Randstrahlen.
10. Skizzieren Sie die Intensität nach einem Gitter mit 4 Spalten als Funktion des Gangunterschieds benachbarter Strahlen, wenn die Spaltöffnungen ein Viertel des Spaltabstands betragen.
11. Wie lautet die Braggsche Bedingung für konstruktive Interferenz bei der Beugung von Röntgenstrahlen?
12. Wie lautet die Laue-Bedingung für konstruktive Interferenz bei der Beugung von Röntgenstrahlen?
13. Zeigen Sie anhand einer Skizze den Zusammenhang der Braggschen Bedingung und der Laue-Bedingung auf.
14. Durch welche Bedingung definiert Laue das reziproke Gitter?

Revision

3

15. Schreiben Sie die Formeln auf, mit denen die Basisvektoren des reziproken Gitters aus den Vektoren der primitiven Elementarzelle $\vec{a}_{i=1,2,3}$ berechnet werden.
16. Schreiben Sie die Formeln auf, mit denen die Vektoren der primitiven Elementarzelle aus den Basisvektoren des reziproken Gitters berechnet werden.
(Hinweis: $\vec{b}_1(\vec{b}_2 \times \vec{b}_3) = (2\pi)^3/V_{EZ}$)
17. Skizzieren Sie ein Michelson-Interferometer.
18. Welche Zeit benötigt ein Lichtpuls vom Strahlteiler zum vorderen Spiegel und zurück, wenn sich das Interferometer in Strahlrichtung bewegt?
19. Welche Zeit benötigt ein Lichtpuls vom Strahlteiler zum oberen Spiegel?