

Wellen und Quantenphysik

1. Eigenschaften von Wellen
2. Interferenz und Beugung
- 3. Relativitätstheorie**
4. Welle-Teilchen Dualismus
5. Atome
6. Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

Doppler-Effekt

Relativitätstheorie

- Michelson Morley Experiment
- Die Einsteinschen Postulate
- Lorentztransformation
- Zeitdilatation und Längenkontraktion
- Das Experiment von Hall und Rossi
- Zwillingsparadoxon
- „sichtbare Effekte“ der Lorentztransformation
- Der invariante Abstand
- Relativistische Invarianten
- **Doppler-Effekt**
- Relativistische Mechanik

Doppler-Effekt 1



(DopplerEffectandShockWavesHD.mp4)

Doppler-Effekt 1

Kommentar 1

Die Abbildung zeigt den Doppler-Effekt bei Wasserwellen.

Die Wellenlänge hängt von der Bewegung der Quelle und von der Richtung ab, unter der die Quelle relativ zu ihrer Geschwindigkeit beobachtet wird.

Wird der Doppler-Effekt direkt in der Bewegungsrichtung der Quelle beobachtet, dann spricht man vom longitudinalen Doppler-Effekt.

Bewegt sich die Quelle direkt auf den Beobachter zu, ergibt sich die kürzeste Wellenlänge.

Entfernt sich die Quelle vom Beobachter, dann ist die Wellenlänge am größten.

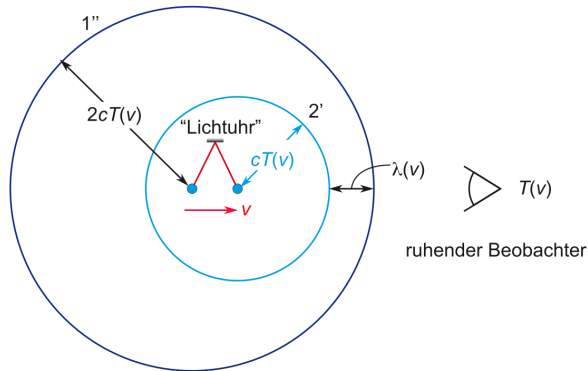
Für die übrigen Beobachtungsrichtungen liegt die Wellenlänge zwischen diesen Extremen.

Doppler-Effekt 1

Kommentar 2

Die Animation zeigt den Doppler-Effekt bei Schallwellen für einen Beobachter, der sich nicht in Bezug auf die Luft bewegt.

Doppler-Effekt 2



Eine Quelle, die elektromagnetische Kugelwellen abstrahlt, bewegt sich auf einen Beobachter zu.

$$\lambda(v) = 2cT(v) - vT(v) - cT(v) = \underline{(c - v)T(v)}$$

Doppler-Effekt 2

Kommentar 1

Im Gegensatz zu Wasser- oder Schallwellen gibt es bei elektromagnetischen Wellen kein Trägermedium, weshalb es nur auf die relative Bewegung zwischen der Quelle und dem Beobachter ankommt, was die Angelegenheit natürlich vereinfacht.

Die Abbildung zeigt eine Quelle, die elektromagnetische Kugelwellen aussendet. Bewegt sich die Quelle, dann werden der Kugelwellen kontinuierlich an anderen Orten ausgesendet. Die Abbildung skizziert den Fall, dass sich die Quelle auf den Beobachter zu bewegt.

Zur Veranschaulichung der Zeit ist eine „Lichtuhr“ eingezeichnet und es wird angenommen, dass die Quelle jeweils eine Wellenfront aussendet, wenn der Lichtpuls zwischen den Spiegel einmal hin und her gelaufen ist.

Doppler-Effekt 2

Kommentar 2

Die schwarz gezeichnete Wellenfront wurde am Ort 1 ausgestrahlt und hat sich während zweier Durchgänge der Lichtuhr vom Ort 1 entfernt.

Die blau gezeichnete Wellenfront wurde nach einem Durchgang der Lichtuhr am Ort 2 abgestrahlt und hat sich während einer weiteren Periode der Lichtuhr von der Quelle entfernt.

Der Abstand zwischen den Wellenfronten in Richtung des Beobachters berechnet sich mit der rot unterstrichenen Formel.

Dabei bezeichnet $T(v)$ die Periodendauer der bewegten Quelle. Die Quelle pulst aufgrund der Bewegung langsamer, als es die ruhende Quelle tun würde. Die bewegte Lichtuhr veranschaulicht den Effekt der Zeitdilatation.

Doppler-Effekt 2

Kommentar 3

An dieser Stelle soll an den Abschnitt „sichtbare Effekte“ der Lorentztransformation erinnert werden.

Tatsächlich sieht der Beobachter nur das Wellenfeld der pulsenden Quelle, das bei ihm ankommt, nicht aber den Pulsvorgang der Quelle selbst.

Ähnlich wie bei der Längenkontraktion, bei der eine Verlängerung statt einer Verkürzung der Länge bei Annäherung beobachtet wird, dreht sich hier der beobachtete Effekt gerade um, und es wird eine verkürzte Periodendauer beobachtet, wie die folgende Rechnung zeigt.

Doppler-Effekt 3

Mit der Formel für die Zeitdilatation

$$\begin{aligned}\lambda(\nu) &= (c - v) T(\nu) \\ &= (c - v) \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = c T_0 \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{\left(1 - \frac{v}{c}\right) \left(1 + \frac{v}{c}\right)}}\end{aligned}$$

und der Wellenlänge der Quelle in ihrem Ruhesystem $\lambda_0 = c T_0$ ergibt sich der longitudinale Doppler-Effekt bei Annäherung

$$\lambda(\nu) = \lambda_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$$

und mit $\nu \lambda = c$

$$\nu(\nu) = \nu_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$$

Doppler-Effekt 3

Kommentar

Mit der Formel für die Zeitdilatation und der Formel für die Wellenlänge im Ruhesystem der Quelle $\lambda_0 = cT_0$ ergibt sich die rot umrandete Formel für den longitudinalen Doppler-Effekt bei Annäherung der Quelle.

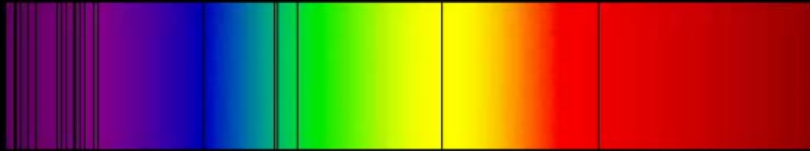
Wird die Lichtgeschwindigkeit durch die Wellenlänge geteilt, ergibt sich die entsprechende Formel für die Frequenz.

Die Wellenlänge wird kleiner und die Frequenz größer, wenn sich die Quelle dem Beobachter nähert.

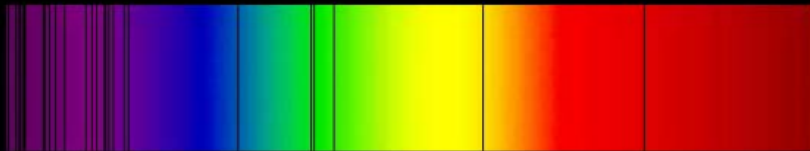
Dieser Effekt wird Blauverschiebung genannt.

Doppler-Effekt 4

Absorption Lines from our Sun



Absorption Lines from a supercluster of galaxies, BAS11
 $v = 0.07 c$, $d = 1$ billion light years



Doppler-Effekt 4

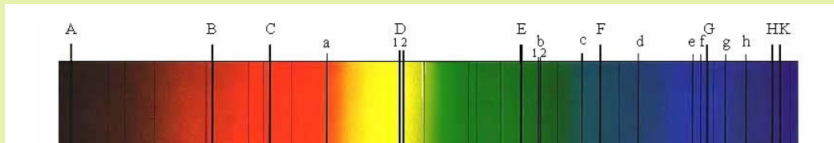
Kommentar 1

In der Astronomie wird in der Regel der gegenteilige Effekt beobachtet.

Sterne strahlen ein kontinuierliches elektromagnetisches Spektrum ab, das von der Oberflächentemperatur des Sterns bestimmt wird.

In diesem kontinuierlichen Spektrum können scharfe Absorptionslinien beobachtet werden, die von den Atomen der Gashölle des Sterns herrühren.

Lange bevor die Spektren der Atome erforscht und verstanden waren, wurde das Spektrum der Sonne beobachtet und die verschiedenen Absorptionslinien einfach durch Buchstaben gekennzeichnet (Joseph von Fraunhofer 1814).



Doppler-Effekt 4

Kommentar 2

Die Linie im gelben Bereich des Spektrums wurde als D-Linie bezeichnet und stammt von Natriumatomen.

In der 3. Vorlesung habe ich Ihnen gezeigt, dass die Natrium D-Linie in zwei Komponenten aufgespalten ist.

Die obere Abbildung zeigt das Spektrum der Sonne. Die untere Abbildung zeigt das Spektrum eines Superclusters von Galaxien.

Beide Spektren zeigen quasi das gleiche Absorptionsspektrum, wobei die Absorptionslinien des Galaxienclusters zur längeren Wellenlängen verschoben sind.

Der Cluster entfernt sich offensichtlich von der Erde.

Doppler-Effekt 5

longitudinaler Doppler-Effekt, wenn sich die Quelle entfernt

$$\lambda(v) = \lambda_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \quad \text{und} \quad \nu(v) = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$$

Rotverschiebung

$$z = \frac{\lambda(v) - \lambda_0}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} - 1$$

Näherung $v \ll c$: (beachte: $\frac{1}{1 - \frac{v}{c}} \approx 1 + \frac{v}{c}$)

$$\underline{z = \frac{\lambda(v) - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c}}$$

Doppler-Effekt 5

Kommentar

In den Formeln für den longitudinalen Doppler-Effekt muss das Vorzeichen der Geschwindigkeit umgekehrt werden, wenn die Quelle sich entfernt.

Die Wellenlänge wird größer und die Frequenz kleiner.

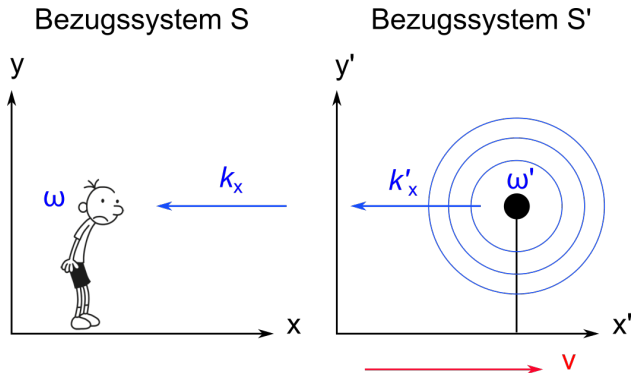
Oft wird die relative Wellenlängenänderung z angegeben. Die Zahl z wird „Rotverschiebung“ genannt.

Wenn die Geschwindigkeit sehr viel kleiner als die Lichtgeschwindigkeit ist, dann ist die relative Wellenlängenänderung z direkt proportional zu Geschwindigkeit der Quelle.

Ist die Rotverschiebung z eine negative Zahl, dann nähert sich die Quelle dem Beobachter und die „Rotverschiebung“ ist eigentlich eine „Blauverschiebung“.

Doppler-Effekt 6

Doppler-Effekt und Lorentztransformation:



$$\vec{k} = (\underline{k_x = -\omega/c}, \quad k_y = 0 \quad k_z = 0) \quad \text{und} \quad \vec{k}' = (\underline{k'_x = -\omega'/c}, \quad k'_y = 0 \quad k'_z = 0)$$

Doppler-Effekt 6

Kommentar

Der Doppler-Effekt kann natürlich direkt mit der Lorentztransformation für Frequenz und Wellenzahlvektor berechnet werden.

Die Abbildung zeigt eine Strahlungsquelle, die sich mit dem Bezugssystem S' von einem Beobachter mit der Geschwindigkeit v nach rechts entfernt.

Der Beobachter kann die Frequenz ω in seinem Bezugssystem messen und beobachtet eine ebene Welle, deren k -Vektor antiparallel zur Relativgeschwindigkeit der Bezugssysteme gerichtet ist.

Die k_x -Komponente ist negativ und ist durch ω/c gegeben.

Die übrigen Komponenten k_y und k_z sind Null.

Doppler-Effekt 7

Lorentz Transformation

$$\omega = \gamma(\omega' + vk_x')$$

$$k_x = \gamma(k_x' + \frac{v}{c^2}\omega')$$

$$\underline{\omega = \omega(v)} = \gamma(\omega' + vk_x') = \gamma\left(\omega' - v\frac{\omega'}{c}\right) = \omega' \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \underline{\omega_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}}$$

$\omega' = \omega_0$ ist die Eigenfrequenz im Bezugssystem S' und $\omega = \omega(v)$ die Frequenz der bewegten Quelle im Bezugssystem S .

Doppler-Effekt 7

Kommentar

Die umrandeten Formeln geben die Lorentz Transformation für die Frequenz und die Komponenten der Wellenzahlvektoren.

Der Doppler-Effekt kann mit allen diesen Gleichungen berechnet werden.

Besonders einfach ist die Rechnung mit der ersten blau markierte Gleichung.

Bei der Rechnung wird angenommen, dass sich die Quelle nach rechts vom Beobachter entfernt, wie es die Skizze zeigt.

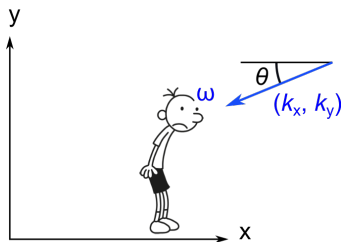
Damit hat man: $k_x = -\omega/c$ bzw. $k_x' = -\omega'/c$ und die beobachtete Frequenz der Quelle wird kleiner, da sich die Quelle vom Beobachter entfernt.

Entfernt sich die Quelle nach links, dann zeigen die k -Vektoren in Richtung der positiven Koordinatenachse und sind somit positive Größen. Die Geschwindigkeit v ist in dieser Situation dann negativ.

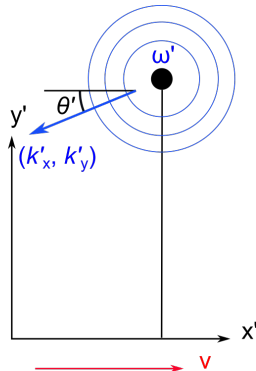
Doppler-Effekt 8

Doppler-Effekt unter einem beliebigen Beobachtungswinkel

$$\omega = ck \text{ und } k_x = -k \cos \theta, k_y = -k \sin \theta$$



Bezugssystem S



Bezugssystem S'

Doppler-Effekt 8

Kommentar 1

Die Abbildung zeigt einen Beobachter im Bezugssystem S , der eine Welle unter dem Winkel θ relativ zur Geschwindigkeit der Quelle wahrnimmt.

Die Strahlungsquelle ruht im Bezugssystem S' , das sich in der Skizze vom Beobachter mit der Geschwindigkeit v nach rechts entfernt.

Die blau geschriebenen Formeln geben die Frequenz und die Komponenten des Wellenzahlvektors im Bezugssystem des Beobachters.

In der Skizze ist das Bezugssystem S' am Beobachter vorbeigezogen.

Zu einem früheren Zeitpunkt kann sich das Bezugssystem auf der linken Seite der Skizze befunden und sich dem Beobachter genähert haben.

Doppler-Effekt 8

Kommentar 2

Der Beobachter musste nach links blicken, um das Bezugssystem S' zu sehen.

Für den Winkel θ galt dann $\theta > 90^\circ$.

Doppler-Effekt 9

$$\omega = \gamma(\omega' + vk_x')$$

$$k_x = \gamma(k_x' + \frac{v}{c^2}\omega')$$

Mit

$$k_x = -k \cos \theta = -\frac{\omega}{c} \cos \theta \quad \text{und} \quad vk_x = \gamma vk_x' + \gamma \frac{v^2}{c^2} \omega'$$

ergibt sich

$$\omega = \gamma\omega' + vk_x - \gamma \frac{v^2}{c^2} \omega' = \gamma\omega' - \frac{v}{c} \omega \cos \theta - \gamma \frac{v^2}{c^2} \omega'$$

$$\omega = \omega' \frac{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}{(1 + \frac{v}{c} \cos \theta)}$$

mit der Eigenfrequenz $\omega' = \omega_0$

Doppler-Effekt 9

Kommentar

Zur Berechnung des Doppler-Effekts müssen nun die zwei rot umrandeten Formeln der Lorentz Transformation verwendet werden.

Dabei ist ω' die Eigenfrequenz der Quelle ω_0 .

Mit der zweiten Formel kann die Wellenvektorkomponente k_x' durch die Wellenvektorkomponente k_x ausgedrückt werden, die vom Beobachter gemessen werden kann.

Eine kleine Umformung ergibt dann die Frequenz ω im Bezugssystem S.

Doppler-Effekt 10

$$\omega = \omega' \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}{\left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta\right)}$$

mit der Eigenfrequenz $\omega' = \omega_0$

$\theta = 0^\circ$ ergibt den longitudinalen Doppler-Effekt für eine Quelle, die sich entfernt

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1 + \frac{v}{c}} = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$$

$\theta = 180^\circ$ ergibt den longitudinalen Doppler-Effekt für eine Quelle, die sich nähert

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1 - \frac{v}{c}} = \omega_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$$

Doppler-Effekt 10

Kommentar

Die rot umrandete Formel gibt noch einmal die Formel für den allgemeinen Doppler-Effekt.

Wird speziell der longitudinale Doppler-Effekt betrachtet, dann gilt $\theta = 0^\circ$ für den Fall, dass sich die Quelle entfernt und $\theta = 180^\circ$ für den Fall, dass sich die Quelle nähert.

Man erhält in beiden Fällen die bekannten Formel für den longitudinalen Doppler-Effekt.

Doppler-Effekt 11

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}{\left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta\right)}$$

Näherung $v \ll c$, $\gamma \rightarrow 1$ und $\theta \neq 0^\circ$:

$$\omega = \omega_0 \frac{1}{\gamma \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta\right)} \quad \xrightarrow{v \ll c} \quad \underline{\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta\right)}$$

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{\Delta \omega}{\omega_0} = -\frac{v}{c} \cos \theta$$

Doppler-Effekt 11

Kommentar

Für Anwendungen im „täglichen Leben“ sind die Geschwindigkeiten oft klein im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit.

Wird in der rot umrandeten Formel die Wurzel im Zähler durch Eins ersetzt und der Rest durch eine Taylor-Entwicklung ($1/(1+x) = 1 - x$), dann ergibt sich die rot unterstrichene Formel.

Die Frequenzveränderung ist proportional zum Cosinus des Beobachtungswinkels und dem Quotienten v/c .

Die Frequenzerhöhung ist maximal, wenn sich die Quelle direkt dem Beobachter nähert.

Keine Frequenzverschiebung ergibt sich, wenn die Quelle unter 90° beobachtet wird und eine Frequenzerniedrigung ergibt sich, wenn die Quelle sich entfernt.

Doppler-Effekt 12

Beispiel für eine beliebte Anwendung des Dopplereffekts



Doppler-Effekt 12

Kommentar

Die Abbildung zeigt Geschwindigkeitsüberwachungsanlagen, die oft auch als Radarfallen bezeichnet werden.

Diese Bezeichnung erinnert daran, dass vor langer Zeit „Radarwellen“ zur Geschwindigkeitsüberwachung verwendet wurden.

Dabei wurde die Frequenzverschiebung zwischen der gesendeten und reflektierten Radarwellen gemessen und das Ergebnis der Messung mit den Formeln des Doppler-Effekts ausgewertet.

Heute werden zur Geschwindigkeitsüberwachung Laser verwendet.

Es wird nicht der Doppler-Effekt gemessen, sondern die Laufzeit, die ein Laserpuls benötigt, wenn er zum Sender zurück reflektiert wird.

Die Geschwindigkeit des Fahrzeugs kann dann einfach aus der Laufzeitdifferenz zweier aufeinanderfolgender Pulse bestimmt werden.

rel. Mechanik

Relativitätstheorie

- Michelson Morley Experiment
- Die Einsteinschen Postulate
- Lorentztransformation
- Zeitdilatation und Längenkontraktion
- Das Experiment von Hall und Rossi
- Zwillingsparadoxon
- „sichtbare Effekte“ der Lorentztransformation
- Der invariante Abstand
- Relativistische Invarianten
- Doppler-Effekt
- Relativistische Mechanik

Relativistische Mechanik: Vorbemerkung

Im Rahmen der Mechanik ist das 2. Newtonsche Gesetz besonders wichtig: Wirkt eine Kraft auf eine Masse, dann wird sie beschleunigt und es gilt $\vec{F} = m\vec{a}$.

Beschleunigte Bewegungen sind ein wesentlicher Bestandteil der Mechanik.

Die Lorentztransformation bezieht sich jedoch auf Bezugssysteme, die sich gleichförmig mit einer konstanten Geschwindigkeit relativ zu einander bewegen.

Zur Formulierung einer vollständigen relativistischen Mechanik, müssen aber beschleunigte Bezugssysteme betrachtet werden.

Eine Theorie der Mechanik, die auf der Lorentztransformation basiert, ist deshalb nur näherungsweise möglich, was aber erstaunlicherweise im Mikrokosmos sehr gut funktioniert.

Relativistische Mechanik 1

Welle-Teilchen-Dualismus:

Max Planck 1900

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

Louis de Broglie 1924

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{bzw.} \quad \vec{p} = \hbar\vec{k}$$

Plancksche Konstante

$$\underline{h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}$$

und $\hbar = h/2\pi$.

Relativistische Mechanik 1

Kommentar 1

Der Mikrokosmos wird vom Welle-Teilchen-Dualismus bestimmt.

Bislang wurden in dieser Vorlesung Wellen und Teilchen wie physikalische Konzepte behandelt, die sich einander ausschließen. Es zeigt sich aber, dass Teilchen Wellen formen und Wellen von Teilchen gebildet werden. Wellen und Teilchen sind keine Gegensätze, sondern bedingen sich gegenseitig.

Die experimentellen Befunde, die zu dieser Einsicht führen, und die Konsequenzen für das physikalische Verständnis der Natur werden im nächsten Abschnitt „Welle-Teilchen-Dualismus“ behandelt.

Die folgende Darstellung der relativistischen Mechanik basiert auf dem Welle-Teilchen-Dualismus und beschreibt nicht den historischen Weg zur relativistischen Mechanik, sondern eine Sicht der Dinge, wie sie ab 1925 möglich wurde.

Relativistische Mechanik 1

Kommentar 2

Die beiden rot umrandeten Formeln geben die Grundgleichungen des Welle-Teilchen-Dualismus an.

Die erste Formel wurde im Jahr 1900 von Max Planck gefunden und gibt den Zusammenhang zwischen der Energie der Teilchen und der Frequenz der entsprechenden Welle an. Ursprünglich bezog sich diese Formel auf elektromagnetische Wellen und deren Teilchen: die „Photonen“.

Die zweite Formel wurde im Jahr 1924 von Louis de Broglie gefunden und gibt den Zusammenhang zwischen dem Impuls der Teilchen und der Wellenzahl, bzw. dem Wellenzahlvektor der entsprechenden ebenen Welle an.

Die Proportionalitätskonstante zwischen Energie und Kreisfrequenz bzw. Impuls und Wellenzahlvektor ist $\hbar = h/2\pi$. h bezeichnet die Plancksche Konstante.

Relativistische Mechanik 1

Kommentar 3

Elektromagnetische Wellen sind ein Spezialfall der allgemeinen Materiewellen.

Es zeigt sich, dass die Frequenz und die Komponenten des Wellenzahlvektors einer Materiewelle beim Wechsel des Inertialsystems gemäß der Lorentz-Transformation transformiert werden müssen.

Damit unterliegen auch die Energie und der Impuls der Teilchen der Lorentz-Transformation.

Relativistische Mechanik 2

ct und $\vec{r}$

$$ct = \gamma(ct' + \frac{v}{c}x')$$

$$x = \gamma(x' + \frac{v}{c}ct') \quad \text{und} \quad y = y' \quad \text{und} \quad z = z'$$

ω/c und $\vec{k}$

$$\omega = \gamma(\omega' + vk_x')$$

$$k_x = \gamma(k_x' + \frac{v}{c^2}\omega') \quad \text{und} \quad k_y = k_y' \quad \text{und} \quad k_z = k_z'$$

E/c und $\vec{p}$

$$E = \gamma(E' + vp_x')$$

$$p_x = \gamma(p_x' + \frac{v}{c^2}E') \quad \text{und} \quad p_y = p_y' \quad \text{und} \quad p_z = p_z'$$

Relativistische Mechanik 2

Kommentar

Damit kann die Lorentztransformation für Energie und Impuls direkt aufgeschrieben werden.

Die ersten rot umrandeten Formeln zeigen die Lorentztransformation für die Zeit und den Ort.

Die zweiten rot umrandeten Formeln zeigen die Lorentztransformation für die Frequenz und den Wellenzahlvektor von Materiewellen.

Die unteren rot umrandeten Formeln zeigen die Lorentztransformation für die Energie und den Impuls der Teilchen.

Relativistische Mechanik 3

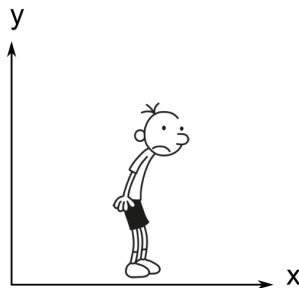
$$p_x = \gamma(p_x' + \frac{v}{c^2}E')$$

$$p_y = p_y'$$

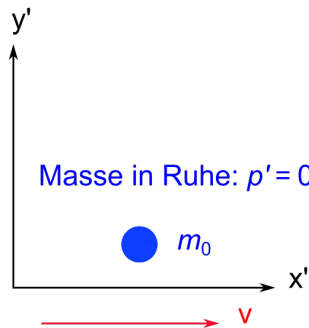
$$p_z = p_z'$$

$$E = \gamma(E' + vp_x')$$

Bezugssystem S



Bezugssystem S'



$$p_x = \gamma \frac{v}{c^2} E'$$

wenn : $v \ll c$, dann gilt : $\gamma = 1$ und $p_x = m_0 v \rightarrow m_0 = \frac{E'}{c^2}$

Ruheenergie :

$$E_0 = m_0 c^2 = E'$$

Relativistische Mechanik 3

Kommentar

Die Abbildung zeigt eine Masse, die im Bezugssystem S' ruht.

Der Impuls der Masse ist damit im Bezugssystem S' Null.

Für den Beobachter im Bezugssystem S entfernt sich die Masse mit der Geschwindigkeit v und hat, wenn die Geschwindigkeit nicht zu groß ist, den Newtonschen Impuls $\vec{p} = m_0 \vec{v}$.

Mit der Lorentztransformation für die x-Komponente des Impulses ergibt sich die rot umrandete Formel, die in den Newtonschen Impuls übergehen muss, wenn die Geschwindigkeit sehr viel kleiner als die Lichtgeschwindigkeit ist.

Damit findet man, dass der ruhenden Masse eine Energie - die sogenannte Ruheenergie $E_0 = m_0 c^2$ - zugeordnet werden muss.

Relativistische Mechanik 4

Energie der Masse m_0 mit der Geschwindigkeit v

$$E = \gamma E' = \gamma m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Taylor-Entwicklung für $v \ll c$

$$E = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 + \dots$$

relativistische Masse

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Relativistische Mechanik 4

Kommentar

Die Energie der bewegten Masse m_0 ergibt sich direkt mit der Lorentztransformation $E = \gamma E'$.

Die erste umrandete Formel gibt dieses Ergebnis.

Mit einer Taylor-Entwicklung findet man für kleine Geschwindigkeiten die rot unterstrichene Formel.

Die Gesamtenergie der bewegten Masse setzt sich zusammen aus der Ruheenergie $E_0 = m_0 c^2$ und der kinetischen Energie, wie sie aus der klassischen Mechanik bekannt ist.

m_0 wird die Ruhemasse genannt und $m = \gamma m_0$ die relativistische Masse.

Relativistische Mechanik 5

Energie einer bewegten Masse: $E = \gamma m_0 c^2$, bzw. $E = mc^2$

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \vec{v}^2/c^2}}$$

Impuls einer bewegten Masse

$$p_x = \gamma m_0 v \quad \text{bzw.} \quad \vec{p} = m \vec{v}$$

oder

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \vec{v}^2/c^2}}$$

Relativistische Mechanik 5

Kommentar

Die Gesamtenergie der bewegten Masse ergibt sich aus dem Produkt der relativistischen Masse und dem Quadrat der Lichtgeschwindigkeit.

Der Impuls des Teilchens ergibt sich aus dem Produkt der relativistischen Masse und der Geschwindigkeit.

Relativistische Mechanik 6



(crashtest.mp4)

Relativistische Mechanik 6

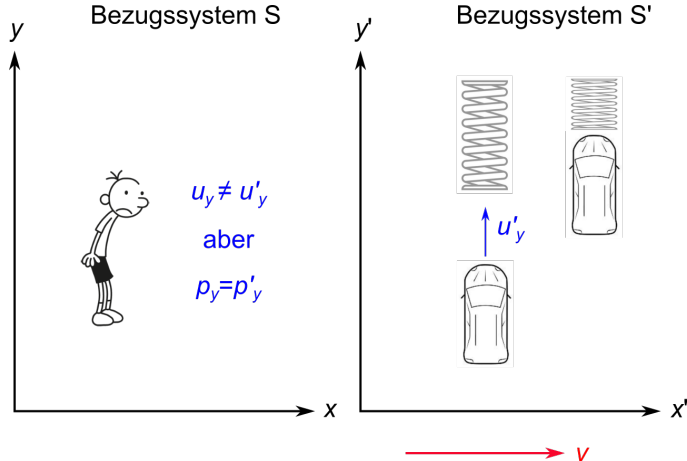
Kommentar

Da die Einführung der grundlegenden Formeln der relativistischen Mechanik sehr abstrakt daher kommt, diskutiere ich im folgenden einen Crashtest, um zu zeigen, dass die Formeln von Einstein in alltäglichen Situationen sinnvolle Ergebnisse liefern.

Das Video zeigt ein elementares mechanisches Experiment: Ein Fahrzeug fährt in eine Barriere, deformiert sich und die Barriere und bleibt liegen.

Um einen Bezug zur Relativitätstheorie von Einstein herzustellen, wird dieses Experiment einerseits von einem Menschen in der Experimentierhalle und von einem Menschen beobachtet, der außerhalb vorbei läuft.

Relativistische Mechanik 7



Relativistische Mechanik 7

Kommentar 1

Die Abbildung zeigt den Crashtest im Bezugssystem S' . Das Auto fährt mit der Geschwindigkeit u'_y in eine Barriere, die durch eine Feder veranschaulicht wird, und bleibt stecken. Die Deformation der Barriere und des Autos sind ein Maß für den Impuls des Autos, was durch die verkürzt gezeichnete Feder angedeutet wird.

Ein Beobachter, der sich mit seinem Bezugssystem S nach links vorbei bewegt, schaut dem Experiment zu. Er sieht die gleiche Deformation von Auto und Barriere und beobachtet damit den gleichen Impuls p_y , den auch ein Beobachter im Bezugssystem S' messen kann.

Gemäß der Lorentztransformation ändert sich der Impuls quer zur Bewegungsrichtung der beiden Bezugssysteme nicht, was mit der Beobachtung übereinstimmt.

Relativistische Mechanik 7

Kommentar 2

Aufgrund der Zeitdilatation stimmen die Geschwindigkeiten in y-Richtung nicht überein: $u_y = dy/dt \neq u'_y = dy'/dt'$.

Damit stimmen die Newtonschen Impulse $p_y = mu_y \neq p'_y = mu'_y$ in den beiden Bezugssystem nicht überein, was der Beobachtung widerspricht.

Relativistische Mechanik 8

Geschwindigkeit des Autos im Bezugssystem S

$$u_x = v$$

$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\frac{dy}{dt'}}{\frac{dt}{dt'}} = \frac{\frac{dy'}{dt'}}{\frac{dt'}{\gamma}} = u'_y / \gamma = u'_y \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Einsteinscher Impuls im Bezugssystem S'

$$p'_y = \frac{m_0 u'_y}{\sqrt{1 - u'^2_y/c^2}}$$

Einsteinscher Impuls im Bezugssystem S

$$p_y = \frac{m_0 u_y}{\sqrt{1 - (v^2 + (u_y)^2)/c^2}} = \frac{m_0 u'_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2 - u'^2_y(1 - v^2/c^2)/c^2}} = p'_y$$

Relativistische Mechanik 8

Kommentar 1

Die ersten rot umrandeten Formeln geben die Geschwindigkeit des Autos im Bezugssystem S des Beobachters. In x -Richtung ist es die Relativgeschwindigkeit mit der sich der Beobachter nach links bewegt. Das Bezugssystem S' des Experiments bewegt sich mit der Geschwindigkeit v nach rechts.

Für die Geschwindigkeit in y -Richtung muss man den Effekt der Zeitdilatation beachten.

Für den Beobachter läuft das Experiment etwas langsamer ab.

Da sich die Koordinaten in y -Richtung durch die Lorentztransformation nicht ändern, ergibt sich die zweite Formel in der roten Umrandung für den Zusammenhang der Geschwindigkeiten in den beiden Bezugssystemen.

Relativistische Mechanik 8

Kommentar 2

Das Auto hat in y-Richtung im Bezugssystem des Beobachters eine um den Faktor $1/\gamma = \sqrt{1 - v^2/c^2}$ kleinere Geschwindigkeit.

Da die Beobachter in beiden Bezugssystemen jedoch die gleichen Deformationen feststellen, kann dieses Ergebnis nicht mit den Newtonschen Impulsen beschrieben werden.

Wird die Einsteinsche Formel für den Impuls verwendet, dann ist der Impuls in y-Richtung in beiden Bezugssystemen gleich, wie die Rechnung der letzten Zeile zeigt.

Relativistische Mechanik 9

relativistische Invariante elektromagnetischer Wellen

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \vec{k}^2 = 0$$

relativistische Invariante für Energie und Impuls

$$\begin{aligned}\left(\frac{E}{c}\right)^2 - \vec{p}^2 &= \gamma^2 m_0^2 c^2 - \gamma^2 m_0^2 v^2 \\ &= \frac{m_0^2}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} (c^2 - v^2) = \frac{m_0^2 c^2}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \\ &= m_0^2 c^2\end{aligned}$$

$$E^2 - c^2 \vec{p}^2 = m_0^2 c^4$$

Relativistische Mechanik 9

Kommentar

Die unterstrichene Formel gibt die relativistische Invariante für Frequenz und Wellenzahl einer elektromagnetischen Welle.

Wird die Frequenz und Wellenzahl durch die Energie und den Impuls ersetzt und werden die Formeln für die relativistische Energie und den relativistischen Impuls verwendet, dann ergibt sich die rot umrandete Formel.

Die relativistische Invariante von Energie und Impuls entspricht dem Quadrat der Ruheenergie.

Im Fall der elektromagnetischen Wellen ist die Ruheenergie bzw. Ruhemasse Null, da sich elektromagnetische Wellen in jedem Bezugssystem mit der Lichtgeschwindigkeit ausbreiten.

Wellen und Quantenphysik

1. Eigenschaften von Wellen

2. Interferenz und Beugung

3. Relativitätstheorie

4. Welle-Teilchen Dualismus

5. Atome

6. Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

Wärmestrahlung

Welle -Teilchen Dualismus

- Wärmestrahlung
- Plancksches Strahlungsgesetz
- Laser
- Photoelektrischer Effekt
- Compton-Effekt
- Materiewellen
- Unschärferelationen

Wärmestrahlung 1



Wärmestrahlung 1

Kommentar

Die Entwicklung der Quantenphysik beginnt mit der Erforschung der Wärmestrahlung.

Am ursprünglichsten kann man Wärmestrahlung am Lagerfeuer erleben - insbesondere im Frühling bzw. Herbst, wenn es recht kalt ist.

Die dem Feuer zugewandt Seite glüht, während die abgewandte Seite friert.

Es ist nicht die Luft, die die Hitze transportiert, sondern die Wärmestrahlung.

Die warme Luft strömt nach oben in den Himmel, die kalte Luft strömt zum Feuer und sorgt für eine ordentliche Luftkühlung.

Wärmestrahlung 2



Wärmestrahlung 2

Kommentar

Jeder Körper sendet in Abhängigkeit von seiner Temperatur elektromagnetische Wellen aus.

Die Abbildung zeigt einen glühenden Wolfram-Draht in einer Glühbirnen.

Glühbirnen wurden abgeschafft, da der größte Teil der Wärmestrahlung im unsichtbaren infraroten Bereich liegt und der Einsatz von Glühbirnen zur Lichterzeugung eine enorme Energieverschwendung ist.

Wärmestrahlung 3



Wärmestrahlung 3

Kommentar

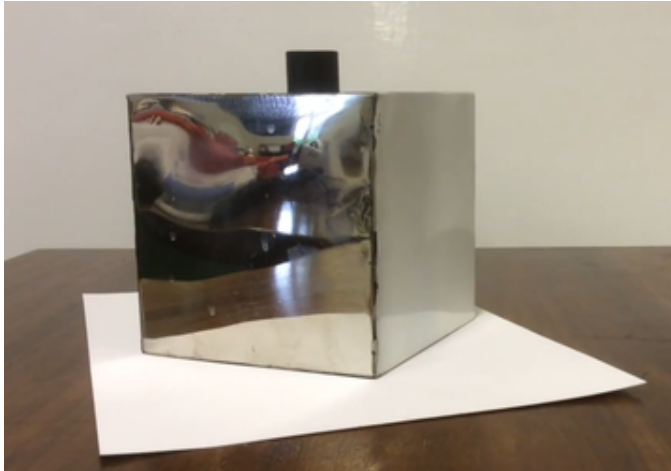
Die Abbildung zeigt die Sonne.

Je höher die Temperatur, desto kleiner ist die Wellenlänge im Maximum des Strahlungsspektrums.

Nur der Teil der thermischen Strahlung, der in den kleinen Wellenlängenbereich fällt, in dem das menschliche Auge sensitiv ist ($\approx 400 - 700 \text{ nm}$), kann optisch wahrgenommen werden.

Das menschliche Auge ist auf das Strahlungsspektrum der Sonne optimiert, was nicht verwunderlich ist.

Wärmestrahlung 4



(Lesliescube.mp4)

Wärmestrahlung 4

Kommentar 1

Das Video zeigt ein Experiment, bei dem ein Würfel, der aus Metallblechen besteht, mit kochendem Wasser gefüllt wird.

Mittels einer Diode wird die Wärmestrahlung detektiert.

Die Diode ist für eine bestimmte Wellenlänge sensitiv.

Der Photostrom hängt von der Intensität der Strahlung ab und wird von dem Gerät in eine Temperatur umgerechnet.

Drei Flächen des Würfels sind mit einer Farbe bedeckt.

Eine vierte Fläche ist nicht mit Farbe bedeckt.

Das Gerät zeigt für die vier Flächen unterschiedliche Temperaturen an.

Wärmestrahlung 4

Kommentar 2

Nun gibt es keinen Grund, weshalb die Temperatur der Würfeloberfläche von der Temperatur des kochenden Wassers nennenswert abweichen sollte.

Offensichtlich ist die vom Gerät gemessene Strahlungsleistung der Flächen sehr unterschiedlich.

Die geringste Leistung bekommt das Gerät von der metallischen Oberfläche ab.

Ein größere Strahlungsleistung bekommt das Gerät von den bemalten Flächen ab.

Die Strahlungsleistung variiert mit der Wahl der Farbe, womit nicht der Farbton, sondern die Beschaffenheit der Farbe gemeint ist.

Wärmestrahlung 4

Kommentar 3

Der Metallwürfel wirkt für die elektromagnetische Strahlung wie ein Faradayscher Käfig. Elektromagnetische Wellen, die im Innern des Würfels entstehen, können die Metallflächen nicht durchdringen.

Die von der Diode detektierte Strahlung entsteht in der Oberfläche des Würfels.

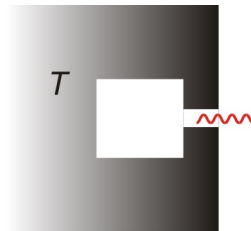
Die blanke Metallfläche emittiert die kleinste Strahlungsleistung. Es sind Verunreinigungen, Oxide etc. die an der Oberfläche haften, in denen die Strahlung entsteht.

In den bemalten Flächen entsteht mehr Strahlung, die aber unterschiedlich gut die oberste Flächenschicht durchdringen kann. Dabei sollte man sich nicht vom Farbeindruck der Fläche täuschen lassen. Es kommt nicht auf den Farbton an, sondern auf die mikroskopische Struktur der Farbschicht.

Wärmestrahlung 5

Schwarzer Körper:

Eine Quelle, die Licht im thermischen Gleichgewicht mit der umgebenden Materie abstrahlt, wird schwarzer Körper genannt, wenn elektromagnetische Strahlung ungehindert durch die Oberfläche in den Körper eindringen und ungehindert aus dem Körper austreten kann



Wärmestrahlung 5

Kommentar 1

Um die Wärmestrahlung unabhängig von den Oberflächeneffekten beschreiben zu können, definiert man eine ideale Wärmestrahlungsquelle.

Diese ideale Wärmestrahlungsquelle wird schwarzer Körper oder schwarzer Strahler genannt.

Beim schwarzen Strahler befindet sich das elektromagnetische Strahlungsfeld im thermischen Gleichgewicht mit der umgebenden Materie.

Wichtig ist, dass die Oberfläche des schwarzen Strahlers so beschaffen ist, dass elektromagnetische Strahlung, die den Körper verlassen möchte bzw. in den Körper eindringen möchte, die Oberfläche ungehindert passieren kann.

Wärmestrahlung 5

Kommentar 2

Der schwarze Strahler enthält also ein ideales thermisches Strahlungsfeld und eine ideale Oberfläche, welche die Strahlung nicht modifiziert.

Die Skizze zeigt, wie ein schwarzer Strahler experimentell realisiert werden kann.

Der schwarze Strahler besteht aus einem Hohlraum in dem sich die elektromagnetische Strahlung im thermischen Gleichgewicht mit den umgebenden Wänden befindet.

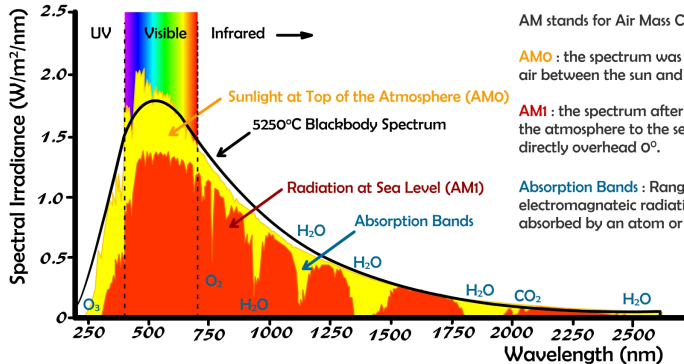
Durch ein kleines Loch kann die Strahlung ungehindert ein- und austreten, ohne dass die Strahlung im Hohlraum nennenswert beeinflusst wird.

Da die einfallende Strahlung vollständig absorbiert wird, kommt es zum Namen „schwarzer Strahler“. Das hat nichts mit der Farbe „schwarz“ zu tun. Z.B. ist die Sonne ist ein ordentlicher schwarzer Strahler, aber keinesfalls schwarz.

Wärmestrahlung 6

Solar Radiation Spectrum

Irradiance is the energy of sunlight



AM stands for Air Mass Coefficient

AM0 : the spectrum was measured with no air between the sun and the receiver.

AM1 : the spectrum after travelling through the atmosphere to the sea level with sun directly overhead 0° .

Absorption Bands : Range of electromagnetic radiation that had been absorbed by an atom or molecule



greensarawak.com

Wärmestrahlung 6

Kommentar

Die Abbildung zeigt das Strahlungsspektrum der Sonne.

Das Maximum der Strahlungsintensität liegt im sichtbaren Bereich des elektromagnetischen Spektrums.

Die schwarze Linie entspricht dem idealen Spektrum eines schwarzen Strahlers.

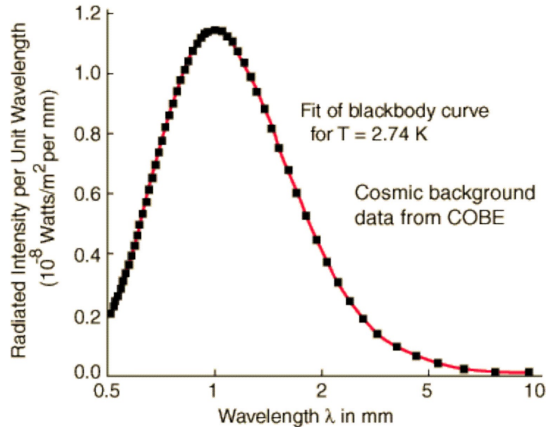
Sie wird für eine Temperatur von 5250°C berechnet.

Das Spektrum wird beeinflusst von der Oberfläche der Sonne, dem kosmischen Raum zwischen der Sonne und der Erde und insbesondere durch die Atmosphäre der Erde.

Das Spektrum zeigt die Absorptionsbanden der Wasser- und Sauerstoffmoleküle.

Wärmestrahlung 7

Juni 1963: Entdeckung der kosmischen Hintergrundstrahlung durch Arno Penzias und Robert Wilson



Wärmestrahlung 7

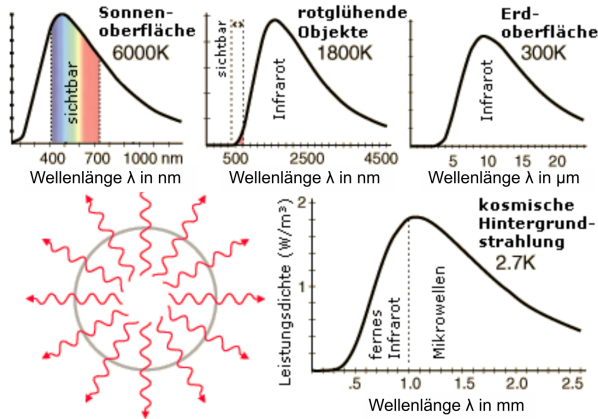
Kommentar

Diese Abbildung zeigt ein Spektrum der kosmischen Hintergrundstrahlung.

Das Spektrum folgt nahezu perfekt dem idealen thermischen Spektrum, dass mit einer Temperatur von 2,74 K berechnet worden ist.

Das Maximum der Strahlung liegt im Wellenlängenbereich von rund 1 mm.

Wärmestrahlung 8



Wiensches Verschiebungsgesetz (1893):

$$\lambda_{\text{max}} = 2,9 \text{ mmK} \frac{1}{T}$$

Wärmestrahlung 8

Kommentar 1

Die Abbildung gibt den Überblick über thermische Spektren in verschiedenen Temperaturbereichen.

Links oben das ideale Spektrum der Sonne, das einer Temperatur von rund 6000 K entspricht.

Dann kommt das Spektrum eines glühenden Körpers bei einer Temperatur von 1800 K.

Ein kleiner Bereich des Spektrums reicht in den langwelligen sichtbaren Bereich hinein.

An das Spektrum des glühenden Körpers schließt sich ein Spektrum an, das bei der Temperatur von 300 K berechnet worden ist, was ungefähr der Temperatur der Erdoberfläche entspricht.

Wärmestrahlung 8

Kommentar 2

Das letzte Spektrum zeigt noch einmal das Spektrum der kosmischen Hintergrundstrahlung.

Die rot umrandete Formel gibt den Zusammenhang zwischen der Wellenlänge im Maximum des thermischen Spektrums und der Temperatur.

Je größer die Temperatur, desto kleiner ist die Wellenlänge des Maximums.

Diese Formel wurde 1893 von Wilhelm Wien aus allgemeinen thermodynamischen Überlegungen abgeleitet und wird das Wiensche Verschiebungsgesetz genannt.

Wärmestrahlung 9

Die gesamte Strahlungsleistung eines thermischen Strahlers gibt das **Stefan-Boltzmann Gesetz** (Josef Stefan (1879) und Ludwig Boltzmann (1884)):

$$P = A\sigma T^4$$

Bis 1894 war das Gesetz experimentell verifiziert und die Stefan-Boltzmann Konstante bestimmt.

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$$

→ Bestimmung der Temperatur der Sonnenoberfläche

Wärmestrahlung 9

Kommentar

1879 schloss Josef Stefan aus der Analyse experimenteller Daten, dass die gesamte Strahlungsleistung eines thermischen Strahlers proportional zur 4-ten Potenz der Temperatur sein muss.

1884 begründete Ludwig Boltzmann das Gesetz aus thermodynamischen Überlegungen und der Maxwell Theorie der elektromagnetischen Strahlung.

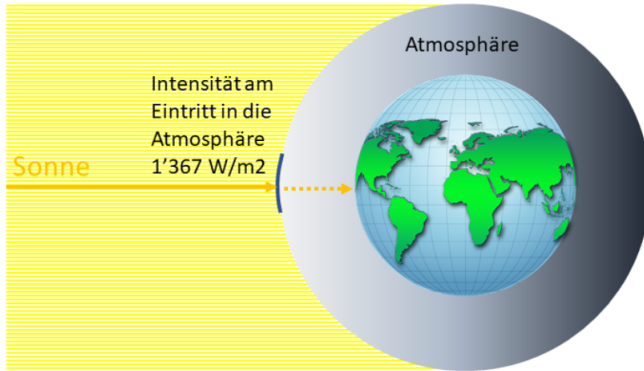
In den folgenden Jahren wurden die Experimente so verfeinert, dass auch der Zahlenwert der Stefan-Boltzmann-Konstante bestimmt werden konnte.

Als eine Anwendung des T^4 -Gesetzes unternahm bereits Josef Stefan Versuche, die Temperatur der Sonnenoberfläche zu bestimmen.

Dazu muss die Intensität der Sonnenstrahlung gemessen werden.

Wärmestrahlung 10

Solarkonstante I_E



- Radius der Sonne:
 $r_S = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$
- Entfernung Erde-Sonne:
 $r_{SE} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Wärmestrahlung 10

Kommentar

Heutzutage kann die „Solarkonstante“, d.h. die Intensität bzw. die Strahlungsleistung der Sonne je m^2 am Rand der Atmosphäre mittels Satelliten gemessen werden.

Von der Intensität am Rand der Atmosphäre kommen rund 75% am Erdboden an, das entspricht 1 kW/m^2 , wenn die Fläche senkrecht zur Sonnenstrahlung ausgerichtet ist.

Mit dem Radius der Sonne und der Entfernung Erde-Sonne kann die Temperatur der Sonnenoberfläche ausgerechnet werden.

Die folgende Seite zeigt als Beispiel die kleine Rechnung.

Wärmestrahlung 11

Gesamte Strahlungsleistung der Sonne

$$P_S = 4\pi r_S^2 \sigma T_S^4$$

Solarkonstante

$$I_E = \frac{P_S}{4\pi r_{SE}^2} = \left(\frac{r_S^2}{r_{SE}^2} \right) \sigma T_S^4 \quad \rightarrow \quad T_S = \left(\frac{I_E r_{SE}^2}{\sigma r_S^2} \right)^{1/4}$$

Temperatur der Sonnenoberfläche

$$T_S = \left(\frac{1367 \text{ Wm}^{-2} (1,5 \cdot 10^{11} \text{ m})^2}{5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} (6,96 \cdot 10^8 \text{ m})^2} \right)^{1/4} = 5785 \text{ K}$$

Maximum des thermischen Spektrums

$$\lambda_{\max} = \frac{2,9 \text{ mmK}}{5785 \text{ K}} = 500 \text{ nm}$$

Revision

Revision

1

1. Schreiben Sie für die Frequenz die Formel für den longitudinalen Doppler-Effekt auf.
2. Schreiben Sie für den Fall $v \ll c$ die Formel für den Doppler-Effekt der Frequenz auf, wenn sich die Quelle mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ unter einem Winkel θ relativ zur Beobachtungsrichtung bewegt.
3. Schreiben Sie die Formel für die Ruheenergie eines Teilchens auf.
4. Schreiben Sie die Formel für die Energie eines relativistischen Teilchens auf, das sich mit der Geschwindigkeit v bewegt.
5. Schreiben Sie die Formel für den Impuls eines relativistischen Teilchens auf.
6. Schreiben Sie den Zusammenhang von Energie und Impuls für ein relativistisches Teilchen auf.
7. Wie lautet das Plancksche Gesetz für die Quantisierung der Energie einer elektromagnetischen Welle?

Revision

2

8. Was ist Schwarzkörperstrahlung und wie ist ein Schwarzerkörper definiert?
9. Wie kommt man auf den Namen Schwarzerkörper bzw. Schwarzkörperstrahlung?
10. Wie lautet das Wiensche Verschiebungsgesetz?
11. Wie lautet das Stefan-Boltzmann Gesetz?

Inhaltsverzeichnis

1. Vorlesung

- Eindimensionale Wellengleichung
- Reflexion und Transmission
- Stehende Wellen
- Dreidimensionale Wellen
- Schallwellen

2. Vorlesung

- Elektromagnetische Wellen
- Kohärenz
- Michelson Interferometer
- Interferenz an dünnen Schichten
- Beugung am Doppelspalt

Inhaltsverzeichnis

3. Vorlesung

- Beugung am Gitter
- Fabry-Perot Interferometer
- Beugung am Einzelspalt
- Bragg'sches Gesetz
- Laue Bedingung
- Michelson Morley Experiment

4. Vorlesung

- Die Einsteinschen Postulate
- Lorentz Transformation
- Zeitdilatation und Längenkontraktion
- Das Experiment von Hall und Rossi
- Zwillingsparadoxon
- „sichtbare Effekte“ der Lorentz Transformation
- Der invariante Abstand
- Relativistische Invarianten