

Evaluation von Vorlesung und Übung

Liebe Studierende, die Links zur Evaluation sind im Zeitraum vom 6.-23. Juni 2023 offen.

- der Link zur Evaluation der Vorlesung ist

<https://onlineumfrage.kit.edu/evasys/online.php?p=PMSFS>

- der Link zur Evaluation der Übung ist

<https://onlineumfrage.kit.edu/evasys/online.php?p=H7UNH>

Viele Grüße,

Bernd Pilawa

Wellen und Quantenphysik

1. Eigenschaften von Wellen

2. Interferenz und Beugung

3. Relativitätstheorie

4. Welle-Teilchen Dualismus

5. Atome

6. Elektronische Eigenschaften von Festkörpern

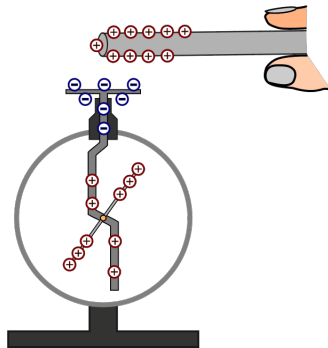
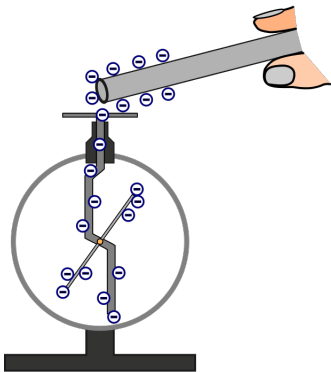
Photoelektrischer Effekt

Welle -Teilchen Dualismus

- Wärmestrahlung
- Plancksches Strahlungsgesetz
- Laser
- Photoelektrischer Effekt
- Compton-Effekt
- Materiewellen
- Unschärferelationen

Photoelektrischer Effekt 1

Elektroskop



Photoelektrischer Effekt 1

Kommentar

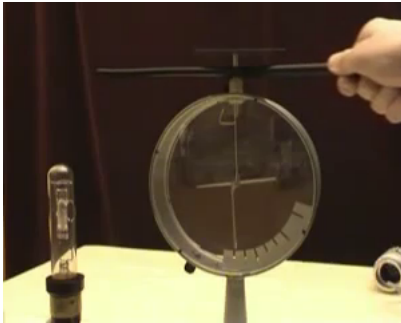
Mit einem Elektroskop kann die Anwesenheit von elektrischen Ladungen sichtbar gemacht werden.

Im linken Bild wird das Elektroskop mit Elektronen beladen.

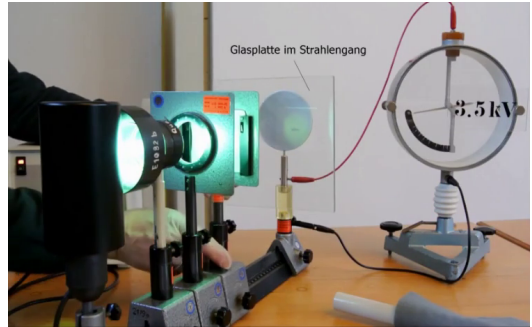
Im rechten Bild werden dem Elektroskop Elektronen entzogen.

Das Elektroskop schlägt bereits aus, wenn sich der positiv geladene Stab nähert und die Elektronen noch nicht auf den Stab übergegangen sind.

Photoelektrischer Effekt 2



(photoelectriceffect.mp4)



(PhotoeffektFreiburg.mp4)

Photoelektrischer Effekt 2

Kommentar 1

Im ersten Video wird das Elektroskop mit Elektronen geladen.

Anschließend wird die Elektrode des Elektroskops mit einer Lampe beleuchtet und die Ladung auf dem Elektroskop verschwindet.

Würde das Experiment mit einem positiv geladenem Elektroskop durchgeführt werden, dann änderte die Beleuchtung an der Ladung nichts.

Im 2. Video wird das Elektroskop ebenfalls mit Elektronen geladen.

Nun wird zwischen die Elektrode und die Lampe eine Glasplatte gehalten und das Elektroskop entlädt sich nicht, obwohl die Lampe scheinbar mit unverminderter Intensität die Elektrode beleuchtet.

Photoelektrischer Effekt 2

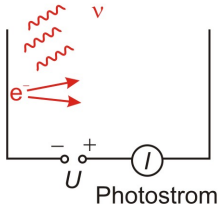
Kommentar 2

Erst wenn die Glasplatte aus dem Lichtweg genommen wird, geht die Ladung auf dem Elektroskop zurück.

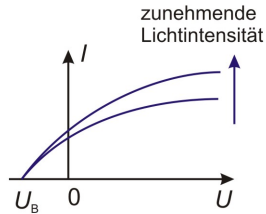
Diese Experimente zeigen erstens, dass Elektronen durch Photonen aus dem Metall hinausbefördert werden können und zweitens, dass die Intensität der Lichtquelle nicht der entscheidende Faktor ist.

Photoelektrischer Effekt 3

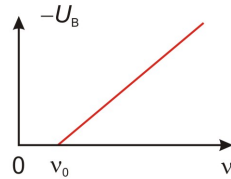
a)



b)



c)



$$E_{kin} = |eU_B|$$

Photoelektrischer Effekt 3

Kommentar 1

In einem genaueren Experiment wird die Elektrode nicht mit weißem Licht beleuchtet, sondern mit einer quasi monochromatischen Lichtwelle.

Zur Messung der kinetische Energie der freigesetzten Elektronen wird gegenüber der Photoelektrode eine zweite Elektrode aufgestellt, an die eine Spannung angelegt wird.

Die eintreffenden Elektronen führen zu einem Photostrom, der gemessen wird.

Liegt an der Gegenelektrode eine positive Spannung an, dann steigt der Photostrom mit wachsender positiver Spannung bis zu einem Sättigungswert.

Der maximale Photostrom hängt von der Intensität der monochromatischen Lichtwelle ab.

Photoelektrischer Effekt 3

Kommentar 2

Die an der Photoelektrode freigesetzten Elektronen erreichen aufgrund ihrer kinetischen Energie die Gegenelektrode, auch wenn keine Spannung angelegt ist.

Wird an die Gegenelektrode eine negative Spannung angelegt, dann reduziert sich der Photostrom, bis er bei der sogenannten Bremsspannung ganz verschwindet.

Dadurch kann die kinetische Energie der freigesetzten Elektronen bestimmt werden.

Sie ist durch die rot umrandete Formel gegeben. In der Formel bezeichnet e die Elementarladung von $1,6 \cdot 10^{-19}$ As.

Die Bremsspannung ist unabhängig von der Intensität der Strahlung.

Wird die Frequenz der monochromatischen Lichtwelle variiert, dann ändert sich die Bremsspannung proportional zur Frequenz.

Photoelektrischer Effekt 4

Einstein: Die kinetische Energie der Photoelektronen ist

$$E_{kin} = h\nu - W_A$$

Dabei bezeichnet W_A die Austrittsarbeit, d.h. die Bindungsenergie der Elektronen.
Photoelektronen gibt es nur, wenn gilt

$$\underline{h\nu > W_A}$$

Grenzwellenlänge

$$h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_G} = W_A \rightarrow \lambda_G = \frac{hc}{W_A}$$

Photoelektrischer Effekt 4

Kommentar 1

Die kinetische Energie der Elektronen ist umso größer, je größer die Frequenz der Photonen ist.

Die Bedeutung dieser experimentellen Ergebnisse erfasste Einstein. Er stellt fest, dass Licht ein Strom aus „in Raumpunkten lokalisierten Energiequanten ist, welche sich bewegen, ohne sich zu teilen, und nur als Ganze absorbiert und erzeugt werden können“.

Die Energie der in Raumpunkten lokalisierten Energiequanten ist wie bei der Wärmestrahlung $E = h\nu$.

Die in Raumpunkten lokalisierten Energiequanten werden seit den Arbeiten von Arthur Compton (1922) „Photonen“ genannt.

Photoelektrischer Effekt 4

Kommentar 2

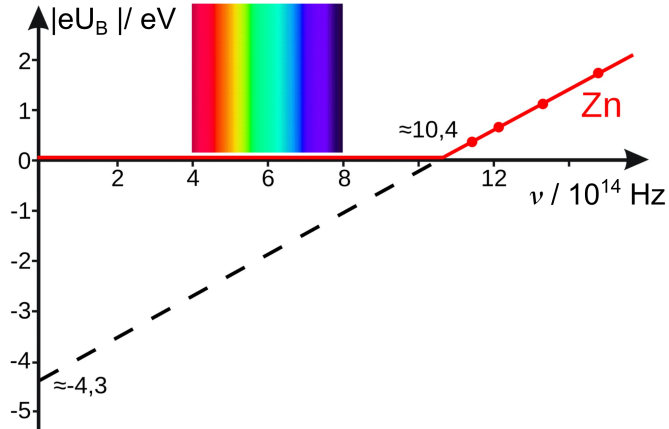
Die Elektronen übernehmen die Energie der Photonen, und verlassen den Festkörper, mit einer kinetischen Energie, die um eine Austrittsarbeit W_A reduziert ist.

Die rot umrandete Formel fasst die Einsteinsche Theorie zum Photoeffekt zusammen.

Da die Energie der Photonen größer als die Austrittsarbeit der Elektronen sein muss, gibt es eine untere Grenze für die Frequenz der Photonen bzw. eine größte Wellenlänge bis zu der Photonen Elektronen aus einem Material freisetzen können.

Die untere rot umrandete Formel gibt die Grenzwellenlänge an.

Photoelektrischer Effekt 5



Photoelektrischer Effekt 5

Kommentar

Die Abbildung zeigt die kinetische Energie der Photoelektronen für Zink.

Die Photoeffekt startet bei einer Energie der Photonen von 4,3 eV bzw. bei einer Frequenz von rund $10,4 \cdot 10^{14}$ Hz.

Das entspricht einer Grenzwellenlänge von 286 nm und die Photoelektronen können bei Zink nur mit UV-Licht freigesetzt werden.

Die Elektrode im zweiten Video bestand aus Zink.

Das sichtbare Licht kann die Glasplatte unvermindert durchdringen. Die Energie dieser Photonen ist jedoch zu klein, um die Austrittsarbeit der Elektronen aufzubringen. Das UV-Licht der Lampe wird von der Glasplatte absorbiert und kann deshalb keine Photoelektronen aus der Zinkelektrode freisetzen

Photoelektrischer Effekt 6

	W_A	$\lambda_G = \frac{hc}{W_A}$
Cu	4,3 eV	289 nm
Ag	4,05 eV	307 nm
Al	4,0 eV	310 nm
Au	4,8 eV	259 nm
Pt	5,32 eV	233 nm
Zn	4,34 eV	286 nm
Ba	1,8 eV	690 nm

Austrittsarbeit W_A und Grenzwellenlänge λ_G

Photoelektrischer Effekt 6

Kommentar

Die Tabelle stellt die Austrittsarbeit und Grenzwellenlänge für einige Metalle zusammen.

Die Grenzwellenlänge liegt bei den meisten Metallen im UV-Bereich.

Arthur Compton hat 1922 gezeigt, dass das Photon nicht nur eine Energie, sondern auch einen Impuls hat.

Wenn außer der Energie auch der Impuls der Photoelektronen gemessen wird, kann nicht nur die Austrittsarbeit der Elektronen, sondern mit dem Impulssatz auch der Impuls des Elektrons vor der Wechselwirkung mit dem Photon bestimmt werden.

Die Photoelektronenspektroskopie gibt deshalb wichtige Information zu den Elektronen in einem Festkörper.

Compton-Effekt

Welle -Teilchen Dualismus

- Wärmestrahlung
- Plancksches Strahlungsgesetz
- Laser
- Photoelektrischer Effekt
- Compton-Effekt
- Materiewellen
- Unschärferelationen

Compton-Effekt 1

Albert Einstein (1905)

elektromagnetische Wellen bestehen aus in Raumpunkten lokalisierten Energiequanten: $E = h\nu = \hbar\omega$

Arthur Holly Compton (1922)

die Energiequanten tragen einen Impuls: $p = \frac{h}{\lambda}$ bzw. $\vec{p} = \hbar\vec{k}$

$$\underline{E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = cp}$$

Compton Effekt 1

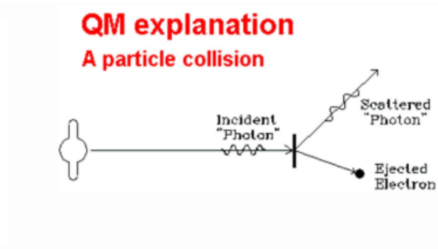
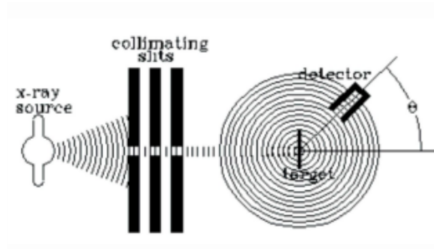
Kommentar

Der erste experimentelle Nachweis, dass die Einsteinschen Energiequanten einen Impuls haben und wie Teilchen mit Elektronen stoßen können, wurde 1922 von Arthur Compton erbracht. Für diese Entdeckung wurde er 1927 mit dem Nobelpreis ausgezeichnet.

Der Zusammenhang zwischen Energie und Impuls entspricht der Formel, welche sich in der speziellen Relativitätstheorie für ein Teilchen ohne Ruhemasse ergibt.

Compton Effekt 2

Der Compton-Effekt bezeichnet die Streuung von hochenergetischen Photonen an quasi ruhenden Elektronen



Compton Effekt 2

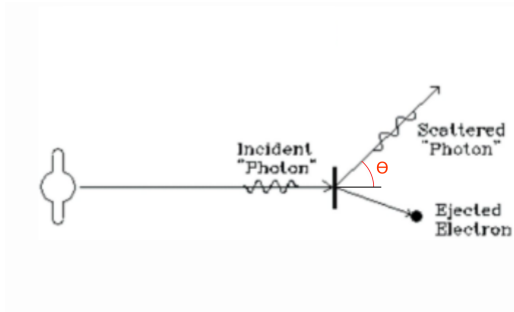
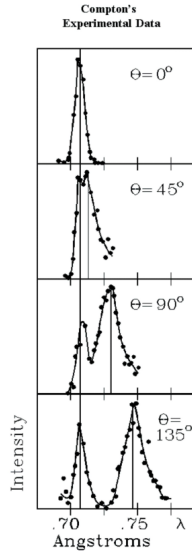
Kommentar

Die Abbildung skizziert den Aufbau des Experiments.

Ein Kristall wird mit einer ebenen Röntgenwelle beleuchtet und die gestreute Strahlung mit einem Detektor unter einem Winkel zur Einfallsachse gemessen.

Mit dem Detektor kann die Intensität und auch die Wellenlänge, d.h. die Energie der gestreuten Röntgenstrahlen gemessen werden.

Compton Effekt 3



Compton Effekt 3

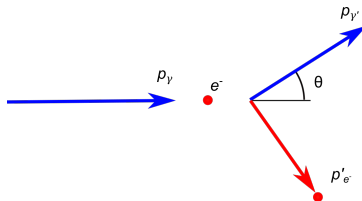
Kommentar

Dabei zeigt es sich, dass es in der gestreuten Röntgenstrahlung eine elastische Komponente gibt, welche die Energie des einfallenden Röntgenstrahls hat.

Zudem gibt es eine Komponente, die bei der Streuung Energie verliert.

Diese gestreute Röntgenstrahlung hat eine größere Wellenlänge.

Compton-Effekt 4



Energiesatz:

$$E_\gamma + m_0 c^2 = E_{\gamma'} + E_e$$

Impulssatz:

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}_{\gamma'} + \vec{p}_e$$

Mit Einstein: $E_e^2 - c^2 \vec{p}_e^2 = m_0^2 c^4$ kann die Energie und der Impuls der Elektrons eliminiert werden

Compton Effekt 4

Kommentar 1

Compton konnte zeigen, dass die inelastische Komponente auf den Stoß eines Photons mit einem quasi ruhenden Elektron zurückgeführt werden kann.

„Quasi ruhend“ soll ausdrücken, dass die kinetische Energie des Elektrons im Vergleich zur Energie des Photons vernachlässigt werden kann.

Die kinetische Energie des Elektrons vor dem Stoß wird deshalb im folgenden ganz unterschlagen und auf Null gesetzt.

Der Energiesatz besagt, dass die Summe aus der Energie des Photons und der Ruheenergie des Elektrons vor dem Stoß gleich sein muss zur Summe aus der Energie des Photons und der Gesamtenergie des Elektrons nach dem Stoß.

Compton Effekt 4

Kommentar 2

Der Impulssatz besagt, dass der Impuls des einfallenden Photons gleich sein muss zur Summe aus dem Impuls des Photons und dem des Elektrons nach dem Stoß.

Mit dem relativistischen Zusammenhang zwischen der Energie und dem Impuls des Elektrons können die Energie und der Impuls des Elektrons aus den Formeln für den Energie- und Impulssatz eliminiert werden.

Compton-Effekt 5

$$\frac{1}{E_{\gamma'}} - \frac{1}{E_{\gamma}} = \frac{1}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)$$

Mit $E_{\gamma} = h\nu = hc/\lambda$

$$\frac{\lambda'}{hc} - \frac{\lambda}{hc} = \frac{1}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)$$

Compton-Formel

$$\lambda' - \lambda = \lambda_C (1 - \cos \theta)$$

Compton-Wellenlänge

$$\lambda_C = \frac{h}{m_0 c} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Compton Effekt 5

Kommentar 1

Eine kleine Rechnung ergibt die erste rot umrandete Formel für den Zusammenhang zwischen der Energie des einfallenden und des inelastisch gestreuten Photons.

Wird das Plancksche Gesetz $E = h\nu$ angewendet, dann ergibt sich die einprägsame Compton-Formel.

In der Vorwärtsrichtung stimmt die Wellenlänge des gestreuten Photons mit der Wellenlänge des einfallenden Photons überein.

Weicht die Beobachtungsrichtung von der Einfallsrichtung ab, dann wächst die Wellenlänge des inelastisch gestreuten Photons an und erreicht den größten Wert für den Fall der Rückwärtsstreuung.

Compton Effekt 5

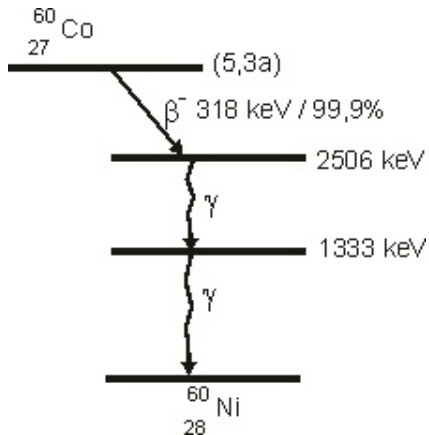
Kommentar 2

Die Stärke des Effekts wird durch die Compton-Wellenlänge bestimmt.

Der Wert der Comptonwellenlänge liegt mit rund 10^{-12} m um fünf Größenordnungen unter der Wellenlänge von sichtbarem Licht.

Compton Effekt 6: Beispiel

Radioaktiver Zerfall von ^{60}Co



Compton Effekt 6

Kommentar

Beobachtet werden kann der Compton-Effekt beim Gamma-Zerfall radioaktiver Atomkerne.

Die Abbildung zeigt den Zerfall von Cobalt zu Nickel.

Der Cobalt-Kern stößt in einem β -Zerfall ein Elektron aus und erhöht damit seine Kernladung um eine Elementarladung.

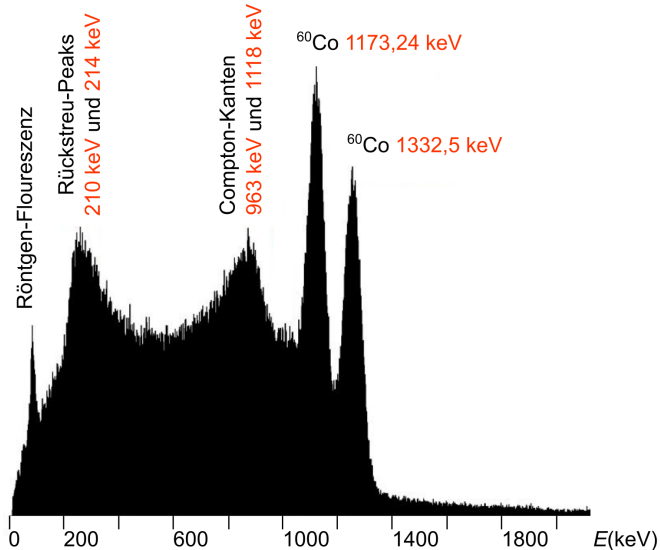
Cobalt verwandelt sich in Nickel.

Allerdings befindet sich der Nickel-Kern in einem angeregten Zustand und geht durch zwei aufeinanderfolgende Gamma-Zerfälle in den Grundzustand über.

Das erste Gamma-Teilchen hat eine Energie von 1173 keV.

Das zweite Gamma-Teilchen hat eine Energie von 1333 keV.

Compton Effekt 7: Beispiel



Compton Effekt 7

Kommentar

Die Abbildung zeigt das Spektrum der Gamma-Strahlung beim Zerfall von Cobalt.

Da die Nickel-Kerne die Gamma-Teilchen in alle Richtungen aussenden können, ergibt sich, wenn das Gamma-Spektrum gemessen wird, eine Verteilung über alle Winkel θ in der Compton-Formel.

Deutlich sind im Spektrum die beiden Peaks der elastischen Streuung zu sehen.

Sodann gibt es ein breites Spektrum, dass sich zu kleineren Energien bis zu den sogenannten Rückstreu-Peaks erstreckt.

Diese liegen knapp oberhalb von 200 keV.

Compton-Effekt 8

$$\frac{1}{E_{\gamma'}} - \frac{1}{E_{\gamma}} = \frac{1}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)$$

Rückwärtsstreuung $\theta = 180^\circ$

$$\frac{1}{E_{\gamma'}} - \frac{1}{E_{\gamma}} = \frac{2}{m_0 c^2}$$

Für $E_{\gamma} \gg m_0 c^2$ $E_{\gamma'} \approx \frac{m_0 c^2}{2} = 250 \text{ keV}$

Compton Effekt 8

Kommentar 1

Die Energie der Rücksteu-Peaks kann man mit der rot umrandeten Compton-Formel für die Energie verstehen.

Im Fall der Rückwärtsstreuung entspricht die rechte Seite der Formel dem Kehrwert der halben Ruheenergie des Elektrons, d.h. dem Kehrwert aus rund 250 keV.

Hat das einfallende Photon eine sehr hohe Energie, dann kann sein Beitrag in der Compton-Formel vernachlässigt werden und die Energie des gestreuten Photons strebt gegen die halbe Ruheenergie der Elektrons.

Kann die Energie der einfallenden Photons nicht vernachlässigt werden, dann addiert sich zum Kehrwert der halben Ruheenergie der Kehrwert der Energie des einfallenden Photons und die Energie des gestreuten Photons fällt etwas kleiner aus.

Compton Effekt 9

Kommentar 2

Mit der Energie der beiden Photonen beim Zerfall des Cobalt-Kerns ergeben sich für die Rückstreu-Peaks die Werte 210 und 214 keV.

Ein weiteres markantes Merkmal im Compton-Spektrum ist die Compton-Kante.

Der Grund für diesen Peak liegt in der hohen kinetischen Energie der Elektronen, die bei der Rückstreuung der Photonen entstehen.

Diese Elektronen werden auf dem Weg durch das Material der Probe stark abgebremst und emittieren Photonen bzw. elektromagnetische Strahlung, wie es gemäß der Maxwellschen Elektrodynamik erwartet werden kann.

Im Extremfall strahlt ein Elektron seine gesamte kinetische Energie, die es beim Stoß mit dem Gamma-Teilchen erhalten hat, mit einem einzigen Photon ab.

Compton Effekt 9

Kommentar 3

Diese Photonen, die nahezu die gesamte kinetische Energie der Elektronen aufnehmen, welche bei der Rückwärtsstreuung entstanden sind, bilden die Compton-Kante.

Die Energie ergibt sich aus der Energie des ursprünglichen Photons abzüglich der Energie des rückgestreuten Photons.

Markant ist im Spektrum die Compton-Kante bei 963 keV welche aus der Gammastrahlung bei 1173 keV resultiert.

Die Compton-Kante, welche dem zweiten Übergang bei 1332,2 keV entspricht, ist in der Flanke zu den elastischen Peaks des Spektrums verborgen.

Materiewellen

Welle -Teilchen Dualismus

- Wärmestrahlung
- Plancksches Strahlungsgesetz
- Laser
- Photoelektrischer Effekt
- Compton-Effekt
- **Materiewellen**
- Unschärferelationen

Materiewellen 1

Max Planck (1900), Albert Einstein (1905), Arthur Compton (1922): Elektromagnetische Wellen werden von Photonen gebildet.

Energie und Frequenz

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

Impuls und Wellenzahlvektor

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{bzw.} \quad \vec{p} = \hbar\vec{k}$$

de Broglie (1924): Der Welle-Teilchen-Dualismus ist allgemein und keine Besonderheit elektromagnetischer Wellen

Materiewellen 1

Kommentar

Mit den Arbeiten von Arthur Compton 1922 war klar, dass elektromagnetische Wellen von Teilchen - den Photonen - gebildet werden.

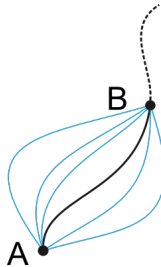
1924 postuliert Louis de Broglie, dass der Welle-Teilchen-Dualismus kein Sonderfall der elektromagnetischen Wellen ist.

Die Richtigkeit seiner Überlegungen zeigt sich in den folgenden Jahren sehr schnell, so dass er bereits 1929 mit dem Nobelpreis „für die Entdeckung der Wellennatur der Elektronen“ ausgezeichnet worden ist.

Materiewellen 2

Pierre de Fermat (1660)

Licht nimmt zwischen zwei Punkten den Weg kürzester Laufzeit



Materiewellen 2

Kommentar 1

Für seine Theorie muss Louis de Broglie bis zur Pierre de Fermat zurück gehen.

Im Jahr 1660 zeigte Pierre de Fermat, dass Licht zwischen zwei Punkten den Weg einschlägt, für den die Laufzeit des Lichtstrahls am kürzesten ist.

In der Abbildung zeigt die schwarze Linie, die tatsächliche Bahn eines Lichtstrahls.

Die blauen Linien deuten alternative Bahnen an, für welche die Laufzeit des Lichts länger wäre und die deshalb von einem Lichtstrahl nicht durchlaufen werden.

Fermat war der erste, der eine Theorie der Lichtausbreitung formulierte.

Materiewellen 2

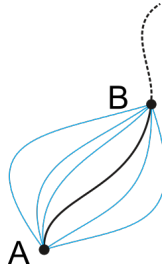
Kommentar 2

Neben der Newtonschen Korpuskeltheorie (1675) und der Huygenschen Wellentheorie (1690) gab es mit der Theorie von Fermat eine weitere Beschreibung für die Ausbreitung von Lichtstrahlen, die unabhängig davon war, ob es sich bei Licht um einen Teilchenstrom oder ein Wellenphänomen handelt.

Fermat war der erste, der ein Extremalprinzip benutzte, um ein Gesetz der Physik zu finden.

Materiewellen 3

Lagrange 1788: Die Newtonsche Mechanik folgt ebenfalls aus einem Extremalprinzip



Bei der Bewegung einer Masse zwischen zwei Punkten wird die Wirkung S extremal.

Materiewellen 3

Kommentar

1788 zeigte Lagrange, dass sich die Bewegungsgleichungen der Newtonschen Mechanik ebenfalls aus einem Extremalprinzip durch die Variation der Bahnkurve ableiten lassen.

Die schwarze Linie in der Skizze deutet nun die Bahn an, die von einem Teilchen durchlaufen wird.

Die blauen Linien deuten Bahnen an, die nicht durchlaufen werden.

Extremal wird im Fall der Mechanik nicht die Laufzeit des Teilchens, sondern eine abstrakte Größe, die mit der Energie des Teilchens zusammen hängt und Wirkung genannt wird.

Materiewellen 4

Carl Gustav Jacob Jacobi, eigentlich Jacques Simon Jacobi 1834: Ausgehend vom Fermatschen und dem Lagrangeschen Extremalprinzip kann Jacobi zeigen, dass die klassische Mechanik und die Theorie der Lichtstrahlen (geometrische Optik) mathematisch identische Theorien sind.

de Broglie 1924:

geometrische Optik: Grenzfall der Wellenoptik!

klassische Mechanik: Grenzfall einer Wellenmechanik?

Materiewellen 4

Kommentar

1834 gelang es Carl G. J. Jacobi das Extremalprinzip von Fermat für Licht und das Extremalprinzip von Lagrange für die Mechanik zusammenzuführen.

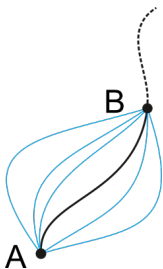
Er konnte zeigen, dass die Theorie der Lichtstrahlen, d.h. die geometrische Optik, und die Theorie der klassischen Mechanik in mathematischer Hinsicht identisch sind.

Der Erfolg der Newtonschen Teilchentheorie bei der Beschreibung von Lichtstrahlen, war somit theoretisch begründet.

1924 hatte Louis de Broglie die entscheidenden Idee: So wie die geometrische Optik der Grenzfall der Wellenoptik ist, kann die klassische Mechanik der Grenzfall einer Wellenmechanik sein.

Formen z.B. die Elektronen der Atome Wellen, dann lassen sich die quantisierten Energieniveaus der Atome zwanglos auf stehende Elektronenwellen zurückführen.

Materiewellen 5



Differential der Wirkung

$$dS = \vec{p}d\vec{r} - Hdt$$

Hamiltonfunktion H entspricht der Energie: $E = E_{kin} + E_{pot}$

aber: Die Geschwindigkeit muss durch den Impuls ausgedrückt werden, d.h. $\vec{v} = \vec{p}/m$

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + E_{pot}$$

Materiewellen 5

Kommentar 1

Die Theorie von de Broglie beginnt mit der Wirkung, welche für die klassische Mechanik von entscheidender Bedeutung ist.

Durchläuft ein Teilchen eine Bahn zwischen den Punkten A und B, dann hat die Wirkung einen bestimmten externalen Wert.

Wird der Endpunkt der Bahn etwas verschoben und zudem die Zeit, welche das Teilchen benötigt etwas verändert, dann zeigen die Gesetze der Mechanik, dass sich die Wirkung gemäß der rot umrandeten Formel ändert.

Die Änderung der Wirkung ergibt sich aus dem Produkt von Ortsverschiebung $d\vec{r}$ und Impuls $\vec{p}$ abzüglich der Zeitverschiebung dt multipliziert mit der Hamiltonfunktion H .

Materiewellen 5

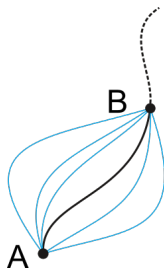
Kommentar 2

Die Hamiltonfunktion entspricht der Energie des Teilchens, z.B der Summe aus kinetischer und potentieller Energie.

Das Besondere an der Hamiltonfunktion ist, dass die Geschwindigkeit immer durch den Impuls ausgedrückt werden muss.

So ergibt sich die rot umrandete Formel für die Hamiltonfunktion eines Teilchens mit kinetischer und potentieller Energie.

Materiewellen 6



Laufzeit von Licht für eine Strecke ℓ

$$dt = \frac{d\ell}{c}$$

und mit $c = \omega/k$

$$dt = \frac{1}{\omega} k d\ell$$

bzw.

$$dt \propto \vec{k} d\vec{r}$$

Materiewellen 6

Kommentar 1

Ändert man nun den Endpunkt für einen Lichtstrahl um eine Strecke $d\ell$, dann ergibt sich die zusätzliche Zeit, die der Lichtstrahl benötigt, wenn das Wegstück $d\ell$ durch die Lichtgeschwindigkeit geteilt wird.

Die Lichtgeschwindigkeit wiederum ergibt sich aus dem Quotienten von Kreisfrequenz und Wellenzahl.

Da die Frequenz sich bei der Ausbreitung eines Lichtstrahls nicht ändert, ist die zusätzliche Laufzeit proportional zur Wellenzahl multipliziert mit dem Wegstück $d\ell$.

In der rot umrandeten Formel wird diese Beziehung vektoriell aufgeschrieben.

Materiewellen 6

Kommentar 2

de Broglie sieht nun den folgenden Zusammenhang:

Entlang der Bahnkurve eines Teilchen wird das Wegintegral über den Impuls extremal.

Entlang der Bahnkurve eines Lichtstrahls wird das Wegintegral über den Wellenzahlvektor extremal.

Das Produkt von Wellenzahlvektor und Ortsvektor ist aber auch ein Bestandteil der Phase einer Welle.

Materiewellen 7

Differential der Phase einer ebenen Welle

$$d\varphi = \vec{k}d\vec{r} - \omega dt$$

Differential der Wirkung

$$dS = \vec{p}d\vec{r} - Hdt$$

Ist die Energie erhalten, dann gilt $H = E = \hbar\omega$

de Broglie:

Die Phase einer Materiewelle ist proportional zur Wirkung, d.h. $\varphi = S/\hbar$

Materiewellen 7

Kommentar

de Broglie vergleicht nun das Differential der Phase mit dem Differential der Wirkung und postuliert:

Die Wirkung ist proportional zur Phase einer Materiewelle.

Materiewellen 8

Mit $H = E = \hbar\omega$ zeigt der Vergleich von $d\phi$ und dS

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

de Broglie Materiewellenlänge

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Erster Test von Davisson und Germer 1927: Beugung von Elektronenwellen an einem Nickelkristall.

Wellenmechanik 8

Kommentar

Den Proportionalitätsfaktor findet de Broglie, in dem er die Hamiltonfunktion mit der Energie gleichsetzt und das Plancksche Gesetz anwendet.

Die Phase einer Materiewelle ergibt sich, wenn die Wirkung durch $\hbar$ geteilt wird.

Damit ergibt sich auch der Zusammenhang zwischen dem Impuls eines Teilchens und dem Wellenzahlvektor der Welle.

Mit den Beträgen von Impuls und Wellenzahlvektor ergibt sich schließlich die berühmte Materiewellenlänge von de Broglie.

Um diese Beziehung zu testen, müssen Interferenz bzw. Beugungsexperiment mit Teilchen durchgeführt werden. Das erste Beugungsexperiment mit Elektronen wurde von Davisson und Germer 1927 an einem Nickeleinkristall durchgeführt.

Materiewellen 9: Davisson Germer Experiment

Impuls der Elektronen:

Die Elektronen werden mit der Spannung U beschleunigt und die kinetische Energie ist

$$\underline{E_{kin} = eU}$$

Die gesamte Energie eines Elektrons ist

$$\underline{E = m_0 c^2 + E_{kin}}$$

Mit $E^2 - c^2 p^2 = m_0^2 c^4$ und $E^2 = m_0^2 c^4 + 2m_0 c^2 E_{kin} + E_{kin}^2$ ist der Impuls

$$\boxed{c^2 p^2 = 2m_0 c^2 E_{kin} + E_{kin}^2}$$

Näherung $E_{kin} \ll m_0 c^2$

$$\boxed{p = \sqrt{2m_0 E_{kin}}} \quad \text{d.h.} \quad E_{kin} = \frac{p^2}{2m_0} = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

Materiewellen 9

Kommentar 1

Die Beugung von Elektronenwellen soll nun genauer betrachtet werden.

Mit einer Spannung werden Elektronen beschleunigt.

Wird die Spannung mit der Elementarladung multipliziert, dann ergibt sich die kinetische Energie der Elektronen.

Die gesamte Energie eines Elektrons ergibt sich, wenn zur kinetischen Energie die Ruheenergie hinzu addiert wird.

Der Impuls kann mit der relativistischen Energie Impulsbeziehung berechnet werden und es ergibt sich die rot umrandete Formel.

Materiewellen 9

Kommentar 2

Die Ruheenergie für ein Elektron beträgt rund 500 keV.

Übersteigt die Beschleunigungsspannung deutlich einen Wert von 500 kV, dann kann die Ruheenergie vernachlässigt werden und der Impuls eines Elektrons ist wie beim Photon proportional zur Energie.

Ist die Beschleunigungsspannung sehr viel kleiner als 500 kV, dann ergibt sich die zweite rot umrandete Formel für den Impuls des Elektrons.

Wird für die kinetische Energie die klassische Formel $\frac{1}{2}mv^2$ eingesetzt, dann ergibt sich für den Impuls die bekannte Formel $p = m \cdot v$.

Materiewellen 10: Davisson Germer Experiment

de Broglie Wellenlänge für Elektronen ($m_0 c^2 = 500 \text{ keV}$)

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 eU}} = \frac{hc}{\sqrt{2m_0 c^2 eU}} \\ &= \frac{4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{\sqrt{2 \cdot 500 \cdot 10^3 \text{ eV} \cdot eU}} \\ &= 12,42 \cdot 10^{-10} \frac{\sqrt{V} \text{ m}}{\sqrt{U}}\end{aligned}$$

Vergleich mit Röntgen-Strahlen: der K_α -Linie von Molybdän: $\lambda = 0,71 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
entspricht für Elektronen eine Beschleunigungsspannung von $U = 305 \text{ V}$

Materiewellen 10

Kommentar

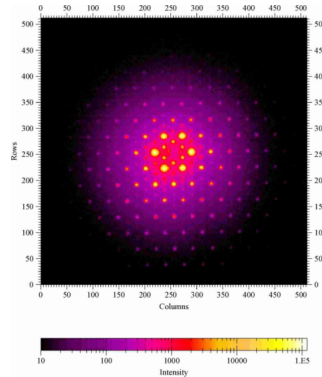
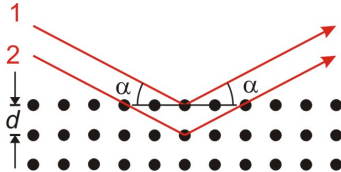
Verwendet man diese Formel für den Impuls und setzt die Werte für ein Elektron ein, dann findet man mit der blauen Formel den Zahlenwert der Materiewellenlänge.

Nimmt man zum Vergleich für eine typische Wellenlänge von Röntgenstrahlen die K_{α} -Linie von Molybdän von $\lambda = 0,7 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, dann müssen für diese Wellenlänge Elektronen mit einer Spannung von rund 300 Volt beschleunigt werden.

Materiewellen 11: Davisson Germer Experiment

Bragg-Formel

$$n\lambda = 2d \sin \alpha_n$$



Materiewellen 11

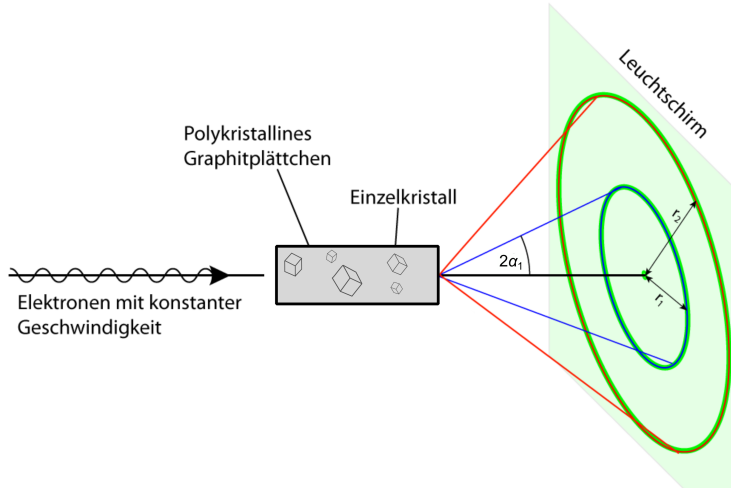
Kommentar

Werden Röntgenstrahlen an einem Kristallgitter gebeugt, dann ergeben sich in bestimmten Richtungen Maxima der Intensität, die z.B. mit der Braggschen Formel berechnet werden können.

Ein ähnliches Bild ergibt sich, wenn statt eines Röntgenstrahls ein Elektronenstrahl verwendet wird.

Materiewellen 12: Davisson Germer Experiment

Streuung an polykristallinen Proben



Materiewellen 12

Kommentar

Im folgenden Video wird ein Elektronenstrahl an einer Graphitprobe gebeugt.

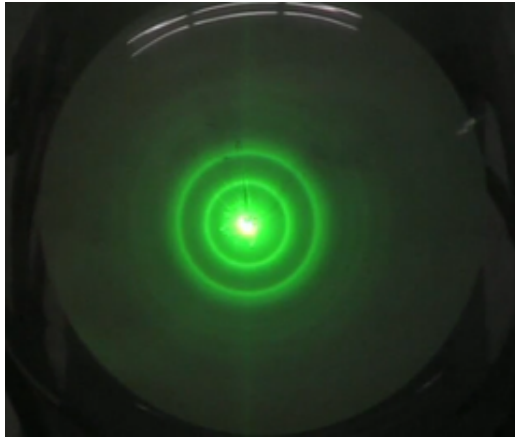
Die Probe besteht aus vielen kleinen Einkristallen, die zu einer größeren Probe gepresst worden sind.

Der Elektronenstrahl wird nicht an einem einzigen Einkristall gebeugt, sondern an vielen Einkristallen die willkürlich zum Elektronenstrahl orientiert sind.

Das hat zur Folge, dass die Maxima der gebeugten Intensität sich zu Ringen um die Einfallsachse des Elektronenstrahls vereinigen.

Die Abbildung zeigt, dass aus dem Radius der Ringe weiterhin der Ablenkwinkel bestimmt werden kann.

Materiewellen 13: Davisson Germer Experiment



(elektronenbeugung.mp4)

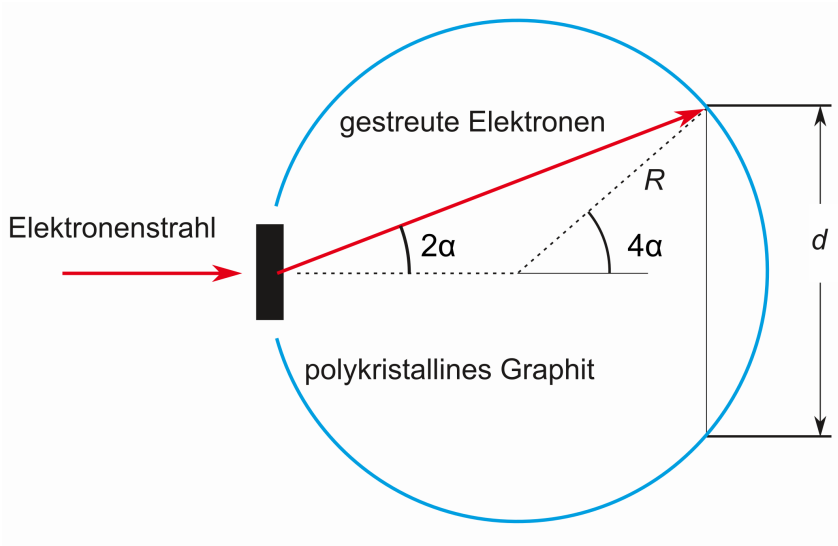
Materiewellen 12

Kommentar

Wird die Spannung reduziert, dann verkleinert sich der Impuls der Elektronen und die Wellenlänge des Elektronenstrahls vergrößert sich.

Mit der Bragg-Formel erkennt man, dass sich dadurch der Beugungswinkel vergrößert und der Durchmesser der Ringe mit abnehmender Spannung zunimmt.

Materiewellen 14: Davisson Germer Experiment



Materiewellen 14

Kommentar

Das Experiment im Video besteht aus einer Elektronenröhre, die in einer Glaskugel endet.

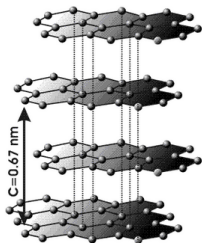
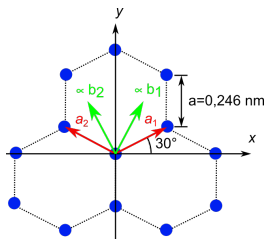
In der Röhre befinden sich die Elektroden, welche die Elektronen beschleunigen und den Elektronenstrahl formen.

Am Eingang zur Kugel befindet sich die polykristalline Graphitprobe.

Die gebeugten Elektronen treffen auf eine Beschichtung, welche durch die eintreffenden Elektronen zum Leuchten gebracht wird.

Die Skizze zeigt den schematischen Aufbau und deutet an, wie aus dem Durchmesser der leuchtenden Ringe der Beugungswinkel des Elektronenstrahls bestimmt werden kann.

Materiewellen 15: Davisson Germer Experiment



$$\vec{a}_1 = a \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{x} + \frac{1}{2} \vec{y} \right)$$

$$\vec{a}_2 = a \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{x} + \frac{1}{2} \vec{y} \right)$$

$$\vec{a}_3 = c \vec{z}$$

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \vec{x} + \vec{y} \right)$$

$$\vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \vec{x} + \vec{y} \right)$$

$$\vec{b}_3 = \vec{z} = \frac{2\pi}{c} \vec{z}$$

Materiewellen 15

Kommentar 1

Zur Deutung des Experiments muss man einen Blick auf die Kristallstruktur von Graphit werfen.

Die Kohlenstoffatome bilden honigwabenförmige Ebenen, die gestapelt sind.

Die Kantenlänge der Sechsecke beträgt 0,246 nm und die Stapellänge 0,67 nm.

Mit den Basisvektoren für das Kristallgitter (rot), die in das linke Bild eingezeichnet sind und dem zusätzlichen Vektor in Richtung der z-Achse ergibt sich die primitive Elementarzelle des Kristallgitters.

Materiewellen 15

Kommentar 2

Die Komponenten von Vektor $\vec{a}_1$ sind in x -Richtung $a \cdot \cos 30^\circ$ und in y -Richtung $a \cdot \sin 30^\circ$.

Die Komponenten von Vektor $\vec{a}_2$ sind in x -Richtung $-a \cdot \cos 30^\circ$ und in y -Richtung $a \cdot \sin 30^\circ$.

Aus den Basisvektoren $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$ der primitiven Elementarzelle können mit dem von Max von Laue beschriebenen Verfahren die Vektoren $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ und $\vec{b}_3$ berechnet werden.

Die Richtungen der Vektoren $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ sind in der Skizze durch grüne Pfeile angedeutet.

Diese Vektoren bilden die Basis für das reziproke Gitter mit dessen Hilfe der Abstand der Bragg-Ebenen ausgerechnet werden kann.

Materiewellen 16: Davisson Germer Experiment

Abstand der Netzebenen (Bragg-Peaks 1. Ordnung)

$$K = \frac{2\pi}{d} \rightarrow d = \frac{2\pi}{K}$$

$$|\vec{b}_3| = \frac{2\pi}{c} \rightarrow d = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{c}} = c = 0,67 \text{ nm}$$

$$|\vec{b}_1| = |\vec{b}_2| = |\vec{b}_1 - \vec{b}_2| = \frac{2\pi}{a} \frac{2}{\sqrt{3}} \rightarrow d = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{a} \frac{2}{\sqrt{3}}} = a \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,213 \text{ nm}$$

$$|\vec{b}_1 + \vec{b}_2| = 2 \frac{2\pi}{a} \rightarrow d = \frac{2\pi}{2 \frac{2\pi}{a}} = \frac{a}{2} = 0,123 \text{ nm}$$

Materiewellen 16

Kommentar

Die Länge der reziproken Gittervektoren ist umgekehrt proportional zum Abstand der Bragg-Ebenen.

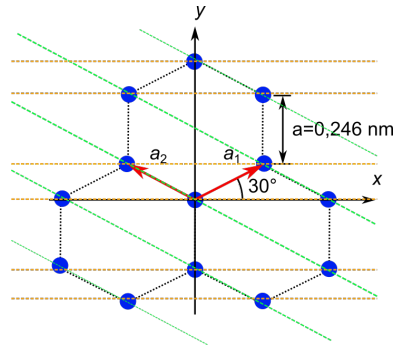
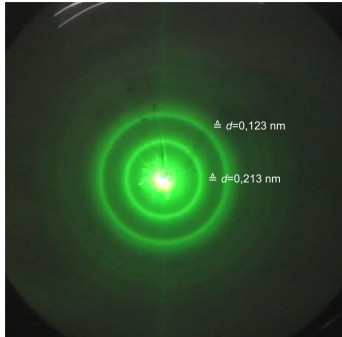
Umgekehrt kann aus der Länge der reziproken Gittervektoren der Abstand der Bragg-Ebenen berechnet werden

Nimmt man den Vektor $\vec{b}_3$ entlang der z-Achse, dann ergibt sich für den Abstand der Bragg-Ebenen der Gitterparameter c , was nicht verwundert.

Für die Vektoren $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ und $\vec{b}_1 - \vec{b}_2$ ergibt sich ein Abstand der Bragg-Ebenen von 0,213 nm.

Nimmt man die Summe $\vec{b}_1 + \vec{b}_2$, dann ergibt sich der kleinere Abstand der Bragg-Ebenen von 0,123 nm.

Materiewellen 17: Davisson Germer Experiment



Grün: Netzebenen zu $\vec{b}_1$ ($d=0,213 \text{ nm}$)
Braun: Netzebenen zu $\vec{b}_1 + \vec{b}_2$ ($d=0,123 \text{ nm}$)

Materiewellen 17

Kommentar 1

Der Vergleich mit der Bragg-Formel zeigt, dass der Beugungswinkel mit zunehmendem Abstand der Bragg-Ebenen abnimmt.

Die Auswertung des Experiments ergibt, dass der äußere Ring dem Bragg-Ebenen-Abstand 0,123 nm und der innere Ring dem Bragg-Ebenen-Abstand 0,213 nm entspricht.

Die rechte Abbildung zeigt die Lage einiger Bragg-Ebenen.

Die Vektoren des reziproken Gitters stehen immer senkrecht auf den Bragg-Ebenen.

Der Vektor $\vec{b}_1$ steht gemäß seiner Definition senkrecht auf dem Vektor $\vec{a}_2$ und bildet mit der y -Achse einen Winkel von 30° . Damit ergeben sich für den Vektor $\vec{b}_1$ die grün gezeichneten Bragg-Ebenen.

Materiewellen 17

Kommentar 2

Der Vektor aus der Summe von $\vec{b}_1$ und $\vec{b}_2$ ist parallel zur y -Achse orientiert und es ergeben sich die braun gezeichneten Bragg-Ebenen.

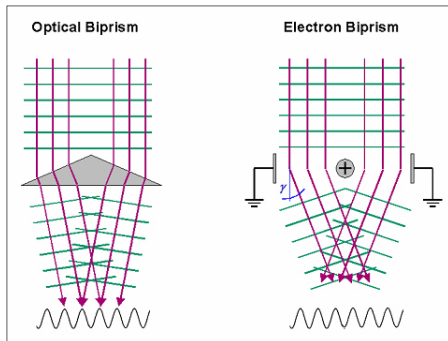
Die Bragg-Ebenen senkrecht zur c -Achse haben größere Abstände und ergeben die nicht auflösbare Intensität um den zentralen hellen Punkt der nicht gebeugten Elektronen.

Dieses Demonstrationsexperiment zeigt, dass Elektronen und andere Teilchen ähnlich wie Photonen für Beugungsexperimente verwendet werden können.

Dabei hat jede Teilchenart ihre besonderen Eigenschaften, welche sie für spezielle Anwendungen prädestiniert.

Z.B. haben Neutronen ein magnetisches Moment und eignen sich deshalb besonders zur Erforschung magnetischer Strukturen.

Materiewellen 18: Beugung am Doppelspalt



(SingleElectronDoubleSlitWaveExperiment.mp4)

Materiewellen 18

Kommentar 1

Das Video zeigt ein Interferenzexperiment mit Elektronen, bei dem die Stromstärke so klein ist, dass die Ankunft einzelner Elektronen am Leuchtschirm beobachtet werden kann.

In dem Experiment wird ein Elektronenstrahl links und rechts an einer positiv geladenen Elektrode vorbeigeführt.

Dadurch werden die Elektronen etwas abgelenkt und es kommt zur Interferenz.

Das optische Analogon ist links gezeigt.

Eine Lichtwelle trifft auf zwei Prismen, welche die Lichtstrahlen so ablenken, dass es zur Interferenz kommt. Es bildet sich ein Interferenzmuster, obwohl die Elektronen unabhängig von einander an der Elektrode vorbei fliegen.

Materiewellen 18

Kommentar 2

Im Wellenbild kann die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden, an welchen Orten am Schirm die Elektronen eintreffen.

Das Betragsquadrat der Wellenfunktion bestimmt die Teilchendichte und damit die Wahrscheinlichkeit.

Diese Interpretation des Experiments führt auf das Problem, das Newton bei der Erklärung der Newton-Ringe im Teilchenbild lösen wollte.

Woher wissen die Teilchen, dass es verbotene Bereiche gibt, da sie doch unabhängig voneinander an der Elektrode vorbei fliegen?

Das Konzept der Wellenfunktion scheint eine mathematische Hilfskonstruktion zu sein, welche die Frage, was die Bahn der Teilchen bestimmt, nicht beantworten kann.

Materiewellen 18

Kommentar 3

Man benötigt die Wellenfunktion, solange das Teilchen unterwegs ist, um die Wahrscheinlichkeit angeben zu können, wo es am Schirm ankommen wird.

Signalisiert ein Leuchtpunkt am Schirm, dass das Elektron angekommen ist, wird das Konzept der Wellenfunktion augenblicklich hinfällig.

Für eine mathematische Funktion ist das kein Problem. Soll die Wellenfunktion jedoch ein physikalisches Phänomen beschreiben, dann ist die Lichtgeschwindigkeit die Grenzgeschwindigkeit, so dass sich der Kollaps der Wellenfunktion höchstens mit der Lichtgeschwindigkeit im Raum verbreiten kann.

Einstein war der Meinung, dass die von Louis de Broglie angestoßene Entwicklung der Quantentheorie vorläufig ist und es eine umfassendere Theorie geben muss, die das Verhalten der Quantenteilchen tatsächlich erklären kann.

Materiewellen 18

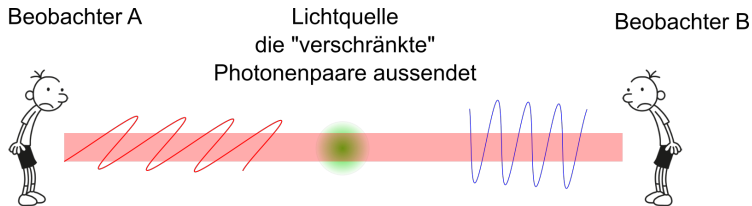
Kommentar 4

Einstein brachte die Problematik auf den Punkt, in dem er 1935 zusammen mit Podolsky und Rosen das berühmte Einstein-Podolsky-Rosen Paradoxon (EPR-Paradoxon) formulierte.

In diesem Paradoxon wird gezeigt, dass das Konzept der Wellenfunktion bis dahin allgemein akzeptierte elementare physikalische Prinzipien verletzt, in dem es u.a. eine Fernwechselwirkung ermöglicht, bei der Information scheinbar unendlich schnell übertragen werden kann.

Materiewellen 19: Einstein Podolsky Rosen Paradoxon

- Eine nichtlinear Lichtquelle sendet Photonenpaare aus, die senkrecht zueinander polarisiert sind.
- Beide Photonen eines Paares werden durch eine gemeinsame Wellenfunktion beschrieben.
- Sobald ein Beobachter ein Photon empfängt und die Polarisation bestimmt, kollabiert die Wellenfunktion und das Ergebnis der Messung des zweiten Beobachters liegt fest.



Materiewellen 19

Kommentar 1

Das Paradoxon wurde in verschiedenen Varianten formuliert. Im folgenden diskutiere ich eine Variante, die in der Optik verwendet wird, und die zunächst keine besonderen Kenntnisse der Quantenphysik erfordert.

Die Abbildung skizziert das EPR-Paradoxon, wie es mit einer nichtlinearen Lichtquelle realisiert werden kann, die senkrecht zueinander polarisierte Photonenpaare aussendet.

Entscheidend ist dabei, dass die Lichtquelle eine Wellenfunktion emittiert, in der die Polarisation der Photonen so kodiert, so dass jeder Beobachter mit einer 50 %-tigen Wahrscheinlichkeit eine der beiden Polarisationen messen kann.

Wohl bemerkt! Die Polarisation der Photonen wird nicht in der Lichtquelle festgelegt. Die Lichtquelle bestimmt nur die Wellenfunktion der beiden Photonen.

Materiewellen 19

Kommentar 2

Erst wenn ein Beobachter die Polarisation seines Photons bestimmt, liegt augenblicklich auch die Polarisation des anderen Photons fest, welche der zweite Beobachter bestimmen kann. Das ist der Kollaps der Wellenfunktion.

Diese Information muss mit unendlich hoher Geschwindigkeit von einem Beobachter zum anderen gelangen, was paradox ist.

Bei diesem Experiment gibt es noch ein zweites Problem. Üblicherweise kann eine Messung nur etwas bestimmt, das auch tatsächlich vorliegt.

Bei der Messung der Polarisation des Photons wird diese jedoch erst durch die Messung festgelegt, da es nicht die Lichtquelle bestimmt, welches Photon welcher Beobachter erhalten soll.

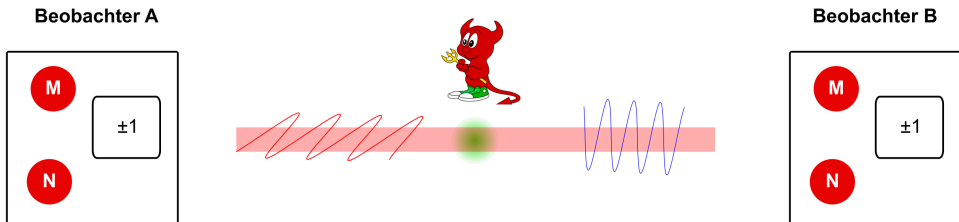
Materiewellen 19

Kommentar 3

Mit diesem Paradoxon zeigen Einstein, Podolski und Rosen, dass das Konzept der Wellenfunktion zwei grundlegende Prinzipien verletzt, die man als Realitätsprinzip (Einstein fragt: Steht der Mond am Himmel, auch wenn niemand hinschaut?) und Lokalitätsprinzip (keine Signalausbreitung schneller als die Lichtgeschwindigkeit) bezeichnen kann.

Materiewellen 20: Bellsche Ungleichung

James Bell (1964)



z.B. ergibt sich mit Knopf M von Beobachter A das Ergebnis $M_A = +1$ bzw. $M_A = -1$, etc.

$$\underline{S = \langle M_A M_B - M_A N_B + N_A M_B + N_A N_B \rangle}$$

Materiewellen 20

Kommentar 1

Einstein, Podolski und Rosen argumentieren, dass es eine „verborgene“ Theorie geben muss, die bereits in der Lichtquelle festlegt, welche Polarisierung jeder Beobachter empfangen wird.

Dazu kann man sich einen Dämon vorstellen, der diese Aufgabe in der Lichtquelle erledigt. Besonders anschaulich wird es, wenn man sich vorstellt, dass der Dämon Schuhkartons auspackt und statt der Photonen die Schuhpaare zu den Beobachtern sendet.

Schmeißt der Dämon die Schuhpaare regellos, dann empfängt jeder Beobachter mit einer 50 %-tigen Wahrscheinlichkeit einen linken bzw. rechten Schuh.

Das Ergebnis entspricht exakt der Vorhersage der Quantenmechanik, wobei - Dank sein dem Dämon - keine Gesetze der Physik missachtet werden müssen.

Materiewellen 20

Kommentar 2

James Bell hat 1964 einen Weg gefunden, auf dem experimentell geprüft werden kann, ob es diese verborgene Theorie geben kann. Dazu müssen die Details dieser Theorie nicht bekannt sein. Die verborgene Theorie muss lediglich zwei Prinzipien genügen:

Das erste Prinzip ist das Realitätsprinzip. Der Wert einer Messgröße ist unabhängig davon, ob sie nun gemessen wird oder nicht.

Das zweite Prinzip ist das Lokalitätsprinzip. Sind zwei Teile eines Objekts soweit von einander entfernt, dass eine Kommunikation selbst mit Lichtgeschwindigkeit ausgeschlossen ist, dann kann die Manipulation des einen Teils den anderen nicht beeinflussen.

Die Quantenphysik verletzt beide Prinzipien maximal.

Materiewellen 20

Kommentar 3

Die Skizze zeigt den Aufbau des Experiments, das James Bell zum Test des EPR-Paradoxons vorgeschlagen hat.

Jeder Beobachter ist mit einem Analysator ausgestattet, der zwei Einstellmöglichkeiten hat, die in der Skizze mit M und N bezeichnet sind.

Entspricht die Polarisierung des Photons der Orientierung des Analysators, dann zeigt das Gerät die Zahl +1 an, bzw. -1 , wenn die Polarisierung nicht passt. Werte dazwischen sind nicht möglich, da jeweils nur ein Photon analysiert wird, das entweder passieren kann oder stecken bleibt.

Die Stellungen M und N der Analysatoren können willkürlich gewählt werden und die Apparate der beiden Beobachter müssen auch nicht relativ zueinander ausgerichtet sein. Entscheidend ist, dass beide Beobachter jeweils das gleiche Photonenpaar analysieren.

Materiewellen 20

Kommentar 4

Die experimentelle Schwierigkeit besteht darin, diese Bedingung im Experiment sicher zu stellen.

Die Beobachter notieren ihre Messergebnisse und kommen nach dem Experiment zusammen und berechnen aus ihren gemeinsamen Ergebnissen die rot unterstrichene Korrelationsfunktion S .

Wenn z.B. beide Beobachter für ein Photonenpaar den Knopf M gedrückt haben, dann ergibt es einen Zahlenwert für den 1. Term.

Wenn z.B. Beobachter A Knopf M und Beobachter B Knopf N gedrückt hat, dann ergibt es einen Zahlenwert für den zweiten Term, u.s.w.

Die Ergebnisse aller Experimente werden aufaddiert und anschließend durch die Zahl der Experimente geteilt.

Auf diese Weise wird die Zahl S ausgerechnet.

Materiewellen 21: Bellsche Ungleichung



$$S \leq 2$$

Quantenmechanik

$$S > 2$$

Materiewellen 21

Kommentar 1

James Bell zeigte, dass der Wert von S kleinergleich 2 sein muss, wenn es eine verborgene Theorie gibt.

Wird die Quantentheorie zur Analyse der Experiments verwendet, dann muss der Zahlenwert von S größer als 2 sein.

Die ersten überzeugenden experimentellen Ergebnisse wurde 1982 von Alain Aspect veröffentlicht.

Die Messungen zeigen, dass es keine verborgene Theorie gibt.

Die Ergebnisse stimmen mit den quantenmechanischen Berechnungen von S überein.

Seither wurde diese Art von Experimenten in vielen Abwandlungen wiederholt, wobei die Vorhersagen der Quantenphysik immer bestätigt wurden.

Materiewellen 21

Kommentar 2

Diese Experimente zeigen, dass es keine Theorie der Quantenteilchen geben kann, welche die Prinzipien der klassischen Physik respektiert.

Inzwischen hat man sich damit abgefunden, dass die Quantenphysik die plausiblen Prinzipien der Realität und Lokalität missachtet, und erkannt, dass sich damit ganz neue Möglichkeiten eröffnen, z.B. die Quantenkryptographie und das Quantencomputing.

2022 wurde Alain Aspect, John Clauser und Anton Zeilinger der Nobelpreis "for experiments with entangled photons, establishing the violation of Bell inequalities and pioneering quantum information science" verliehen.

Revision

Revision

1

1. Wie hängt beim photoelektrischen Effekt die kinetische Energie des Photoelektrons mit der Frequenz der Lichtwelle zusammen.
2. Was versteht man unter dem Compton-Effekt?
3. Wie hängt die Wellenlänge des gestreuten Photons mit der Wellenlänge des einfallenden Photons zusammen?
4. Wie hängt die Energie des gestreuten Photons mit der Energie des einfallenden Photons zusammen?
5. Wie berechnet sich die Compton-Wellenlänge?
6. Skizzieren Sie das Compton-Spektrum eines Gammastrahlers.
7. Bei welcher Energie liegt die Compton-Kante?

Revision

2

8. Wie lautet die Formel für die de Broglie-Wellenlänge für ein Elektron, das mit der Spannung U beschleunigt wird?
9. Wie groß ist die de Broglie-Wellenlänge, wenn das Elektron mit einer Spannung von 10 kV beschleunigt wird?
10. Welcher Winkel ergibt sich dann zwischen dem einfallenden Elektronenstrahl und dem gebeugten Elektronenstrahl 1. Ordnung, wenn der Netzebenenabstand 0,123 nm bzw. 0,213 nm beträgt?

Inhaltsverzeichnis

1. Vorlesung

- Eindimensionale Wellengleichung
- Reflexion und Transmission
- Stehende Wellen
- Dreidimensionale Wellen
- Schallwellen

2. Vorlesung

- Elektromagnetische Wellen
- Kohärenz
- Michelson Interferometer
- Interferenz an dünnen Schichten
- Beugung am Doppelspalt
- Beugung am Gitter

Inhaltsverzeichnis

3. Vorlesung

- Fabry-Perot Interferometer
- Beugung am Einzelspalt
- Bragg'sches Gesetz
- Laue Bedingung
- Michelson Morley Experiment

4. Vorlesung

- Die Einsteinschen Postulate
- Lorentz Transformation
- Zeitdilatation und Längenkontraktion
- Das Experiment von Hall und Rossi
- Zwillingsparadoxon
- „sichtbare Effekte“ der Lorentz Transformation
- Der invariante Abstand
- Relativistische Invarianten
- Doppler-Effekt
- Relativistische Mechanik

Inhaltsverzeichnis

5. Vorlesung

- Doppler-Effekt
- Relativistische Mechanik
- Wärmestrahlung

6. Vorlesung

- Plancksches Strahlungsgesetz
- Laser