

Übungsblatt 5

Aufgabe 1: Heisenberg'sche Unschärferelation

Aufgrund der Wellennatur eines Teilchens ist es unmöglich, sowohl Ort als auch Impuls entlang einer Achse unbegrenzt genau zu kennen. Die theoretische untere Grenze für das Produkt der Unschärfen von Ort Δx und Impuls Δp ist durch die Heisenberg'sche Unschärferelation gegeben:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}. \quad (1)$$

- a) Verwenden Sie die Beziehung, um die minimale Unschärfe der Geschwindigkeit eines Elektrons in einem Wasserstoffatom unter der Annahme abzuschätzen, dass dieses einen Radius von 0.1 nm hat. Erwarten Sie relativistische Effekte für die Bewegung des Elektrons?
- b) Zeigen Sie, dass die Beugung eines Teilchens durch einen Einzelspalt der Unschärferelation genügt. Leiten Sie dabei die Impulsschärfe aus der Breite des Hauptmaximums ab.
- c) Berechnen Sie die minimale Unschärfe der Geschwindigkeit für ein Sandkorn (Masse $m = 1$ mg), welches in einem Lichtmikroskop beobachtet wird. Nehmen Sie an, dass die Unschärfe des Ortes der Wellenlänge von sichtbarem Licht entspricht. Wie lange müssten Sie mindestens warten, um eine Bewegung über eine Distanz von 1 μm beobachten zu können?

Aufgabe 2: Bohr'sches Atommodell

Berechnen Sie mit Hilfe der Bohr'schen Quantenbedingung die ersten fünf Energieniveaus des He^+ -Ions. Die Anziehungskraft zwischen dem He-Kern und dem einzigen Elektron des Ions ist durch das Coulombgesetz mit der Kernladungszahl $Z = 2$ gegeben:

$$F = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (2)$$

Aufgabe 3: Franck-Hertz Versuch

In einem Glaskolben mit Neongasfüllung (ca. 10 mbar) werden Elektronen zwischen einer Glühkathode und einer Anode durch eine variable Spannung U_0 beschleunigt. Vor der Anode wird an einem Gitter eine geringe Gegenspannung von ca. 0.5 V angelegt, um Elektronen geringer Energie zurückzuhalten. Nun befindet sich in dem Glaskolben etwas Neondampf. Mit ansteigender Beschleunigungsspannung sind leuchtende Streifen zwischen Kathode und Gitter zu beobachten und der Anodenstrom zeigt mehrere Maxima und Minima.

- a) Wie kommt es zu den Schwankungen des Anodenstroms?
- b) Die Maxima treten in Schritten von ca. $U_0 = 19\text{ V}$ auf. Berechnen Sie den Energieunterschied zwischen den Energieniveaus des Neonatoms. Welche Wellenlänge λ hätte ein Photon dieser Energie?
- c) Die entstehenden Leuchtstreifen sind sichtbar und gelb bis rot gefärbt. Entspricht die Wellenlänge λ der Leuchtstreifen dem in Teilaufgabe 2b) errechneten Wert?

Aufgabe 4: Schrödinger-Gleichung: Unendlich tiefer Potentialtopf

Ein Elektron befindet sich in einem unendlich tiefen, 1-dimensionalen Potentialtopf. Die Energie des Grundzustands beträgt $E_1 = 0.1\text{ eV}$.

- a) Wie breit ist der Potentialtopf?
- b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, das Elektron im linken Drittel des Topfes zu finden?
- c) Bei welcher Energie E liegt der erste angeregte Zustand des Elektrons?