

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

Übungsblatt 4

Aufgabe 1 (P)

- a) Stellen Sie die folgenden Permutationen durch Transpositionen dar und bestimmen Sie jeweils die Fehlstandsanzahl:

$$\sigma_1 := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 4 & 7 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

- b) Es sei

$$\sigma := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in S_4.$$

Bestimmen Sie die von σ erzeugte Untergruppe von S_4 sowie $\sigma^n := \underbrace{\sigma \circ \dots \circ \sigma}_n$, wobei n das Geburtsjahr von Niels Henrik Abel ist.

Aufgabe 2 (P)

Es sei die Menge $G := \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ gegeben. Weiter sei auf G die Verknüpfung \star durch

$$a \star b := ab + a + b \quad \text{für } a, b \in G,$$

definiert.

- Zeigen Sie, dass (G, \star) eine abelsche Gruppe ist.
- Lösen Sie in der Gruppe (G, \star) die Gleichung $3 \star x \star x = 15$.
- Ist $(\mathbb{Z} \setminus \{-1\}, \star)$ eine Untergruppe von (G, \star) ? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

Aufgabe 3

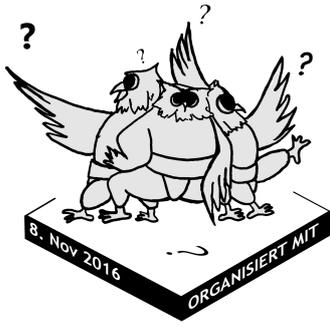
Sei $E \subset \mathbb{R}^2$ die Menge der Ecken eines Quadrats mit Mittelpunkt M . Sei weiter

- δ eine Selbstabbildung von E , die durch eine Drehung um 90° um M gegen den Uhrzeigersinn gegeben ist,
- σ eine Selbstabbildung von E , die durch die Spiegelung an einer Diagonalen gegeben ist.

Durch Nummerierung der Ecken kann man σ und δ als Permutationen aus S_4 auffassen.

- Zeigen Sie: $\sigma^2 = \text{id}$, $\delta^4 = \text{id}$ und $\delta \circ \sigma \circ \delta = \sigma$.
- Bestimmen Sie die von σ und δ erzeugte Untergruppe von S_4 und stellen Sie die Verknüpfungstafel auf.

Abgabe der Lösungen bis zum 14.11.2016 um 12 Uhr in den entsprechenden **gelben Briefkasten Ihres Tutoriums im Atrium des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30)**. Bitte **heften Sie Ihre Abgabe ordentlich zusammen** und **vermerken Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer** auf jedem Blatt. Jede (P)-Aufgabe wird mit **maximal 6 Punkten** bewertet.



Du bist auf Festen immer mit dabei und fragst dich, was da im Hintergrund ablaufen muss? Dir macht es Spaß, mit anderen Leuten zu planen und selbst Sachen auf die Beine zu stellen? Du hast vielleicht selbst schon Feste organisiert? Wenn irgendwas davon zutrifft: Schau doch einfach vorbei am **8. November 2016 um 19:30 Uhr im Raum -120, Geb. 50.34** zum ersten Orgatreffen für das Eulenfest, das Winterfest der Fachschaft Mathematik / Informatik. Hier organisieren traditionell Erstsemester alles von der Musik bis zum Transport, unterstützt von einer Gruppe festerfahrener Studierender aus höheren Semestern. Hast du schon irgendwelche Ideen? Dann freuen wir uns auf dich.