Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Wintersemester 2016/17
Prof. Dr. Enrico Leuzinger
M. Sc. Moritz Gruber

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

Übungsblatt 14

Aufgabe 1 (P)

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:

a) $A = \begin{pmatrix} -3 & -11 & -11 & 45 \\ 1 & 11 & 10 & -83 \\ 1 & -6 & -5 & 81 \\ 0 & -3 & -3 & 42 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{4\times 4}$.

b) $B = \begin{pmatrix} 1+a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1 & 1+a_2 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & \cdots & 1+a_n \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{n\times n}$ mit $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{Q}$.

c) $C = (c_{ij}) \in \mathbb{Q}^{n\times n}$, gegeben durch $c_{ij} = \begin{cases} 0, & i = j \\ 1, & i \neq j \end{cases}$ mit $1 \leq i, j \leq n$.

Aufgabe 2 (P)

Die Matrix $A_n = (a_{ij}) \in \mathbb{C}^{n\times n}$ sei gegeben durch

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ -1, & i = j-1 \\ j^2, & i = j+1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

für $1 \leq i, j \leq n$. Bestimmen Sie mit vollständiger Induktion die Determinante von A_n.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Matrix

$$A_t = \begin{pmatrix} 2+t & 4 & 2+t & 2+t \\ t-2 & 0 & -6+t & -2-t \\ -t+2 & -4 & -t+2 & -2-t \\ 0 & 0 & 0 & 2t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}.$$

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $t \in \mathbb{R}$ alle Eigenwerte der Matrix A_t, die zugehörigen Eigenräume und deren Dimension.

Abgabe der Lösungen bis zum 6.2.2017 um 12 Uhr in den entsprechenden **gelben Briefkasten Ihres Tutoriums im Atrium des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30)**. Bitte **heften Sie Ihre Abgabe ordentlich zusammen** und **vermerken Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer** auf jedem Blatt. Jede (P)-Aufgabe wird mit maximal 6 Punkten bewertet.