Aufgabenvorschläge für die Tutorien zur LA I (2. Woche)
24. Oktober 2016

Themen der Woche: LGS, Aussagenlogik, Mengen

Hinweis: Alle diese Aufgaben sind als Vorschläge gedacht! Es ist nicht das Ziel, möglichst viele Aufgaben anzuschreiben. Wichtiger sind das gemeinsame Erarbeiten und Diskutieren.

Aufgabe 1

Die folgenden beiden LGSe in erweiterter Matrixform sind bereits in Gauß-Normalform. Lies die Lösungsmenge ab

a) $$\left(\begin{array}{rrrrr|r} 1 & -2 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{array}\right),$$

b) $$\left(\begin{array}{rrrrrrrr|c} 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & a & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b & c \end{array}\right) \quad \text{mit } a, c \in \mathbb{R},\ b \in \{0, 1\}.$$

Aufgabe 2

Sie kennen sicherlich die Liedzeile „Everybody needs somebody sometimes.“ – „Jeder braucht gelegentlich jemanden.“
Untersuchen Sie bei jeder der folgenden Aussagen, ob es sich um eine Negierung dieser Aussage handelt:

a) Niemand braucht niemals niemanden.

b) Niemand braucht gelegentlich jemanden.

c) Es gibt einen, der niemals jemanden braucht.

d) Es gibt einen, der nie von allen gebraucht wird.

e) Jedermann braucht immer niemanden.

f) Jemand braucht immer niemanden.

Aufgabe 3

Seien $A, A_1, A_2 \subseteq X$ und $B_1, B_2 \subseteq Y$. Man zeige:

a) $A_1 \subseteq A_2 \Leftrightarrow \mathcal{P}(A_1) \subseteq \mathcal{P}(A_2)$
($\mathcal{P}(A)$ bezeichnet die Potenzmenge von A),

b) $A_1 \subseteq A_2 \Leftrightarrow \forall A \subseteq X : A \cup A_1 \subseteq A \cup A_2$,

c) $(A_1 \times B_1) \cup (A_2 \times B_2) \subseteq (A_1 \cup A_2) \times (B_1 \cup B_2)$,

d) $A \setminus (A_1 \cap A_2) = (A \setminus A_1) \cup (A \setminus A_2)$.

Aufgabe 4

Stelle eine Wahrheitstafel für die folgende Aussage auf

$$A \Rightarrow [B \Rightarrow C].$$

Aufgabe 5

Sei I eine Indexmenge, für alle $i \in I$ sei B_i eine Menge. Zeige:

$$A \cup \left(\bigcup_{i \in I} B_i \right) = \bigcup_{i \in I} (A \cup B_i).$$

Aufgabe 6

Seien A, B und C drei Aussagen. Zeige:

a) $[(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)] \Rightarrow (A \Rightarrow C)$ durch Angabe einer Wahrheitstafel.

b) A, B und C sind genau dann paarweise äquivalent, wenn $A \Rightarrow B$, $B \Rightarrow C$ und $C \Rightarrow A$ gelten.

Wendet Euch mit Fragen und Anmerkungen bitte an Rafaela Rollin (`rafaela.rollin@kit.edu`) oder Moritz Gruber (`moritz.gruber@kit.edu`).